

MINISTERO DELLE INFRASTRUTTURE E DEI TRASPORTI
PROVVEDITORATO INTERREGIONALE OPERE PUBBLICHE
SICILIA - CALABRIA

UFFICIO 4 - OPERE MARITTIME SICILIA
PALERMO

OPERE PER CONTO DEL COMUNE DI VALDERICE

COMUNE DI VALDERICE - PORTO DI BONAGIA

Potenziamento delle opere marittime esistenti per la messa in sicurezza del porto (ai sensi dell'art.5 L.R. 21/98), comprendenti costruzione diga foranea di sopraflutto, prolungamento diga foranea di sottoflutto, banchine e piazzali operativi

PROGETTO DEFINITIVO - GENERALE

Elaborato:	STUDIO IDRAULICO MARITTIMO	Scala:
1.1		

N. 63 Palermo 27 OTT. 2011

ABBOZZATO AL PARERE DEL CONSIGLIO
COMUNALE IN DATA 15/12/2011

REDATTO DA:

DIRIGENTE TECNICO
(Ing. Pietro Viviano)

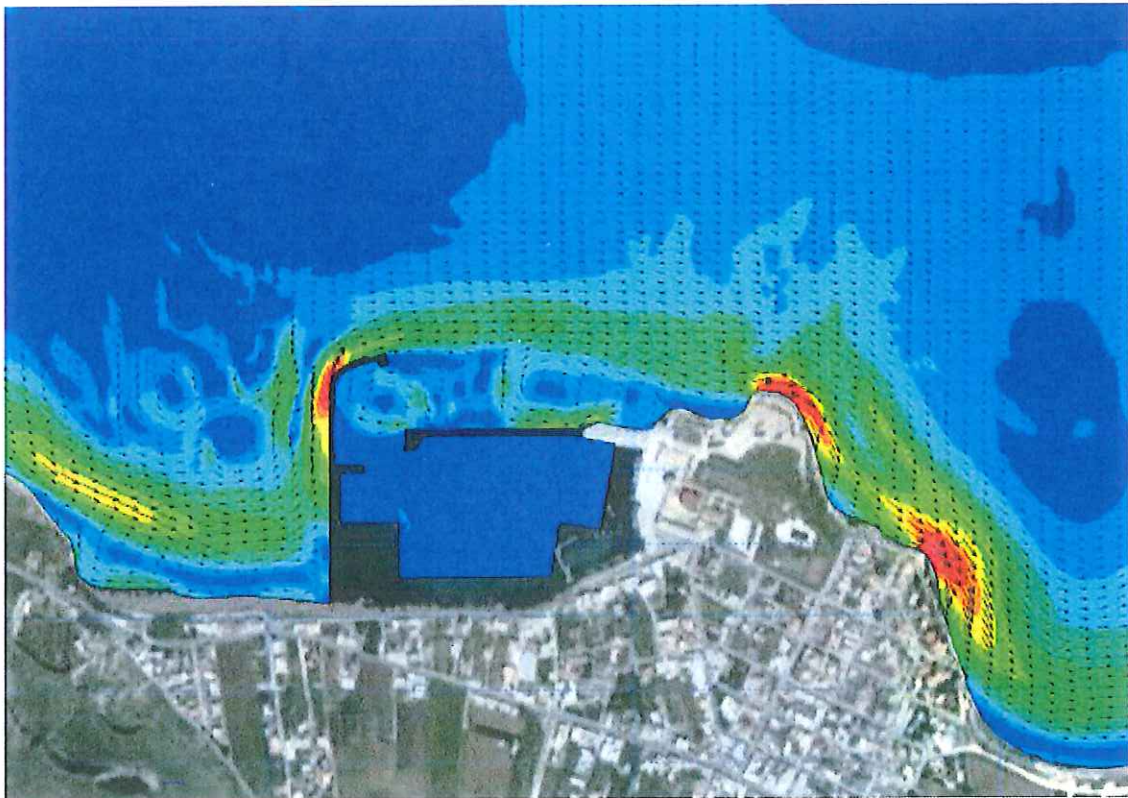
DIRETTORE TECNICO
(Ing. Leonardo Tallo)

IL RESPONSABILE UNICO DEL PROCEDIMENTO
DIRIGENTE TECNICO
(Ing. Pietro Viviano)



Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti
Provveditorato Interregionale Opere Pubbliche
Sicilia-Calabria
UFFICIO 4° - OPERE MARITTIME SICILIA

STUDIO MODELLISTICO A SUPPORTO DELLA PROGETTAZIONE DEL NUOVO LAYOUT PORTUALE DI BONAGIA (TP)





Via Pomba 23
I-10123 Torino
Italia

Tel: +39 011 56 24 649
Fax: +39 011 56 20 620
dhi-italia@dhi-italia.it
www.dhi-italia.it

Committente	Referente del Committente
Genio Civile OO. MM. Palermo	Ing. Pietro Viviano

Titolo progetto		Codice progetto – elaborato			
Studio modellistico a supporto della progettazione del nuovo layout portuale di Bonagia (TP)		D404-02-00101			
Autori		Data			
Luis Alberto Cusati Andrea Pedroncini		8 Agosto 2011			
		Approvato da			
		Andrea Pedroncini			
01	Rapporto finale	LCU	ANP	ANP	AGO.11
Revisione	Descrizione	Elaborato	Verificato	Approvato	Data
Parole chiave		Classificazione			
Agitazione residua Coefficiente di disturbo Movimentazione della Posidonia		<input type="checkbox"/> Open			
		<input type="checkbox"/> Interna			
		<input checked="" type="checkbox"/> Proprietaria			

Consegnato:	N. di copie
Genio Civile Opere Marittime per la Sicilia: Ing. Pietro Viviano	1
DHI Italia: Luisa Di Chele	1

INDICE

1	PREMESSA.....	1
2	ANALISI DEL MOTO ONDOSO AL LARGO E TRASPOSIZIONE SOTTOCOSTA	2
2.1	Analisi dei dati disponibili	2
2.2	Inquadramento geografico del paraggio	3
2.3	Dati del modello globale Met-Office.....	3
2.4	Caratterizzazione del clima ondoso ordinario a largo	5
2.5	Caratterizzazione degli eventi estremi al largo	8
2.5.1	Analisi statistica degli eventi estremi	10
2.6	Trasposizione del moto ondoso sottocosta.....	16
2.6.1	Propagazione del clima ordinario	16
2.6.2	Propagazione degli eventi di mareggiata sopra soglia.....	17
2.6.3	Costruzione del Modello.....	17
2.6.4	I fetch geografici ed i fetch efficaci	19
2.6.5	Il contributo del vento	21
2.6.6	Risultati del modello di propagazione del moto ondoso	22
3	TRASFERIMENTO DEL CLIMA ONDOSO IN PROSSIMITÀ DELL'IMBOCCATURA PORTUALE.....	24
3.1	Estrazione dei dati meteomarini dal modello di larga scala	24
3.2	Costruzione del modello di dettaglio e batimetria	25
3.3	Condizioni al contorno.....	28
3.4	Scenari di simulazione	28
3.5	Risultati delle simulazioni	28
4	STUDIO DELL'AGITAZIONE INTERNA.....	32
4.1	Approccio modellistico.....	32
4.2	Layout progettuale	33
4.3	Estensione del modello e batimetria.....	33
4.4	Estrazione dei dati meteo-marini al largo del porto	35
4.5	Clima ondoso ordinario	36
4.6	Analisi statistica degli eventi estremi sottocosta	37
4.7	Scelta delle onde di riferimento per lo studio	41
4.8	Parametri di riflessione.....	42
4.9	Periodo di simulazione e passo di integrazione	43
4.10	Risultati delle simulazioni	44
4.11	Analisi delle condizioni di "comfort"	50
4.12	Analisi delle condizioni di "sicurezza"	52
4.13	Analisi delle condizioni "limite"	52
5	STUDIO DELLE DINAMICHE DI TRASPORTO LITORANEO E DELL'INFLUENZA DELLA POSIDONIA SULL'ACCESSIBILITÀ DELL'IMBOCCATURA PORTUALE	52
5.1	Approccio modellistico.....	52
5.2	Caratterizzazione della biocenosi	53
5.3	Individuazione delle condizioni ondose rappresentative	55
5.4	Costruzione del modello.....	57
5.5	Condizioni al contorno.....	60



5.6	Particle tracking.....	60
5.7	Risultati delle simulazioni	60
5.7.1	Mareggiata E_B	61
5.7.2	Mareggiata E_C	63
5.7.3	Mareggiata O_B	65
5.7.4	Mareggiata O_C	67
6	DEFINIZIONE DELLE ALTEZZE D'ONDA ASSOCIATE AL PERIODO DI RITORNO.....	69
7	CONCLUSIONI	72
8	RIFERIMENTI	73

ALLEGATI

- ALLEGATO A - DESCRIZIONE DEL MODELLO MET-OFFICE
- ALLEGATO B - DESCRIZIONE DEL MODULO EVA
- ALLEGATO C - DESCRIZIONE DEL MODELLO MIKE 21
- ALLEGATO D - DISTRIBUZIONE DELLE VELOCITA' DI CORRENTE E TRACKING DELLE PARTICELLE



1 *PREMESSA*

Le attività oggetto del presente elaborato si collocano nell'ambito dello studio a supporto della progettazione del nuovo porto turistico di Bonagia, sviluppata dai tecnici del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti - Provveditorato Interregionale Sicilia - Calabria, Ufficio 4° - Opere Marittime per la Sicilia.

Nell'ambito della prima fase del lavoro sono stati acquisiti e processati i dati meteomarini di largo, acquisiti dal modello d'onda globale gestito dall'ufficio meteorologico inglese (UKMO - Met-Office).

A partire dai dati relativi al clima ondoso al largo, sono state condotte le seguenti attività:

- inquadramento geografico del paraggio, analisi del moto ondoso al largo e trasposizione sottocosta;
- studio dell'agitazione residua interna;
- studio delle dinamiche di trasporto litoraneo e dell'influenza della Posidonia sull'accessibilità dell'imboccatura portuale;
- definizione delle altezze d'onda di progetto.

Lo studio è stato realizzato mediante l'applicazione dei codici di simulazione numerica del DHI (Danish Hydraulic Institute).

2 ANALISI DEL MOTO ONDO SO AL LARGO E TRASPOSIZIONE SOTTOCOSTA

2.1 Analisi dei dati disponibili

Le fasi di studio mediante modello numerico sono sempre precedute da un'attività di raccolta e processamento di tutti i dati disponibili in termini di batimetrie dei fondali, livelli di marea, vento, moto ondoso, ecc.

In particolare, per quanto riguarda la batimetria, risulta già disponibile un rilievo batimetrico di dettaglio (MultiBeam) dell'area del porto e del tratto di mare antistante, di recente esecuzione.

Inoltre, per quanto riguarda i dati batimetrici a larga scala si è fatto riferimento al database CM-93 di C-MAP. CM-93 è un database globale di cartografia nautica digitale realizzato e costantemente aggiornato dalla società norvegese C-MAP. CM-93 quindi è un vero e proprio archivio digitale in grado di fornire dati batimetrici a diversa scala e dettaglio. I dati forniti da questo database, integrati con i rilievi di dettaglio, sono stati utili per definire le batimetrie a largo delle coste di Bonagia.

Per quanto riguarda l'analisi dei dati esistenti relativi alle caratteristiche meteomarine, il sito in esame risulta scarsamente fornito di dati meteo marini affidabili per le finalità ed il dettaglio della presente analisi.

Sebbene nelle vicinanze sia presente la boa RON di Capo Gallo (Figura 2-1), la serie limitata di misurazioni disponibili (la boa è stata installata nel 2004 e le misurazioni coprono complessivamente solo 4 anni), ha suggerito l'opportunità di avvalersi di basi di dati integrative, sia per una migliore caratterizzazione del clima ondoso ordinario, sia per una più corretta analisi delle mareggiate attese al largo di Bonagia e caratterizzate da tempi di ritorno anche superiori ai 20 anni.



Figura 2-1 Localizzazione della boa RON di Capo Gallo e del sito di Bonagia.

In virtù delle premesse sopra riportate, si è proceduto all'acquisizione di una serie temporale sufficientemente lunga (circa 20 anni) di dati estratti dal modello d'onda del Mar Mediterraneo di proprietà Met-Office in riferimento alla cella del modello più significativa per il sito di Bonagia.

2.2 Inquadramento geografico del paraggio

Il paraggio in prossimità del porto turistico di Bonagia in progetto si presenta prevalentemente esposto al moto ondoso dal I e dal IV quadrante. Relativamente al moto ondoso proveniente al II e dal III quadrante, le onde non risultano di interesse sottocosta a causa dell'orientazione locale del litorale.

Il settore di traversia principale, l'unico significativo per il sito in esame, è compreso tra le direzioni 255°N e 60° N. Di seguito è riportata una tabella che illustra la suddivisione del settore di traversia in 6 diversi sotto-settori di provenienza delle onde.

Tabella 2.1 Settori di provenienza significativi per il paraggio di Bonagia.

Settore di provenienza	Direzioni considerate [°N]
270	255-285
300	285-315
330	315-345
0	345-15
30	15-45
60	45-75

2.3 Dati del modello globale Met-Office

I dati caratteristici del clima ondoso offshore (in termini di altezza d'onda significativa, direzione, periodo) sono stati acquisiti dal modello d'onda globale Met-Office (UKMO), relativamente ad una cella sufficientemente prossima al sito di Bonagia ed allo stesso tempo rappresentativa del paraggio in esame.

Il modello d'onda globale Met-Office è caratterizzato da una risoluzione spaziale di circa 35x35 km e fornisce oggi serie temporali di circa 20 anni di dati priorari di altezza d'onda, direzione e periodo. Per la cella del modello prescelta (Latitudine 38.5°N, Longitudine 12.34°E, Figura 2-2), sono stati resi disponibili dati relativi al moto ondoso per il periodo compreso tra il 01/11/1988 ed il 31/10/2008.

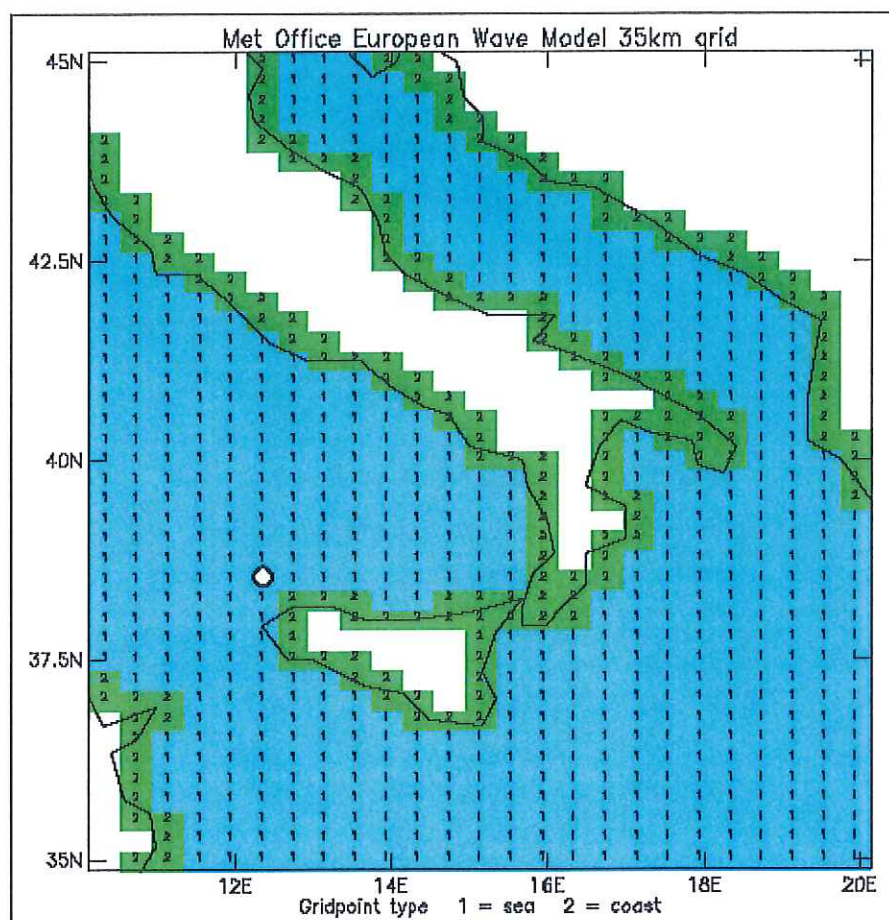


Figura 2-2 Dettaglio della griglia utilizzata dal modello d'onda globale Met-Office con evidenziata la cella più significativa per Bonagia.

I dati forniti dal modello globale Met-Office rappresentano oggi per il Mar Mediterraneo lo stato dell'arte in termini di dati storici forniti da un modello globale, unica vera alternativa accurata all'utilizzo dei dati delle boe ondometriche, laddove la distanza del sito di interesse da queste ultime o la sua esposizione al moto ondoso non consenta un utilizzo diretto degli stessi dati di boa.

Il vantaggio offerto dal modello Met-Office è principalmente costituito dal fatto di fornire serie continue di dati storici a passo triorario, che consentono di condurre accurate analisi statistiche degli eventi estremi a differenza, ad esempio dei dati di KNMI che, essendo basati solo sulle osservazioni delle navi in transito, non possono garantire la necessaria copertura di tutti gli eventi estremi verificatisi nel tempo.

In aggiunta ai valori triorari di altezza d'onda significativa, direzione di provenienza e periodo d'onda (medio e di picco), il database Met-Office fornisce preziose informazioni relative alla intensità e direzione del vento, sempre con cadenza trioraria. Tali valori, come verrà illustrato nel seguito, sono stati utilizzati per incrementare l'accuratezza nella caratterizzazione degli eventi ondosi estremi in corrispondenza del sito oggetto di studio.

Un'accurata descrizione del modello d'onda globale Met-Office è allegata al presente elaborato.

Gli oltre 20 anni di serie trioraria di altezza d'onda, direzione e periodo del modello Met-Office sono stati processati secondo differenti metodologie, finalizzate da un lato alla rappresentazione del clima ondoso ordinario relativo al sito di interesse e



dall'altro alla stima degli eventi ondosi estremi per assegnato tempo di ritorno che possono essere attesi verificarsi in corrispondenza del sito stesso.

2.4 Caratterizzazione del clima ondoso ordinario a largo

Con il termine "*Clima ondoso ordinario*" viene indicata la distribuzione media annua dell'altezza d'onda significativa in un determinato tratto di mare in relazione alla direzione di provenienza dell'onda ed alla sua frequenza di accadimento. La Figura 2-3 illustra la posizione del punto di estrazione dei dati del modello Met-Office rispetto alla posizione del sito di Bonagia: il punto di estrazione prescelto è il più significativo per il sito oggetto di studio.

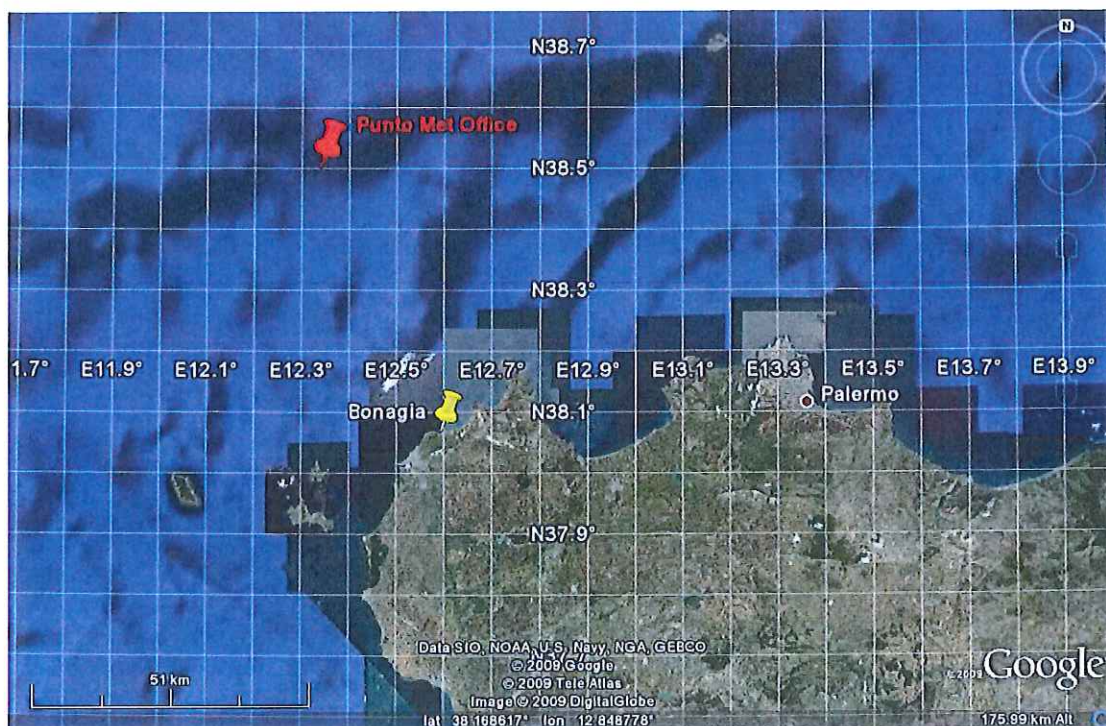


Figura 2-3 Localizzazione del punto di estrazione dei dati del modello Met-Office.

La caratterizzazione del clima ondoso ordinario a largo è stata effettuata direttamente sui dati provenienti dal database Met-Office.

I dati triorari sono stati raggruppati in classi di altezza d'onda e direzione media di provenienza, in modo da poter illustrare il clima ondoso di largo secondo la classica rappresentazione a rosa, in questo caso costruita per settori di 15° di ampiezza (Figura 2-4). Le medesime informazioni sono illustrate anche in forma tabellare (Tabella 2.2).



Tabella 2.2 *Clima ondoso al punto di estrazione dei dati del modello Met-Office. I dati sono stati suddivisi in classi di altezza d'onda significativa e di direzione di provenienza.*

Hs [m] Dir [°N]	<0.5	0.5 1.0	1.0 1.5	1.5 2.0	2.0 2.5	2.5 3.0	3.0 3.5	3.5 4.0	4.0 4.5	4.5 5.0	5.0 5.5	5.5 6.0	6.0 6.5	>6.5	Tot
0 - 15	700	498	173	126	74	30	27	18	6	1	0	0	0	0	1653
15 - 30	611	551	227	104	80	56	25	27	7	0	0	0	0	0	1688
30 - 45	610	486	221	155	75	43	25	12	6	3	0	0	0	0	1636
45 - 60	584	505	256	140	76	38	10	5	1	1	1	0	0	0	1617
60 - 75	621	581	258	129	77	40	24	13	1	0	0	0	0	0	1744
75 - 90	603	521	173	66	27	21	5	4	0	0	0	0	0	0	1420
90 - 105	504	383	132	40	25	5	1	2	0	0	0	0	0	0	1092
105 - 120	413	290	93	28	13	5	1	1	1	0	0	0	0	0	845
120 - 135	360	253	95	23	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	745
135 - 150	358	359	142	37	14	3	0	0	0	0	0	0	0	0	913
150 - 165	498	489	233	117	29	17	2	3	0	0	0	0	0	0	1388
165 - 180	818	1033	601	248	78	41	10	4	0	0	0	0	0	0	2833
180 - 195	897	1286	835	466	207	58	15	3	0	0	0	0	0	0	3767
195 - 210	511	822	541	276	205	47	18	6	1	0	0	0	0	0	2427
210 - 225	342	499	269	125	60	23	7	3	1	0	2	0	0	0	1331
225 - 240	313	504	313	153	85	42	10	9	2	0	1	0	0	0	1432
240 - 255	420	788	740	465	291	139	66	32	12	1	0	0	0	0	2954
255 - 270	873	2271	1557	996	715	405	217	109	57	21	5	6	0	1	7233
270 - 285	949	2065	1356	818	560	389	210	89	60	22	16	6	2	1	6543
285 - 300	684	1048	762	458	293	182	138	78	34	28	10	4	3	1	3723
300 - 315	729	1034	511	317	140	109	64	34	21	16	9	4	2	0	2990
315 - 330	895	890	403	191	113	70	32	22	17	14	5	3	1	0	2656
330 - 345	1042	745	323	154	81	44	34	21	13	6	4	2	0	0	2469
345 - 360	860	634	223	111	67	38	33	29	7	0	0	0	0	0	2002
TOT	15195	18535	10437	5743	3399	1845	974	524	247	113	53	25	8	3	57101

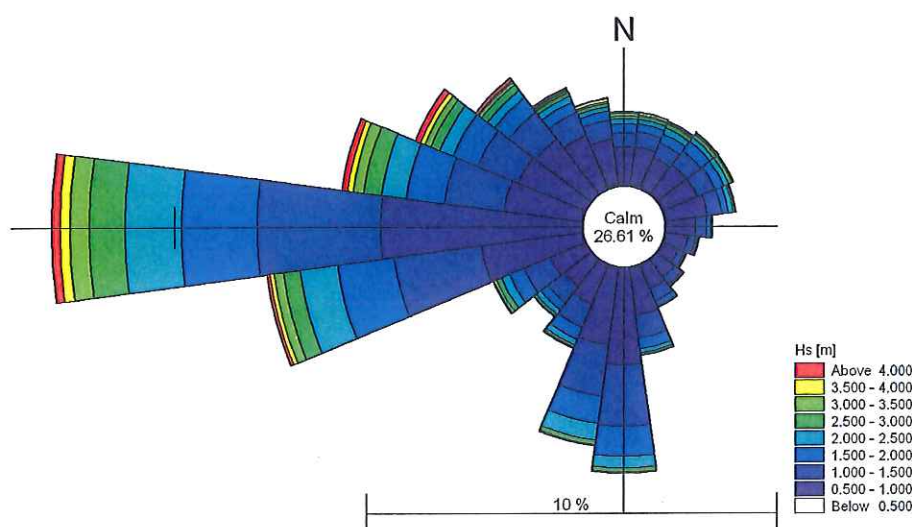


Figura 2-4 Rosa del clima ondoso di riferimento relativo alla cella del modello Met-Office più significativa per Bonagia. Per una più immediata comprensione dell'immagine, è stata impostata una soglia minima di altezza d'onda rappresentata pari a 0.5m (calm conditions).

Osservando il contenuto della Tabella 2.2 e la corrispondente rappresentazione del clima ondoso sotto forma di rosa (Figura 2-4), appare evidente che gli eventi più frequenti ed anche quelli caratterizzati da altezza d'onda significativa più elevata sono quelli provenienti dal quarto quadrante (settore che comprende le direzioni tra l'Ovest ed il Nord, procedendo in senso orario).

La presenza di eventi più intensi dal quarto quadrante è da ricercarsi sia nella lunghezza libera sulla quale può soffiare il vento che genera le onde (il cosiddetto *fetch* risulta infatti significativo per venti che provengono dal settore che comprende le direzioni tra l'Ovest ed il Nord, procedendo in senso orario), sia nell'intensità del vento stesso: i venti più intensi per il sito oggetto di studio, infatti, provengono infatti sempre dal quarto quadrante (Maestrale), come illustrato in Figura 2-5, che riporta il clima anemometrico di riferimento relativo alla cella del modello Met-Office per i quali sono stati acquisiti i dati.

Considerando globalmente l'intero clima ondoso, le onde inferiori ai 2m di altezza rappresentano ben l'87% circa del totale.

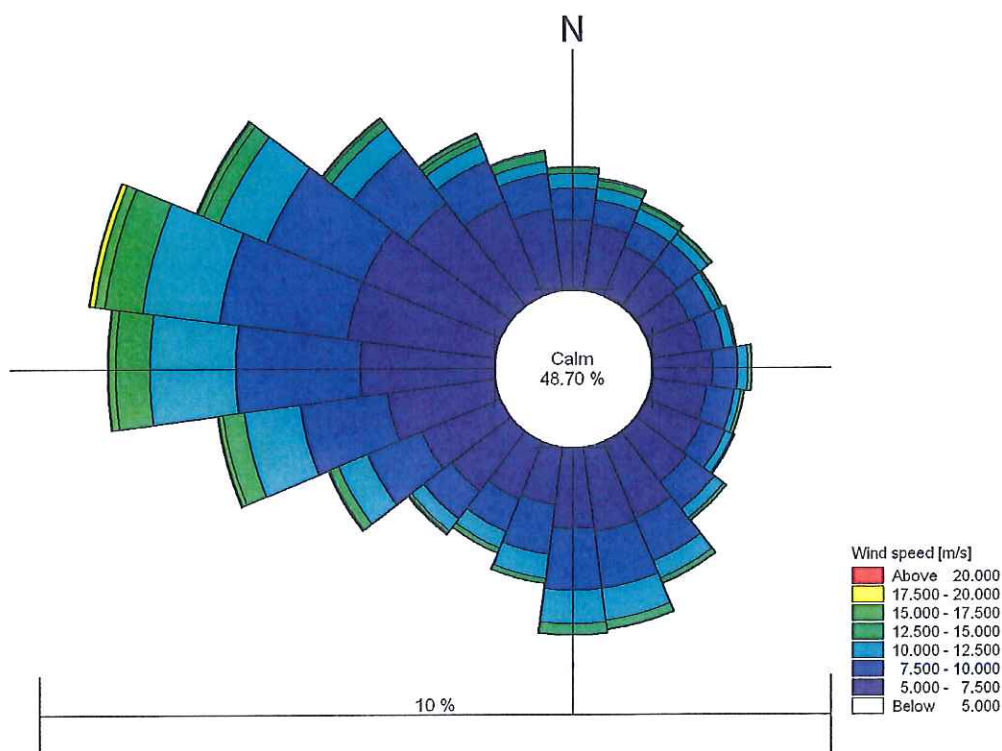


Figura 2-5 Rosa del clima anemometrico di riferimento relativo alla cella del modello Met-Office più significativa per Bonagia. Per una più immediata comprensione dell'immagine, è stata impostata una soglia minima di velocità del vento rappresentata pari a 5 m/s (calm conditions).

2.5 Caratterizzazione degli eventi estremi al largo

L'analisi degli eventi estremi è finalizzata alla stima dell'altezza d'onda significativa per diversi settori di provenienza, caratterizzata da tempi di ritorno indicativamente uguali o superiori ad un anno, in corrispondenza del sito oggetto di studio.

Al fine di eseguire correttamente l'analisi statistica, è stato preventivamente necessario processare i dati trionari del database Met-Office in modo da raggrupparli secondo "eventi di mareggiata" che possano essere considerati statisticamente indipendenti.

A partire dai dati trionari Met-Office, è stata innanzitutto scelta una soglia minima in termini di altezza d'onda significativa, che ha permesso di lavorare su un database ridotto e più adeguato alla caratterizzazione degli eventi estremi. La soglia, posta ad un valore di altezza d'onda significativa pari a 1,5 m, ha permesso di ridurre il numero delle onde da 57101 a 12935. Le onde sopra soglia sono state poi raggruppate al fine di ottenere gli eventi indipendenti. Il criterio selezionato per garantire l'indipendenza statistica delle mareggiate è basato principalmente sul verificarsi delle due seguenti condizioni:

- una serie di onde può essere considerata come un "singolo evento di mareggiata" se la differenza tra la direzione media di propagazione dell' "evento di mareggiata", confrontata con la direzione media di propagazione di ogni onda, risulta inferiore a 45 gradi;
- due "eventi di mareggiata" consecutivi (la cui distanza temporale non supera le 48 ore) possono essere considerati realmente indipendenti se e solo se la

differenza tra le loro direzioni medie di provenienza risulta superiore a 60 gradi.

Sono stati inoltre presi in considerazione soltanto gli eventi caratterizzati da direzione media di propagazione compresa nel settore di traversia individuato a seguito dell'analisi illustrata al paragrafo 2.2.

Per ciascun evento di mareggiata, si è assunto come valore rappresentativo dell'altezza d'onda significativa il valore più alto tra tutti quelli che compongono l'evento stesso; il periodo di picco dell'evento di mareggiata è stato assunto pari al periodo corrispondente a quello dell'altezza d'onda massima; la direzione media di propagazione dell'evento di mareggiata è stata assunta pari a quella corrispondente all'onda massima.

Al termine della procedura, gli eventi di mareggiata considerati statisticamente indipendenti sono risultati pari a 884. La Figura 2-6 e la Tabella 2.3 illustrano la distribuzione degli eventi di mareggiata considerati statisticamente indipendenti, rispettivamente nella classica rappresentazione a rosa ed in forma tabellare. Come previsto, le mareggiate più intense (altezze d'onda significativa superiori ai 4.5 metri) sono prevalentemente quelle provenienti dal quarto quadrante.

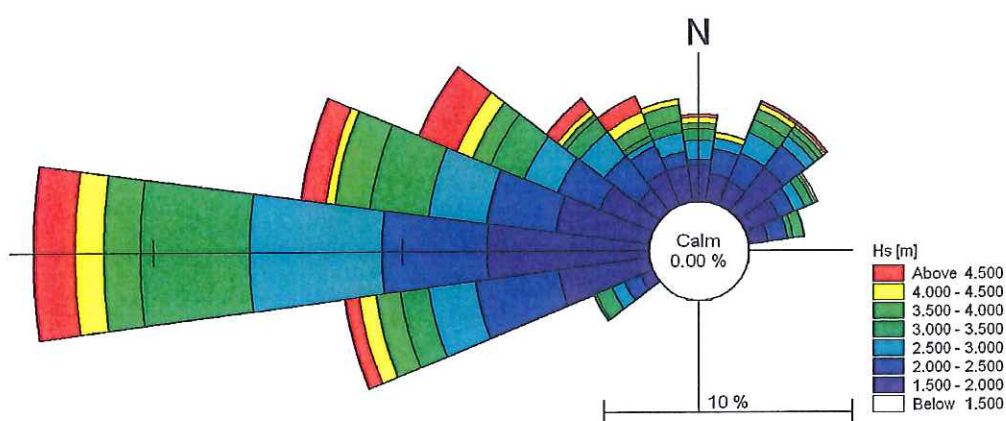


Figura 2-6 Rappresentazione, in forma di classica rosa del clima ondoso, degli eventi di mareggiata indipendenti ottenuti dal processamento dei dati Met-Office.

Tabella 2.3 Rappresentazione della frequenza degli eventi di mareggiata indipendenti in funzione della direzione di provenienza e dell'altezza d'onda massima (soglia $H_s=1.5m$).

Hs [m] Dir [°N]	1.5 2.0	2.0 2.5	2.5 3.0	3.0 3.5	3.5 4.0	4.0 4.5	4.5 5.0	5.0 5.5	5.5 6.0	>6.0	Tot
0 - 15	12	5	3	1	0	3	1	0	0	0	25
15 - 30	9	10	7	1	4	1	0	0	0	0	32
30 - 45	13	10	5	5	1	2	1	0	0	0	37
45 - 60	22	8	6	1	1	0	0	1	0	0	39
60 - 75	11	11	2	5	5	1	0	0	0	0	35
75 - 90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
90 - 105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
105 - 120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
120 - 135	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
135 - 150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
150 - 165	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
165 - 180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
180 - 195	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
195 - 210	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
210 - 225	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
225 - 240	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
240 - 255	12	21	12	11	3	2	0	0	0	0	61
255 - 270	50	28	33	23	11	10	7	1	2	0	165
270 - 285	45	37	39	30	15	4	6	4	2	2	184
285 - 300	31	23	14	16	12	6	7	1	1	2	113
300 - 315	20	12	10	12	3	3	3	4	2	2	71
315 - 330	10	12	7	3	6	4	5	2	2	0	51
330 - 345	15	9	6	3	2	3	0	0	0	0	38
345 - 360	9	4	6	6	6	2	0	0	0	0	33
TOT	259	190	150	117	69	41	30	13	9	6	884

2.5.1 Analisi statistica degli eventi estremi

I risultati dell'elaborazione di cui sopra, in termini di altezza d'onda significativa e direzione di provenienza sono stati in seguito processati al fine di permettere una caratterizzazione statistica degli eventi estremi attesi in corrispondenza dell'area di studio.

Gli 884 eventi di mareggiata sono stati quindi processati statisticamente mediante l'applicazione del cosiddetto metodo POT (Peak Over Threshold). Tale metodo, contrariamente al metodo del valore massimo annuale, permette, una volta individuata una soglia minima di altezza d'onda, di considerare nell'analisi gli eventi di mareggiata a prescindere dal fatto che essi si siano o meno verificati nello stesso anno o in anni diversi.

I settori di provenienza delle onde sono stati suddivisi secondo i criteri illustrati nella seguente Tabella 2.4.

Tabella 2.4 Settori di provenienza considerati per l'analisi statistica.

Settore di provenienza	Direzioni considerate [°N]
270	255-285
300	285-315
330	315-345
0	345-15
30	15-45
60	45-75

I valori di soglia di altezza d'onda adottati nell'analisi sono stati individuati in modo da ottenere un numero di eventi simile per effettuare l'analisi statistica relativa ai diversi settori di provenienza del moto ondoso. La regolarizzazione statistica è stata effettuata utilizzando il modulo EVA - Extreme Values Analysis del DHI.

I risultati dell'analisi sono riportati in forma grafica (da Figura 2-7 a Figura 2-12) e tabellare (Tabella 2.5).

La distribuzione di probabilità che ha approssimato meglio i dati è la distribuzione "Truncated Gumbel". Una dettagliata descrizione della distribuzione di probabilità adottata e del modulo EVA è stata inserita nell'allegato B al presente elaborato.

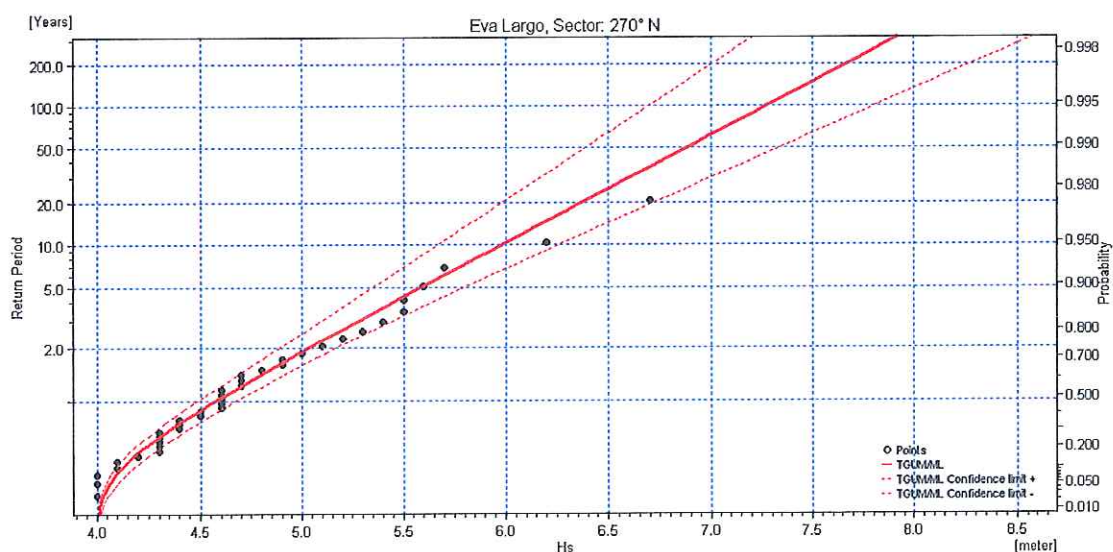


Figura 2-7 Analisi statistica degli eventi estremi – settore 270°N.

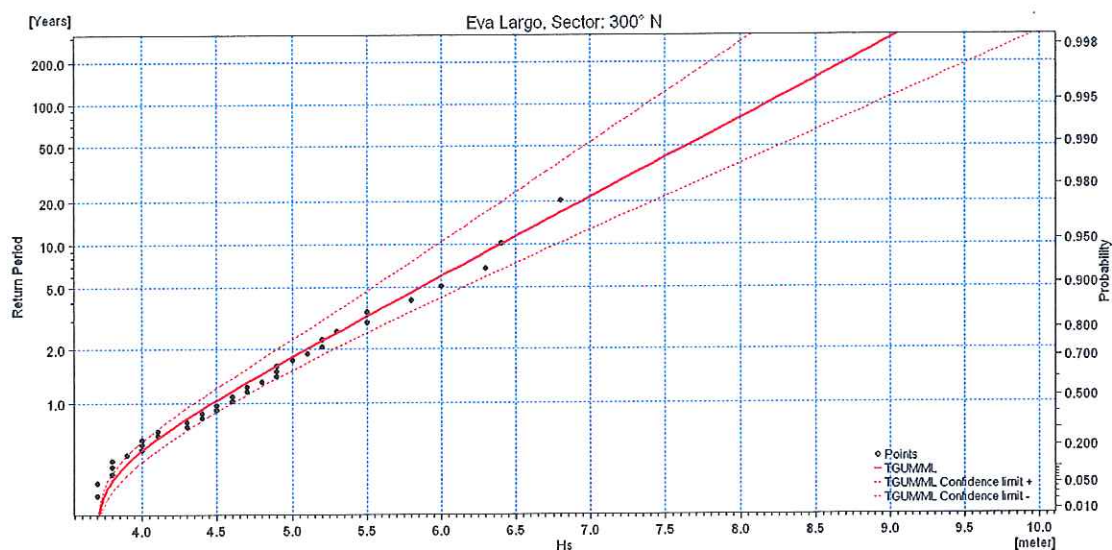


Figura 2-8 Analisi statistica degli eventi estremi – settore 300°N.

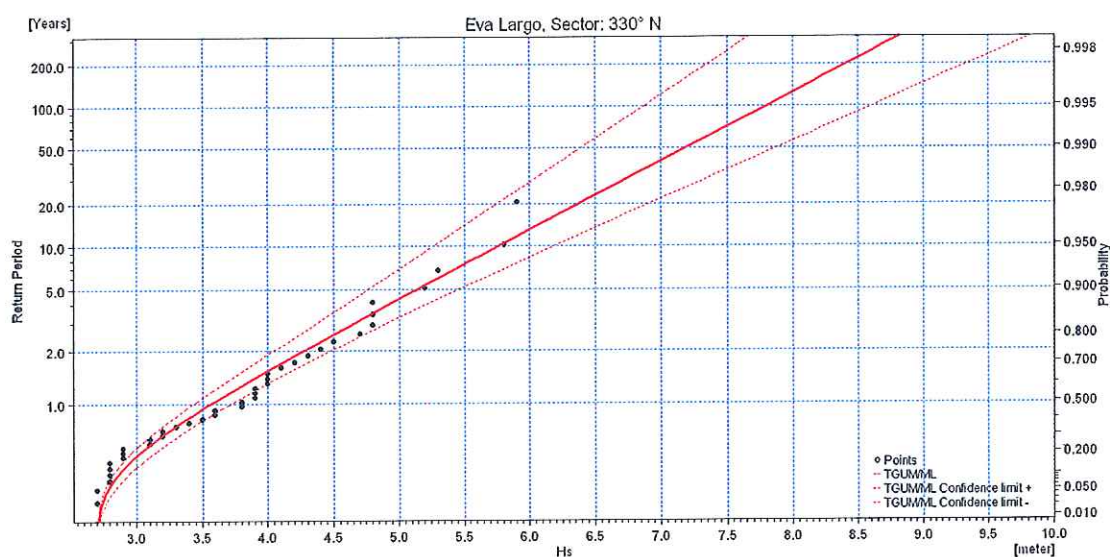


Figura 2-9 Analisi statistica degli eventi estremi – settore 330°N.

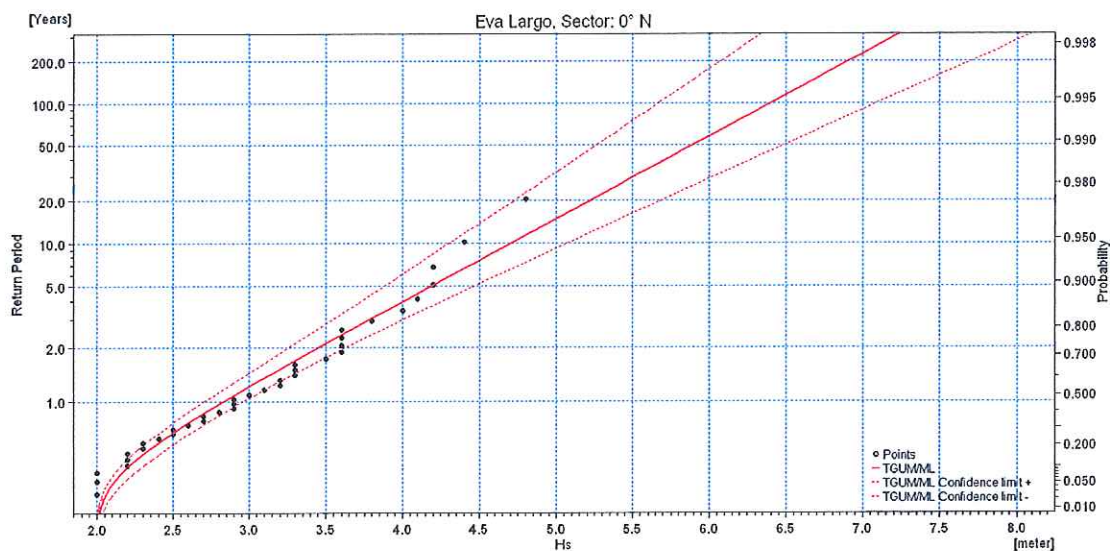


Figura 2-10 Analisi statistica degli eventi estremi – settore 0°N.

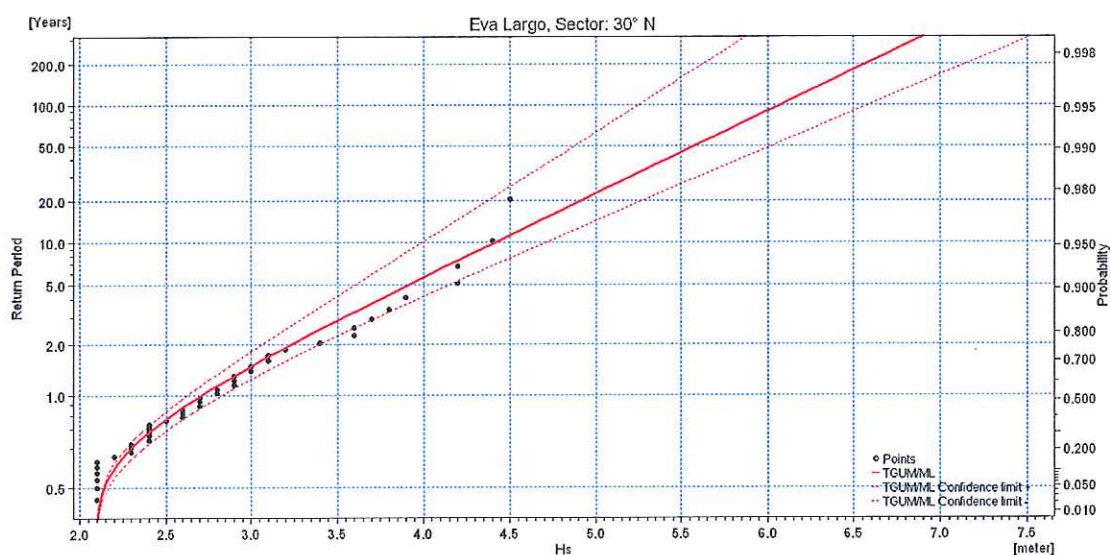


Figura 2-11 Analisi statistica degli eventi estremi – settore 30°N.

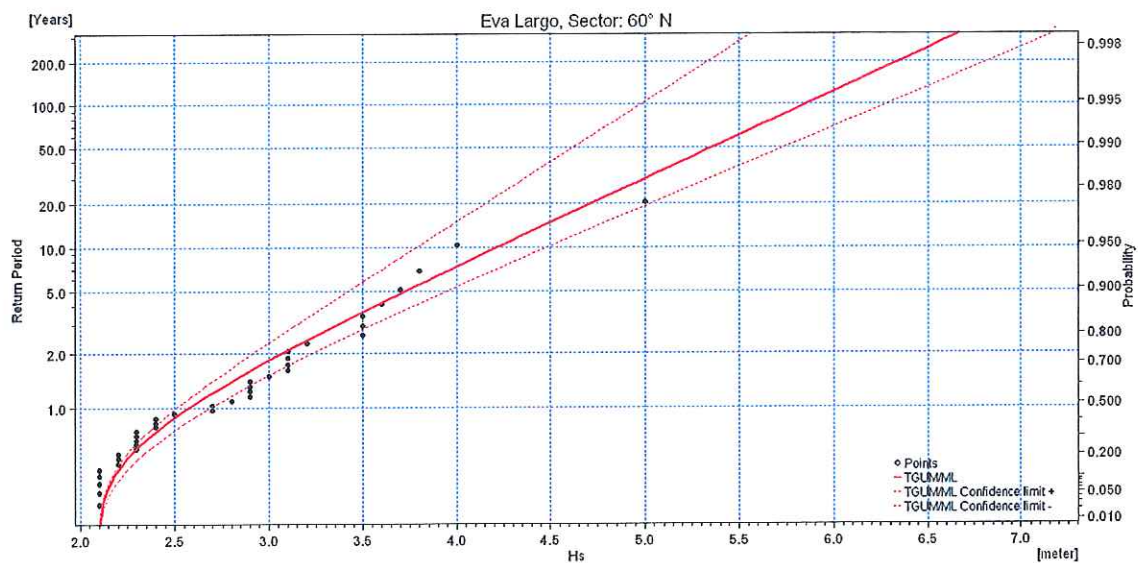


Figura 2-12 Analisi statistica degli eventi estremi – settore 60°N.

Di seguito sono riportate le stime di altezza d'onda in funzione di tempi di ritorno differenti, compresi tra 1 e 100 anni per ciascuno dei settori considerati. L'indicazione della deviazione standard associata a ciascuna stima fornisce una preziosa informazione sul grado di attendibilità da associare a ciascuna stima effettuata.



Tabella 2.5 *Analisi statistica degli eventi estremi - Stime di altezze d'onda in funzione dei periodi di ritorno.*

Settore	T	Hs	ST Hs
270	1	4.6	0.1
	5	5.6	0.2
	10	6.0	0.3
	20	6.4	0.4
	50	6.9	0.5
	100	7.3	0.6
300	1	4.5	0.1
	5	5.9	0.3
	10	6.4	0.4
	20	6.9	0.5
	50	7.6	0.6
	100	8.2	0.8
330	1	3.6	0.1
	5	5.1	0.3
	10	5.8	0.5
	20	6.4	0.6
	50	7.2	0.7
	100	7.8	0.9
0	1	2.8	0.1
	5	4.2	0.3
	10	4.7	0.4
	20	5.2	0.5
	50	5.9	0.6
	100	6.4	0.7
30	1	2.7	0.1
	5	3.9	0.3
	10	4.4	0.4
	20	4.9	0.4
	50	5.6	0.6
	100	6.1	0.7
60	1	2.6	0.1
	5	3.7	0.3
	10	4.2	0.3
	20	4.7	0.4
	50	5.4	0.6
	100	5.9	0.6

L'analisi statistica effettuata rivela una buona omogeneità nella stima dei valori estremi in termini di altezza d'onda significativa.

Come ampiamente atteso, le onde più elevate si trovano sempre nei settori del IV quadrante (270°N 300°N e 330°N).

La deviazione standard, per onde caratterizzate da tempi di ritorno superiori ai 50 anni, presenta valori elevati (fino a oltre 0.8m). Tale variabilità nella stima dell'altezza d'onda ad elevato tempo di ritorno induce una necessaria cautela nel

trattare tali stime, soprattutto in considerazione del fatto che il database di origine a nostra disposizione (Met Office) fornisce una serie temporale di dati relativa a 20 anni e che l'extrapolazione della tendenza di una serie è un procedimento sempre delicato.

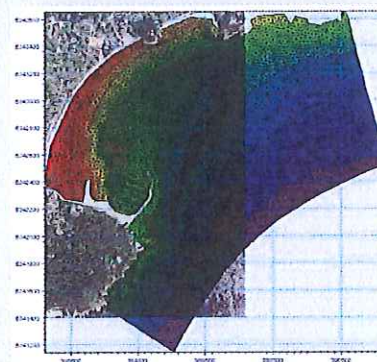
2.6 Trasposizione del moto ondoso sottocosta

Per studiare in dettaglio la trasformazione che l'onda subisce nella sua propagazione verso Bonagia, è stato costruito un modello numerico bidimensionale, utilizzando il modulo SW (Spectral Waves) del codice di calcolo MIKE 21 di DHI.

MIKE 21 SW è un modello spettrale per vento ed onde di nuova generazione, basato su una griglia non strutturata. Il modello simula la trasformazione di onde generate dal vento ed onde di swell sia offshore, sia in aree costiere.

MIKE 21 SW include due differenti formulazioni: "Directional decoupled parametric" e "Fully spectral". La prima delle due formulazioni è basata su una parametrizzazione dell'equazione di conservazione dell'energia del moto ondoso. La parametrizzazione è effettuata nel dominio della frequenza mediante l'introduzione come variabili dipendenti del momento di ordine zero e del momento di primo ordine dello spettro (Holthuijsen, 1989). La seconda formulazione è basata sulla conservazione dell'energia del moto ondoso come descritta da Komen (1994) e Young (1999). I fenomeni fisici che sono modellati con MIKE 21 SW sono i seguenti:

- Generazione dell'onda ad opera del vento;
- Interazione non lineare onda-onda;
- Dissipazione dovuta al cosiddetto "white capping"
- Dissipazione dovuta all'attrito con il fondo;
- Dissipazione dovuta al frangimento;
- Rifrazione e shoaling dovuti alle variazioni del fondale;
- Interazione onde-correnti.
- Diffrazione
- Riflessione



Tale modello, a maglia triangolare "flessibile" permette di utilizzare una risoluzione spaziale variabile, consentendo di impiegare una risoluzione elevata nelle aree per le quali si richiede un maggior dettaglio, laddove rifrazione, *shoaling*, attrito con il fondo ed eventualmente frangimento determinano una forte trasformazione delle caratteristiche dell'onda incidente su distanze relativamente limitate. Un'accurata descrizione del modello è riportata nell'allegato C al presente elaborato.

2.6.1 Propagazione del clima ordinario

La propagazione del clima ordinario è stata effettuata sulla base delle coppie Hs-MWD individuate nel paragrafo 2.4 relativo all'analisi di frequenza del moto ondoso a largo. In particolare sono state individuate 690 condizioni e ad ognuna di esse è stata assegnata una "frequenza media annuale". In questo modo è stato possibile ricostruire la rosa del moto ondoso anche sottocosta.

A ciascuna condizione simulata è stato associato un periodo di picco ricavato in funzione della seguente relazione empirica, individuata a seguito del processamento dei dati Met-Office disponibili:

$$T_p = 4.81 \cdot H_s^{0.42}$$

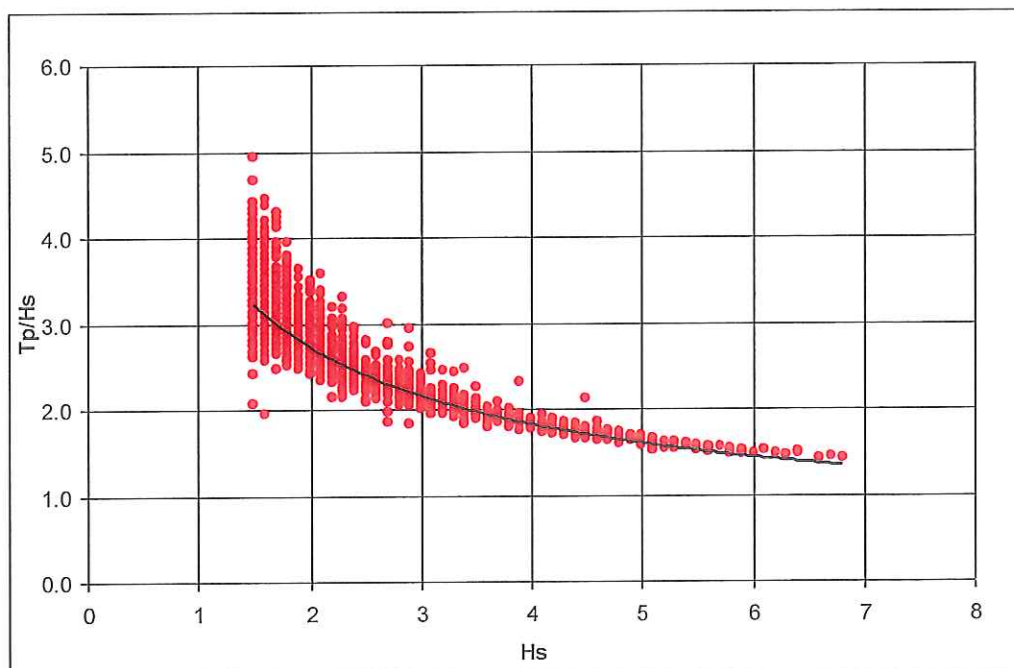


Figura 2-13 Correlazione empirica tra H_s e T_p .

2.6.2 Propagazione degli eventi di mareggiata sopra soglia

La propagazione degli eventi di mareggiata sopra soglia è stata effettuata simulando tutte le 884 condizioni individuate nell'ambito dell'analisi illustrata al paragrafo 2.5.

2.6.3 Costruzione del modello

Per poter adeguatamente simulare le onde provenienti da tutti i settori significativi per il sito in esame, il modello è stato implementato su un dominio di calcolo piuttosto esteso, indicativamente dall'isola di Favignana fino al promontorio di Punta Raisi.

La Figura 2-14 illustra l'estensione del dominio di calcolo utilizzato.

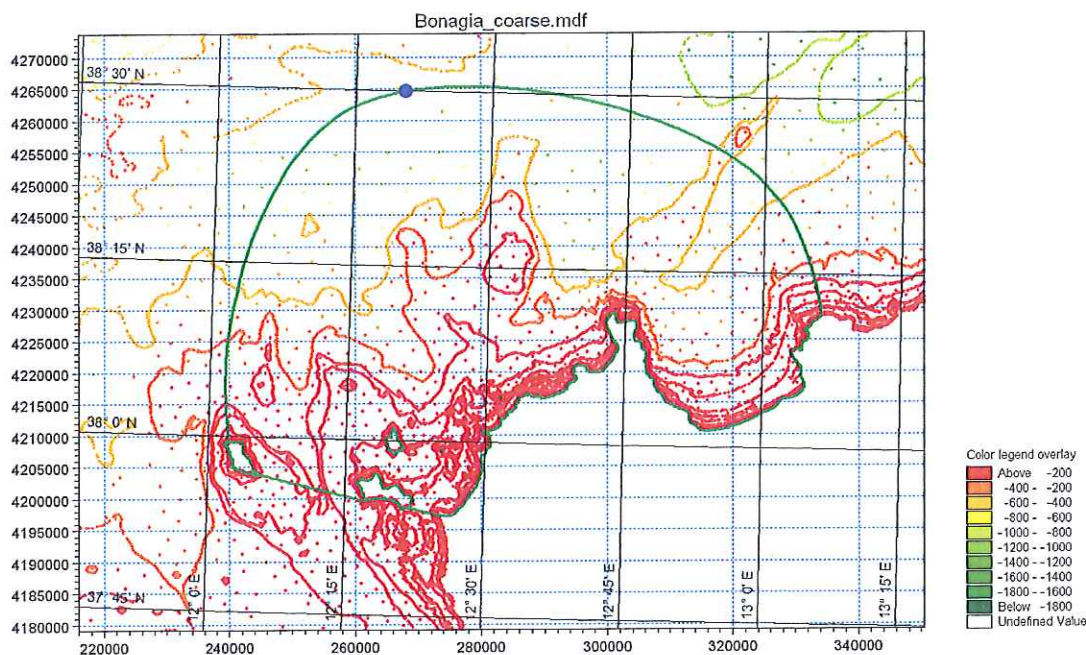


Figura 2-14 Rappresentazione dei punti quotati provenienti dalle carte nautiche digitalizzate e dei punti provenienti dal rilievo di dettaglio in corrispondenza di Bonagia. L'arco verde rappresenta la condizione al contorno "offshore" del dominio di calcolo del modello MIKE 21. Il cerchio blu individua il punto di estrazione Met-Office.

La scelta della risoluzione della *mesh* di calcolo ha potuto usufruire del grande vantaggio tipico dei modelli a maglia flessibile, ovvero quello di poter variare significativamente le dimensioni degli elementi di calcolo (triangoli) in funzione della zona di interesse e dei fenomeni che si intendono modellare. Si è pertanto potuto limitare il numero degli elementi riducendo la risoluzione dei triangoli laddove la profondità dell'acqua garantiva l'assenza di significativi processi di trasformazione dell'onda, mentre la risoluzione degli elementi è stata notevolmente aumentata in prossimità della costa e della importante zona di secca posta a nord ovest di Bonagia, che determina una grande influenza su tutte le onde provenienti dai settori 270°N, 300°N e, in parte anche dal settore 330°N.

La finalità di questo modello ad ampia scala è di fornire le condizioni al contorno per l'implementazione il successivo modello di dettaglio della sola area di Bonagia, illustrato nel capitolo 3.

La Figura 2-15 illustra la batimetria (*mesh*) di calcolo utilizzata per il modello di trasformazione del moto ondoso. In particolare va evidenziata la differente risoluzione spaziale (lunghezza media dei lati dei triangoli che compongono la *mesh*), che varia dai 1500 m circa al largo ai 200m circa nell'area più prossima a Bonagia.

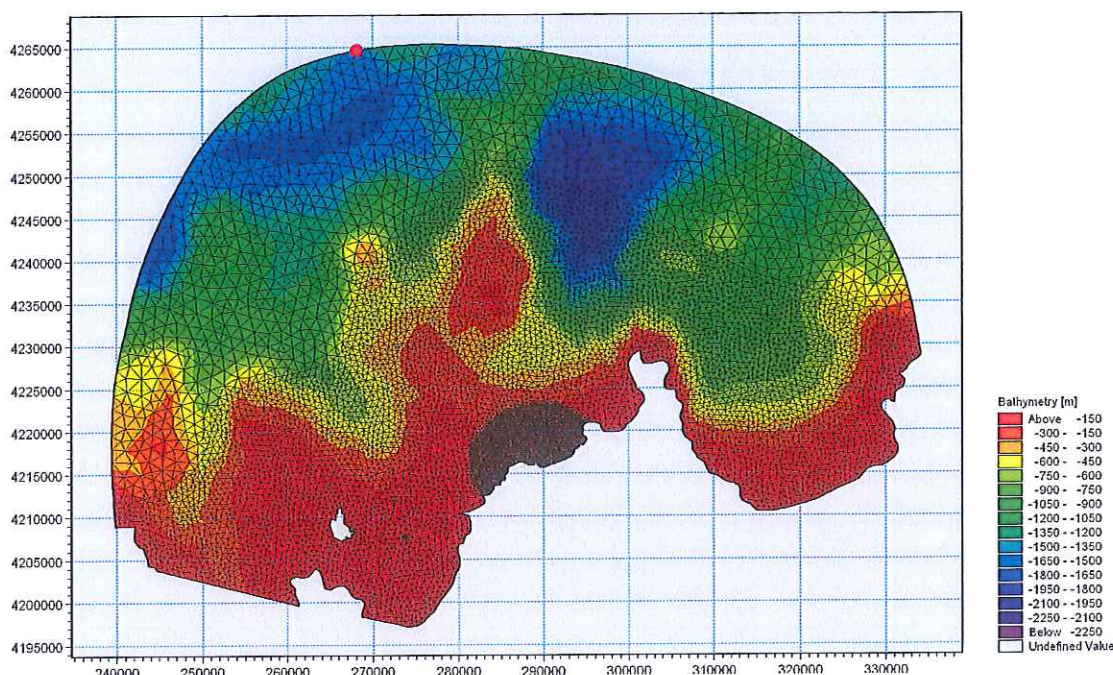


Figura 2-15 Batimetria di calcolo del modello di trasformazione d'onda MIKE 21 SW per il sito di Bonagia. Il cerchio rosso indica il punto di estrazione dei dati dal modello Met-Office.

Nell'assegnare le condizioni al contorno del modello in termini di altezza d'onda significativa e periodo, si è assunto che sia l'altezza d'onda significativa, sia il periodo non possano essere ritenuti costanti lungo il contorno del modello ma debbano essere corretti in funzione della distanza relativa tra il tratto di contorno considerato ed il punto Met-Office: una differente lunghezza libera su cui può soffiare il vento (*fetch*) può infatti influenzare la generazione dell'onda sia in termini di altezza, sia di periodo. Il metodo adottato per effettuare queste necessarie correzioni prende il nome di metodo della similitudine dei *fetch* efficaci.

2.6.4 I *fetch* geografici ed i *fetch* efficaci

Il valore del *fetch* efficace (Seymour, 1977) relativo ad una determinata direzione è funzione dei valori dei *fetch* geografici associati alle direzioni contigue a quella considerata; in questo modo i *fetch* efficaci consentono di tener conto del fatto che il moto ondoso viene generato non solo nella direzione lungo la quale spira il vento ma anche in tutte le direzioni comprese in un settore di $\pm 30^\circ$ rispetto alla direzione media di azione del vento. Di conseguenza la lunghezza dei *fetch* efficaci risulta essere diversa da quella dei *fetch* geografici. Il calcolo dei *fetch* efficaci può essere eseguito in base alla seguente relazione:

$$F_{eff} = \frac{\sum x_i \cos \alpha}{\sum \cos \alpha} [1]$$

dove con x_i si intende la i -esima distanza del punto per il quale si sta eseguendo il calcolo e la costa e con α l'angolo di incidenza dell'onda rispetto alla direzione media rappresentativa del settore.

Operativamente, sul contorno del dominio di calcolo relativo esclusivamente al modello "esteso", sono stati individuati 4 punti (Oltre al punto di estrazione dei dati Met-Office) e per ciascuno dei quali è stata effettuata la trasposizione geografica dei dati (Figura 2-16).

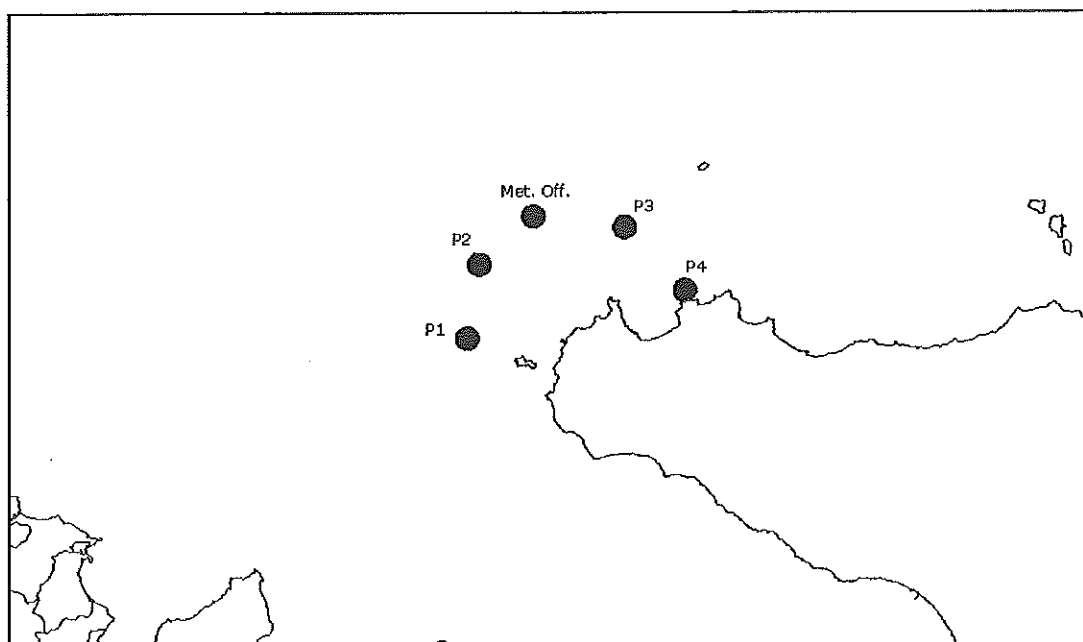


Figura 2-16 Individuazione dei punti di trasposizione.

Al fine di effettuare la trasposizione, per ciascuno dei quattro punti individuati è stato calcolato il valore del *fetch* efficace secondo le sei direzioni illustrate nella Tabella 2.6.

Tabella 2.6 Settori di riferimento per il calcolo dei *fetch* efficaci.

Settore di riferimento	Direzioni di riferimento [°N]
270 °N	240 – 300
300 °N	270 – 330
330 °N	300 – 360
0 °N	330 – 30
30 °N	0 – 30
60 °N	30 – 90

Nel Mediterraneo, tipicamente, i venti legati ai vortici di bassa pressione non insistono per più di 500km lungo la medesima direttrice, pertanto nell'analisi sotto riportata si è considerato un valore massimo per il *fetch* geografico pari a 500km.

Il calcolo del *fetch* efficace è stato effettuato sia per il punto Met-Office, sia per tutti i punti individuati sul contorno del modello. In funzione del rapporto tra il *fetch* efficace calcolato per il punto Met-Office ed il *fetch* efficace calcolato per i punti del contorno, l'applicazione del metodo permette di ottenere valori corretti di altezza d'onda significativa (e di periodo associato alla stessa) per i singoli punti del contorno. I diversi valori di altezza e periodo associati ai singoli punti del contorno sono stati successivamente interpolati in modo da fornire al modello una condizione al contorno distribuita linearmente.

La Figura 2-17 illustra un esempio di calcolo del *fetch* efficace per uno dei punti del contorno del dominio di calcolo. L'esempio si riferisce al calcolo del *fetch* efficace per il punto P1.

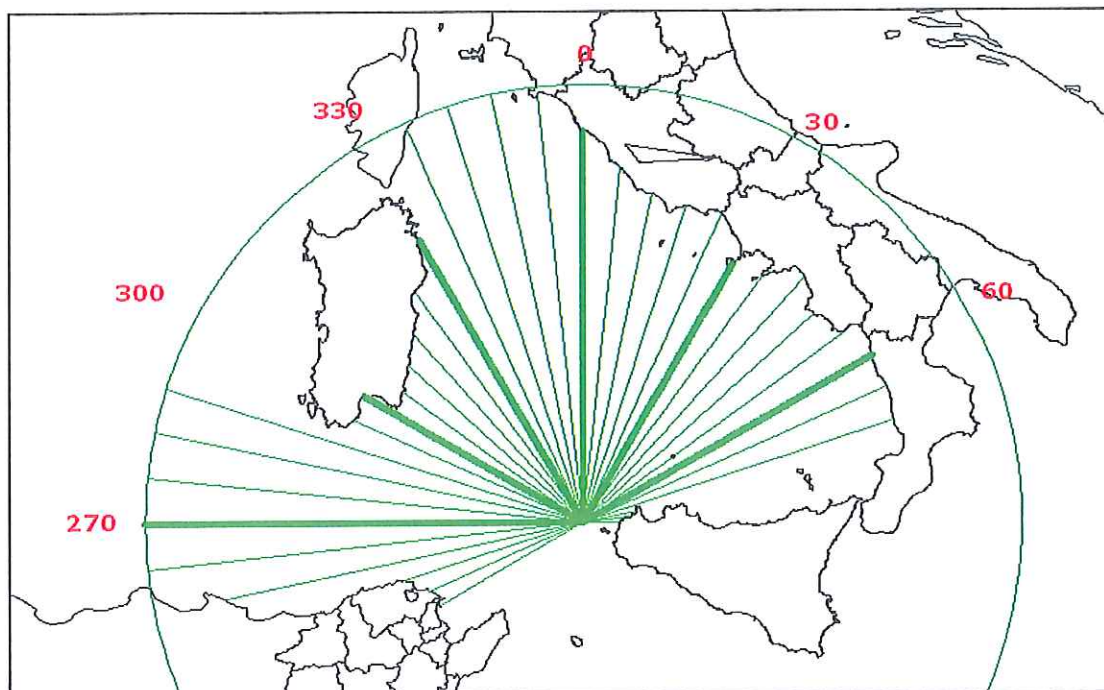


Figura 2-17 Esempio di calcolo del fetch efficace per uno dei punti individuati sul contorno del dominio di calcolo del modello MIKE 21 SW. L'esempio si riferisce al calcolo del fetch efficace per il punto P1.

2.6.5 Il contributo del vento

Nel paragrafo precedente è stata illustrata la metodologia attraverso la quale è stato possibile differenziare, per ciascun evento di mareggiata simulato, i valori di altezza d'onda e periodo lungo il contorno del dominio di calcolo del modello d'onda, con la finalità di tenere conto della differente esposizione e del differente *fetch* associato ai vari tratti del contorno stesso. Un ulteriore contributo all'ottenimento di una stima quanto più possibile accurata dei valori di altezza d'onda estrema attesi in corrispondenza del porto di Bonagia, è rappresentato dall'introduzione, come forzante aggiuntiva del modello di propagazione del moto ondoso, del contributo del vento che, soffiando nel tratto di mare compreso tra il contorno del modello ed il porto stesso, modifica l'altezza ed il periodo dell'onda in funzione della sua direzione ed intensità.

Ad ogni evento di mareggiata simulato, è stato associato un vento caratterizzato da un'intensità pari all'intensità media calcolata su tutti i records che formano l'evento di mareggiata ed una direzione cautelativamente pari a quella dell'evento di mareggiata stesso. Il contributo del vento alla propagazione del moto ondoso è calcolato direttamente dal modello MIKE 21 SW, che implementa la classica formulazione dello *Shore Protection Manual*, 1984:

$$\frac{g \cdot H_{m0}}{U_A^2} = 1.6 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{g \cdot F}{U_A^2} \right)^{1/2} \quad [2]$$

$$\frac{g \cdot T_p}{U_A^2} = 2.857 \cdot 10^{-1} \cdot \left(\frac{g \cdot F}{U_A^2} \right)^{1/3} \quad [3]$$

dove U_A è il fattore di velocità del vento, dipendente in modo non lineare dalla velocità del vento riportata alla quota +10 m s.l.m. ed F è il Fetch efficace relativo ad una prefissata direzione geografica.

2.6.6 Risultati del modello di propagazione del moto ondoso

Le simulazioni effettuate con il modello di propagazione del moto ondoso MIKE 21 SW hanno permesso di ottenere una soddisfacente rappresentazione della distribuzione dell'altezza d'onda significativa in tutto il dominio di calcolo, con particolare attenzione alla zona della secca di Bonagia.

L'osservazione dei risultati del modello risulta di notevole interesse nella valutazione dei processi di rifrazione, *shoaling* e attrito col fondo dovuti alle variazioni batimetriche. Le immagini in Figura 2-18 e Figura 2-19 illustrano, a titolo di esempio, la distribuzione dell'altezza d'onda significativa in tutto il dominio di calcolo per un'onda proveniente rispettivamente da 270°N e 0°N avente periodo di ritorno centennale.

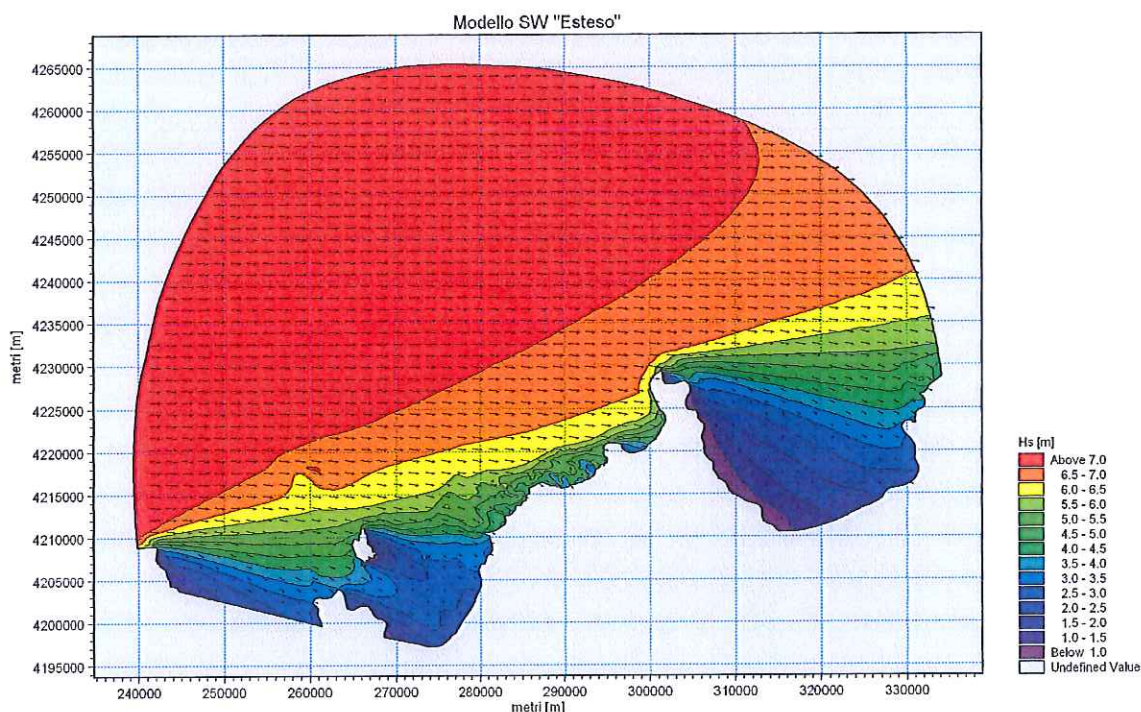


Figura 2-18 Esempio di rappresentazione della distribuzione dell'altezza d'onda e della direzione per il modello "esteso" – Onda con periodo di ritorno 100 anni e direzione di provenienza 270°N.

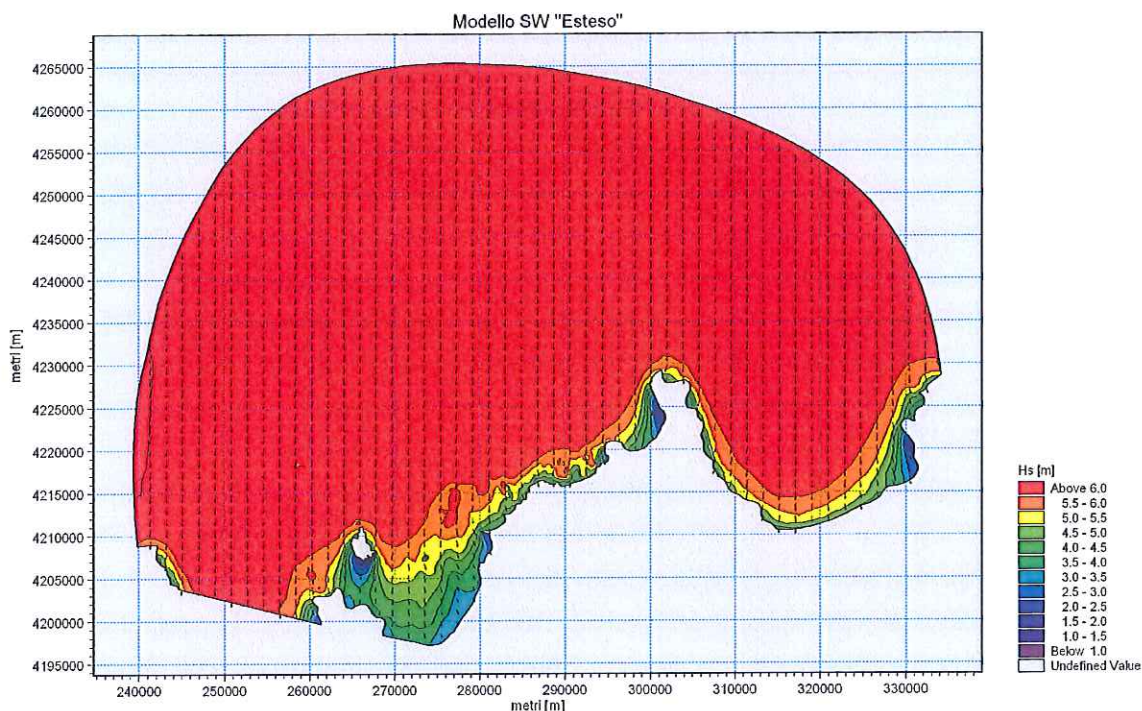


Figura 2-19 Esempio di rappresentazione della distribuzione dell'altezza d'onda e della direzione per il modello "esteso" – Onda con periodo di ritorno 100 anni e direzione di provenienza 0°N.

La configurazione batimetrica induce una significativa influenza sui campi di altezza d'onda. Soprattutto per le direzioni provenienti da Ovest (Figura 2-18) si può notare, per effetto della rifrazione, una riduzione dell'altezza d'onda procedendo verso costa.

Le onde provenienti da Nord (Figura 2-19), non avvertono significativamente il fenomeno della rifrazione, e dissipano buona parte dell'energia solo per effetto del frangimento, determinando di conseguenza valori dell'altezza d'onda significativa abbastanza elevati in prossimità delle opere in progetto.

I risultati del modello ad ampia scala appena illustrati sono stati utilizzati quali condizioni al contorno per l'implementazione di un successivo modello di dettaglio della sola area di Bonagia, illustrato nel capitolo successivo.

3 TRASFERIMENTO DEL CLIMA ONDOSO IN PROSSIMITÀ DELL'IMBOCCATURA PORTUALE

3.1 Estrazione dei dati meteomarini dal modello di larga scala

Il modello d'onda di ampia scala, illustrato nel capitolo 2, è stato realizzato a partire da dati ondametrici ed anemometrici del modello globale Met-Office (UKMO), caratterizzati da elevata affidabilità ed abitualmente adottati quale standard di riferimento per studi meteomarini in assenza di osservazioni dirette. I risultati del modello rappresentano pertanto un prezioso database di dati meteomarini in termini sia di clima ondoso ordinario di riferimento, sia di eventi di mareggiata. I dati UKMO sono stati preventivamente processati in modo da individuare un numero di classi omogenee rappresentative del clima ordinario ed un numero sufficientemente esteso di eventi di "mareggiata". In particolare:

- l'intero set di dati rappresentativi del clima ondoso ordinario è suddiviso in 690 classi omogenee in termini di altezza d'onda, periodo, direzione di provenienza e frequenza di accadimento.
- Il set di dati comprende inoltre 884 eventi di mareggiata sopra soglia. Per "eventi di mareggiata" si intende una serie di eventi caratterizzati da un'altezza d'onda superiore ad una prefissata soglia e statisticamente indipendenti.

In Figura 3-1 è illustrata la *mesh* di calcolo del modello d'onda di larga scala unitamente alla localizzazione del punto di estrazione denominato "BO", di coordinate (nel sistema di riferimento UTM33) pari a 287944 E, 4219464 N. Il punto di estrazione è ubicato alla profondità di circa 50m.

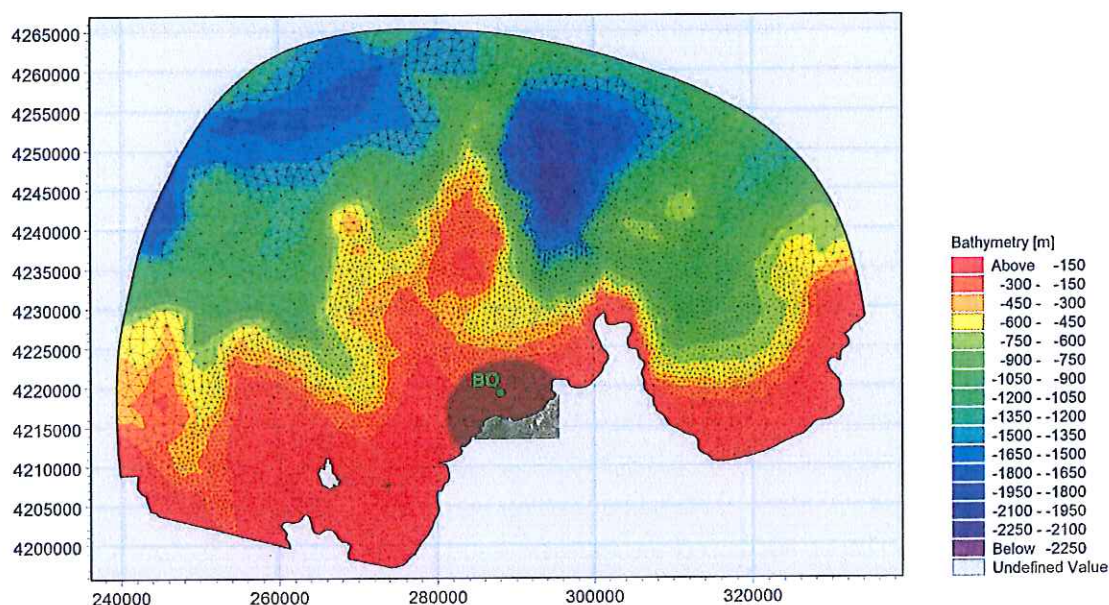


Figura 3-1 Mesh di calcolo del modello a larga scala e localizzazione del punto di estrazione.

3.2 Costruzione del modello di dettaglio e batimetria

A partire dai dati del modello di larga scala, estratti nel punto "BO", è stato predisposto un secondo modello di propagazione del moto ondoso, questa volta ad elevata risoluzione, finalizzato alla determinazione del clima ondoso ordinario ed estremo nei pressi dell'imboccatura del porto in progetto.

Il modello di propagazione del moto ondoso "di dettaglio" è stato implementato su un dominio di calcolo sufficientemente esteso per le finalità dello studio proposto, indicativamente dal promontorio di Pizzolungo (TP) a Sud-Ovest fino alla spiaggia di Cornino (TP) a Nord-Est, ed è delimitato da tre condizioni al contorno aperte (NE, SW, off-shore). Le informazioni batimetriche utilizzate sono solo quelle provenienti dalle carte nautiche digitalizzate integrate con un rilievo di dettaglio eseguito nel Luglio 2010 e messo a disposizione di DHI Italia dall'Ufficio del Genio Civile Opere Marittime per la Sicilia. L'estensione del modello e le isobate sono illustrate in Figura 3-2 in riferimento al sistema di coordinate UTM33.

La Figura 3-3 illustra invece la batimetria (*mesh*) utilizzata per il modello di propagazione del moto ondoso. La risoluzione del modello, intesa come lunghezza media dei triangoli della *mesh*, varia da 80m al largo a 10m circa nella zona di interesse. La risoluzione di 10m è stata adottata anche per la zona delle cosiddette "secche di Bonagia". Si ritiene infatti che i fondali a profondità piuttosto limitate (fino a 5m) che caratterizzano tale zona possano determinare una parziale dissipazione dell'energia del moto ondoso che, per essere opportunamente modellata, richiede una risoluzione elevata, tale da poter risolvere nel dettaglio i fenomeni di rifrazione e frangimento.

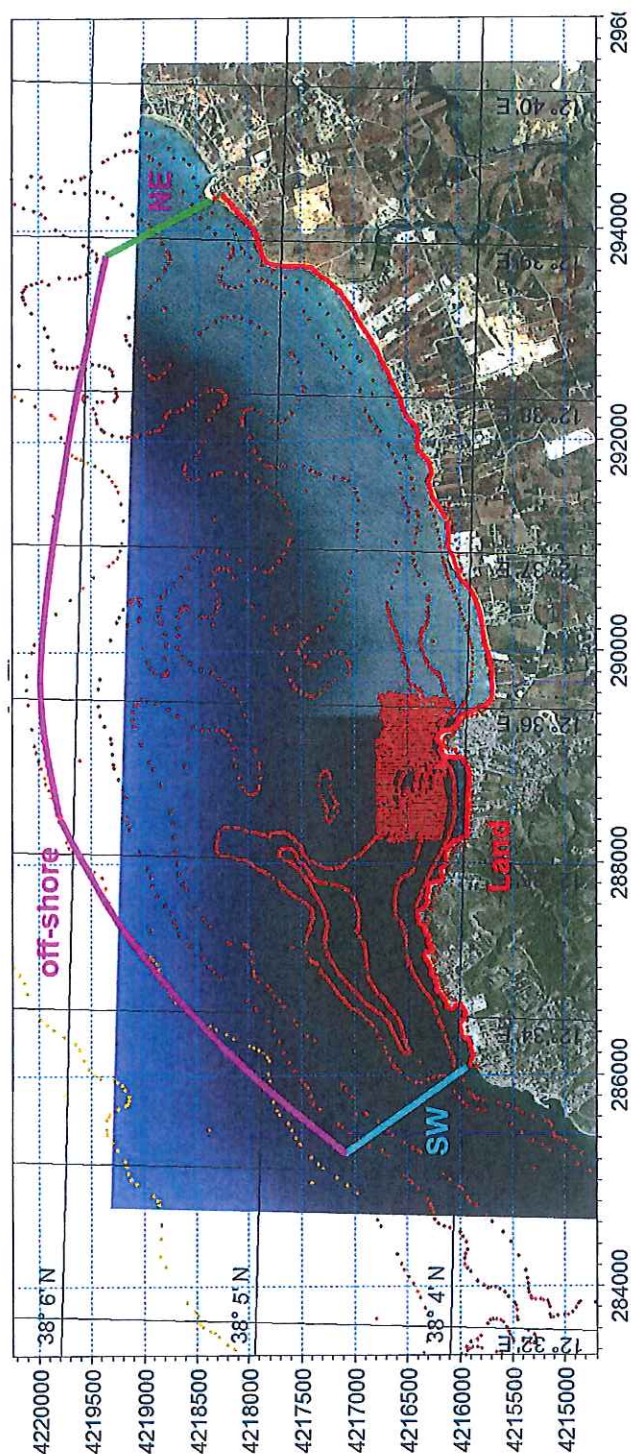


Figura 3-2 Estensione del dominio di calcolo, localizzazione delle condizioni al contorno ed illustrazione delle isobate presenti nella carte nautiche digitalizzate utilizzate.

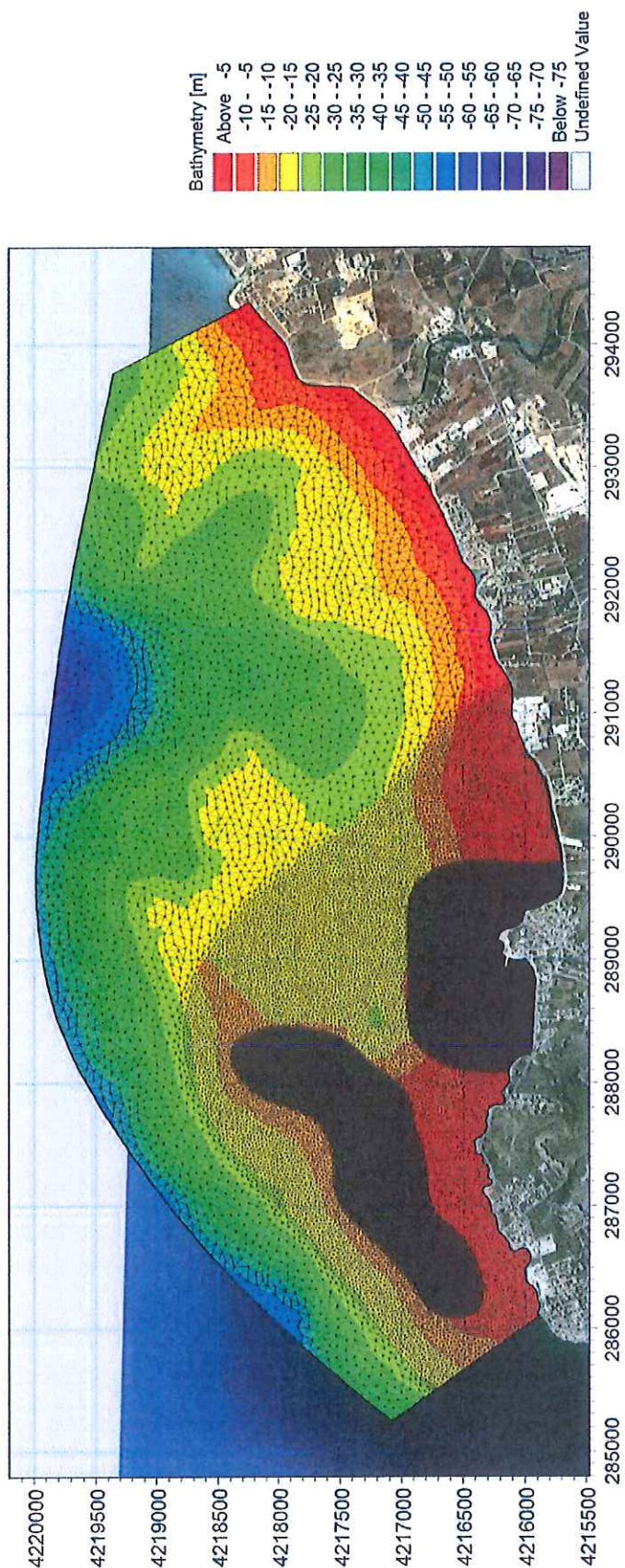


Figura 3-3 Mesh di calcolo e quote batimetriche. Si possono notare le due zone a risoluzione più elevata: la prima in corrispondenza del porto in progetto, la seconda in prossimità delle "secche di Bonagia".

3.3 Condizioni al contorno

In corrispondenza dei bordi aperti del dominio di calcolo è stato necessario definire specifiche condizioni al contorno. In particolare la boundary di largo è stata assunta come "off-shore boundary", mentre i contorni Sud-Ovest e Nord-Est sono stati schematizzati come "lateral boundaries".

La "off-shore boundary" consente di definire le caratteristiche dell'onda di volta in volta in ingresso al dominio di calcolo in termini di altezza d'onda significativa, periodo di picco e direzione media di provenienza. In corrispondenza di una condizione al contorno di tipo laterale ("lateral boundary") il modello calcola una soluzione semplificata delle equazioni lungo il contorno (approccio monodimensionale) a partire dalle caratteristiche dell'onda nel punto di incontro tra la boundary laterale e quella off-shore ed in funzione delle caratteristiche batimetriche lungo il contorno laterale stesso. Tale condizione al contorno consente quindi alle onde di propagarsi da e verso l'esterno del dominio di calcolo senza influenzare il risultato all'interno del dominio stesso.

3.4 Scenari di simulazione

Il modello numerico così costruito è stato utilizzato per propagare dal largo verso costa le due differenti serie di onde già individuate nell'ambito del modello d'onda di larga scala. In particolare, si sono propagate le seguenti serie:

- la prima serie è costituita dai 690 eventi (classi) rappresentativi del clima ondoso ordinario precedentemente individuati a partire dai dati al largo, simulati al fine di caratterizzare il clima meteo-marino di riferimento sottocosta;
- la seconda serie è costituita dai 884 eventi di mareggiata sopra soglia. La propagazione verso costa di tutti gli eventi sopra soglia permetterà di effettuare successivamente la regolarizzazione statistica immediatamente al largo del sito di interesse.

3.5 Risultati delle simulazioni

Le simulazioni effettuate con il modello di propagazione del moto ondoso MIKE 21 SW, in riferimento al clima ondoso ordinario ed agli eventi di mareggiata sopra soglia, hanno permesso di ottenere la distribuzione delle principali grandezze di moto ondoso (altezza d'onda significativa, periodo di picco e direzione media di propagazione) in tutti i punti del dominio di calcolo.

Le immagini seguenti in illustrano, a titolo di esempio, la distribuzione dell'altezza d'onda significativa in tutto il dominio di calcolo rispettivamente per un'onda ordinaria (Figura 3-4) e per un'onda rappresentativa di un evento di mareggiata sopra soglia (Figura 3-5).

L'analisi dei risultati del modello risulta di notevole interesse nella valutazione dei processi di rifrazione, *shoaling* e attrito col fondo dovuti alle variazioni batimetriche.

Particolare attenzione è stata rivolta alla zona delle secche di Bonagia. I risultati delle simulazioni mostrano che, in virtù della presenza delle secche, la zona del porto risulta piuttosto "schermata" dalle onde caratterizzate da direzioni comprese nel settore di Nord-Ovest. In Figura 3-6 viene presentato un dettaglio dei risultati nella zona sopracitata in corrispondenza di un evento ondoso ordinario con direzione al largo pari a 325°N.

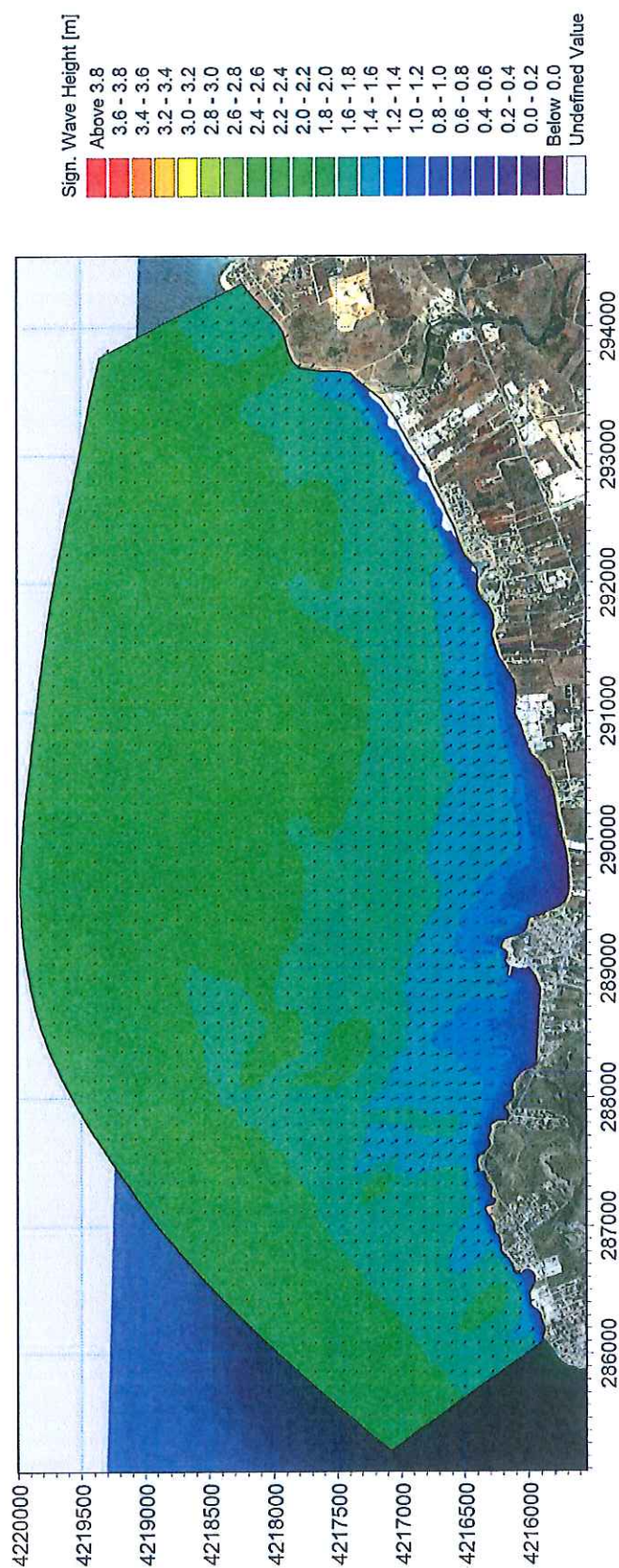


Figura 3-4 Distribuzione dell'altezza d'onda significativa e direzione di provenienza (Caratteristiche d'onda al largo $H_s=2.1\text{m}$; $T_p=6.8\text{s}$; $MWD=315^\circ\text{N}$).

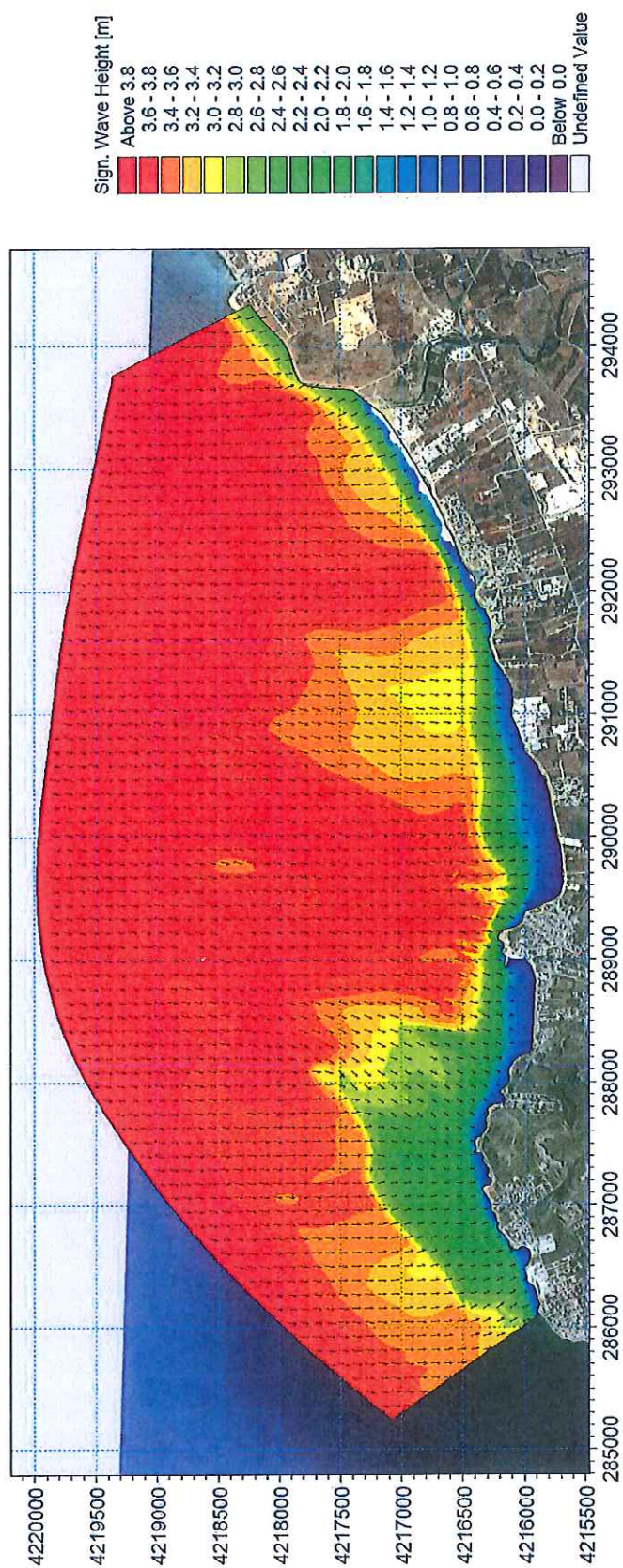


Figura 3-5 Distribuzione dell'altezza d'onda significativa e direzione di provenienza (Caratteristiche d'onda al largo $H_s=4.1\text{m}$; $T_p=9.3\text{s}$; $MWD=10^\circ\text{N}$).

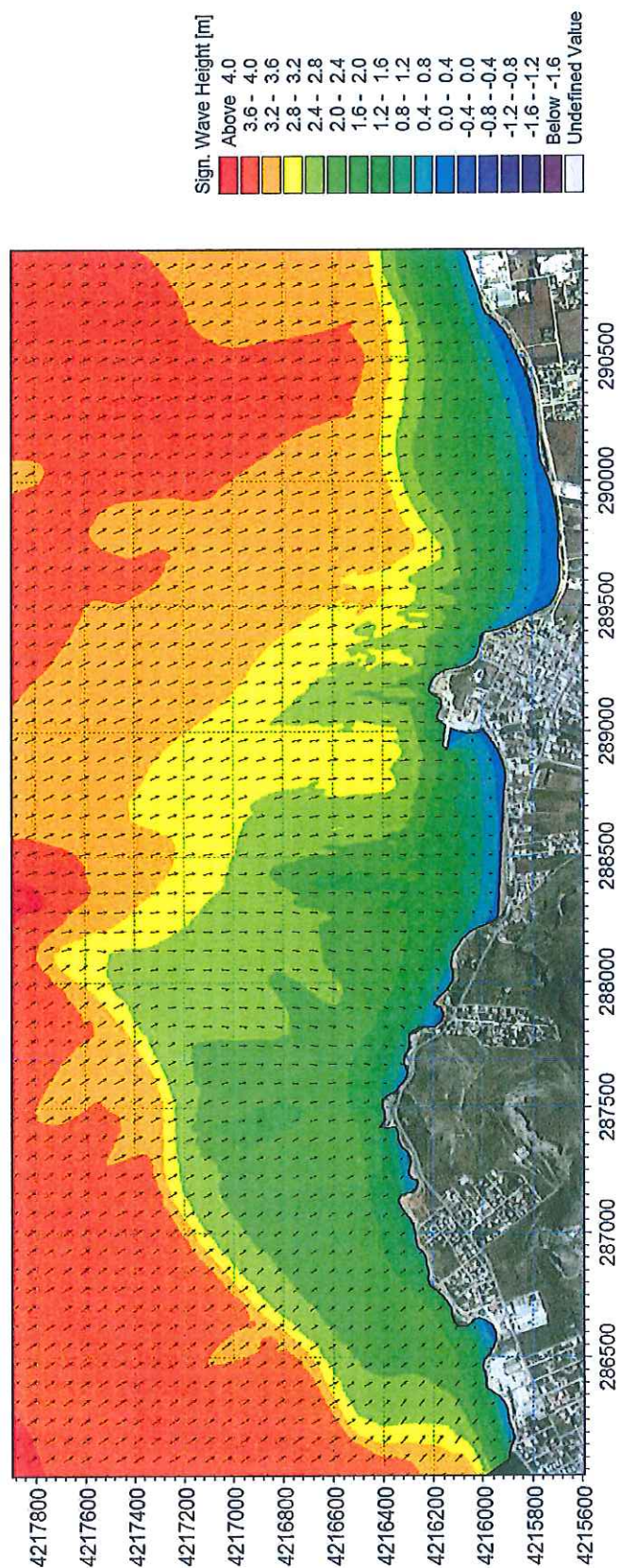


Figura 3-6 Dettaglio della distribuzione di altezza d'onda nella zona delle secche di Bonagia. (Caratteristiche d'onda al largo $H_s=4.0\text{m}$; $T_p=8.9\text{s}$; $MWD=325^\circ\text{N}$).

I risultati del modello di propagazione del moto ondoso "di dettaglio", finalizzato alla determinazione del clima ondoso ordinario ed estremo nei pressi dell'imboccatura del porto in progetto, sono stati utilizzati nella definizione delle onde da simulare per il modello di agitazione ondosa residua interna al nuovo bacino in progetto, come illustrato nel capitolo seguente.

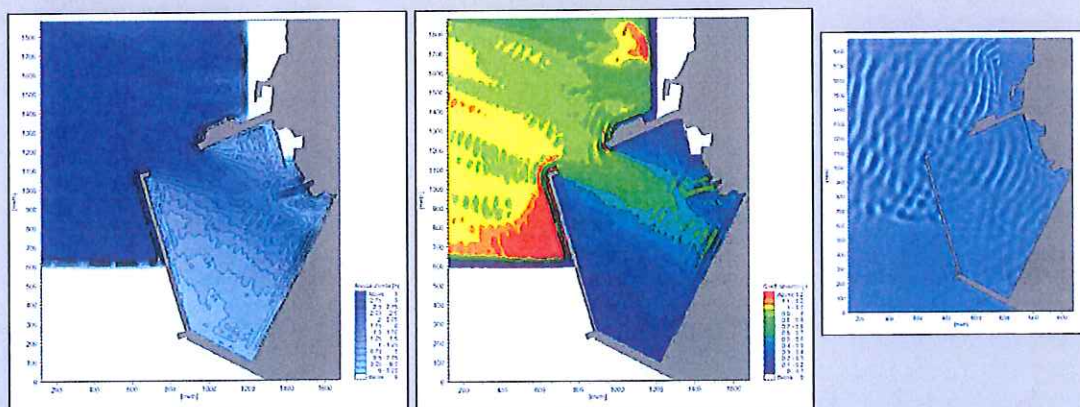
4 STUDIO DELL'AGITAZIONE INTERNA

4.1 Approccio modellistico

Lo studio dell'agitazione interna ad un bacino portuale richiede un'analisi complessa e dettagliata di tutte le fenomenologie che caratterizzano la propagazione e la trasformazione del moto ondoso nell'area di studio. E' quindi necessario tenere conto di tutti i fenomeni principali quali rifrazione, *shoaling*, attrito con il fondo, frangimento, diffrazione e riflessione. A tal fine, l'approccio mediante modello numerico risulta la scelta più idonea, dato l'elevato livello di affidabilità e robustezza raggiunto ad oggi dai codici di calcolo.

In particolare, per l'analisi dell'agitazione interna al porto è stato utilizzato il modulo BW (*Boussinesq Waves*) del codice di calcolo bidimensionale MIKE 21 di DHI, che è sicuramente oggi il codice di calcolo più avanzato e completo per la simulazione di onde corte e lunghe in bacini portuali, darsene ed aree costiere in generale. Un'accurata descrizione del modulo utilizzato è riportata nell'allegato C al presente elaborato.

Il modulo Boussinesq Wave (**BW**) di MIKE 21 è basato sulla soluzione numerica delle equazioni di Boussinesq in due dimensioni. Tali equazioni includono i termini non lineari e la dispersione in frequenza. Il modello è in grado di riprodurre l'effetto combinato della maggior parte dei fenomeni che intervengono nella propagazione del moto ondoso in aree costiere e nei porti, quali shoaling, rifrazione, diffrazione e riflessione. MIKE21 BW può tenere in conto della porosità, per la simulazione della riflessione parziale e la trasmissione attraverso pali o frangiflutti. Inoltre è possibile applicare dei contorni assorbenti laddove sia necessario simulare l'assorbimento dell'energia dell'onda (ad esempio un contorno off-shore o una spiaggia). L'immissione delle onde all'interno del dominio di calcolo può avvenire attraverso i contorni aperti o direttamente da linee di generazione interne. Il modello può essere applicato allo studio dell'agitazione di porti o in aree costiere ove sia limitato il frangimento.



4.2 Layout progettuale

Lo studio dell'agitazione interna è stato condotto in riferimento al layout progettuale proposto dall'Ufficio del Genio Civile Opere Marittime per la Sicilia. La soluzione progettuale individuata è illustrata in Figura 4-1.

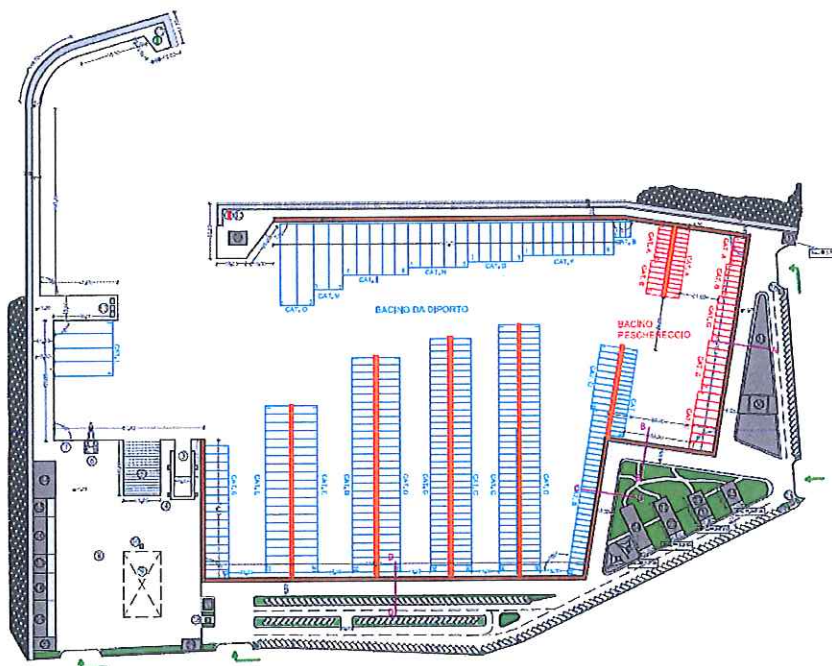


Figura 4-1 Layout progettuale del porto di Bonagia.

L'analisi dei risultati consentirà di definire se la soluzione progettuale proposta sia associata o meno ad un livello accettabile dell'agitazione ondosa residua, secondo le indicazioni riportate nel documento "Raccomandazioni tecniche per la progettazione dei porti turistici, AIPCN-PIANC Associazione Internazionale di Navigazione (Sezione Italiana)", Febbraio 2002, documento di riferimento per la progettazione di porti turistici.

4.3 Estensione del modello e batimetria

Integrando i dati batimetrici a disposizione con le planimetrie di progetto è stato possibile costruire una griglia di calcolo a maglia quadrata relativa all'intero bacino portuale e ad una porzione sufficientemente estesa di mare antistante. L'estensione del modello è illustrata in Figura 4-2, unitamente alle informazioni batimetriche.

Per quanto riguarda la caratterizzazione batimetrica dell'area di studio si è fatto riferimento al rilievo di dettaglio eseguito nel 2010 messo a disposizione di DHI Italia dall'Ufficio del Genio Civile Opere Marittime di Palermo. Tale rilievo, disponibile per un'area non sufficientemente estesa da coprire tutto il dominio di calcolo, è stato integrato attraverso l'impiego del database di carte nautiche digitalizzate CM-93 di C-MAP.

La risoluzione spaziale è vincolata dalla necessità di disporre di almeno 20 punti di calcolo per ogni lunghezza d'onda rappresentata nonché al dettaglio nella

descrizione degli elementi strutturali che costituiscono il layout del porto. In funzione delle caratteristiche del sito, è stato necessario adottare celle di lato pari a 2m. La griglia di calcolo risulta composta complessivamente da 950 x 600 (570'000) celle per una superficie totale pari a circa 2.3 Km².

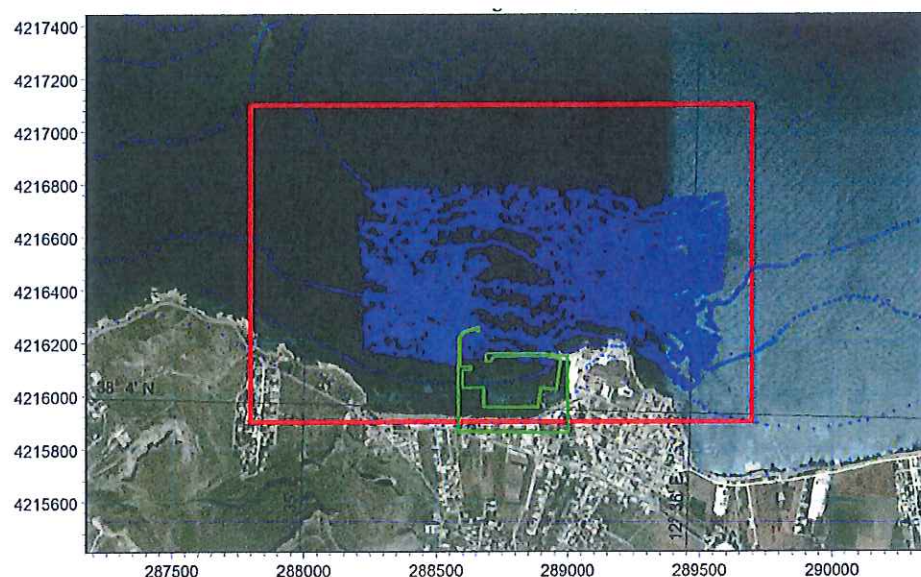


Figura 4-2 Estensione del modello ed illustrazione delle informazioni batimetriche.

Le quote di rilievo sono state successivamente interpolate al fine di ricostruire la geometria del fondale nell'area esterna al bacino portuale. In tale fase sono stati adottati opportuni accorgimenti finalizzati a rendere la batimetria più regolare ed aderente alla realtà fisica.

Relativamente alle aree emerse ed alle strutture, è stato imposto un valore di quota costante, pari a 10 metri, ipotizzando l'impossibilità di sormonto da parte delle acque. La batimetria così costruita è riportata in Figura 4-3. In corrispondenza dei limiti del dominio di calcolo sono stati introdotti appositi strati assorbenti in modo da inibire il fenomeno di riflessione che verrebbe a crearsi in corrispondenza di tale limite fittizio.

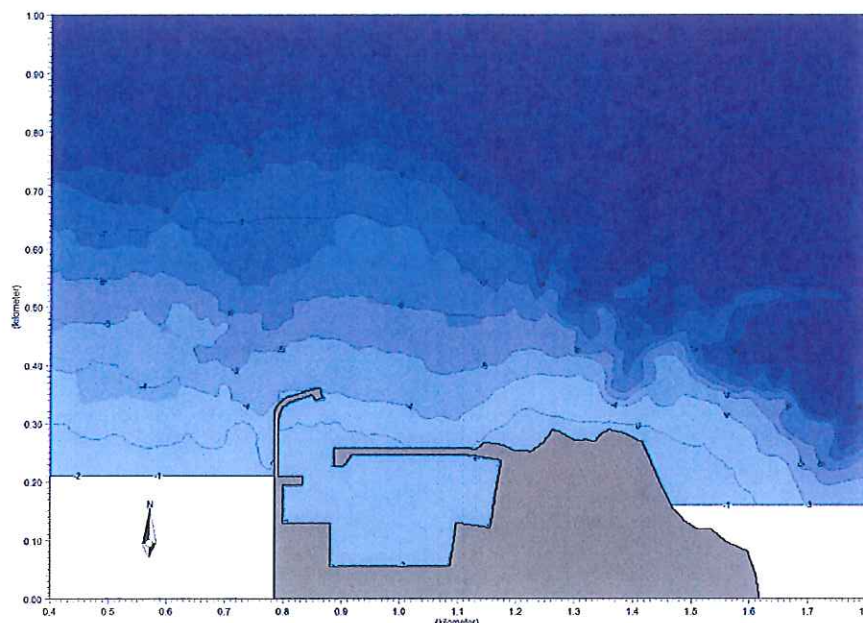


Figura 4-3 Batimetria di calcolo utilizzata in input alle simulazioni.

4.4 Estrazione dei dati meteo-marini al largo del porto

Per eseguire l'analisi dell'agitazione ondosa residua all'interno del porto risulta fondamentale effettuare preliminarmente un'analisi del clima ondoso ordinario e degli eventi estremi al largo dell'imboccatura portuale. A tal fine, sono stati estratti dal modello di propagazione del moto ondoso verso costa i risultati relativi al clima ordinario ed agli eventi di mareggiata sopra soglia in un punto "P BW" di coordinate (nel sistema di riferimento UTM33) pari a 288700 E, 4216650 N posto ad una profondità di circa 10m, la cui localizzazione è evidenziata in Figura 4-4.

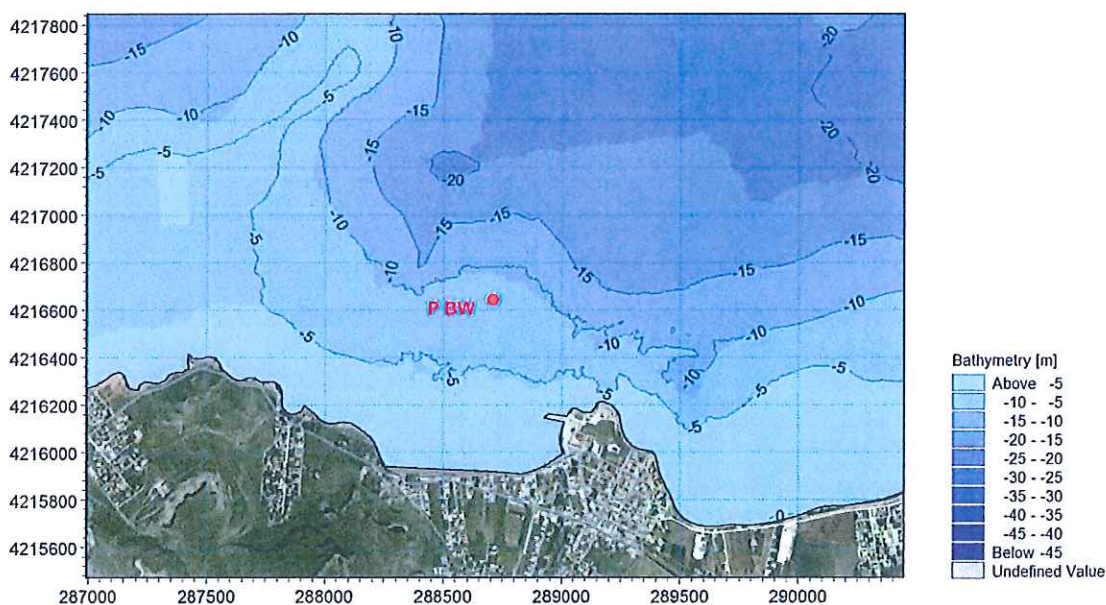


Figura 4-4 Punto di estrazione per l'analisi del moto ondoso al largo dell'imboccatura portuale.

4.6 Analisi statistica degli eventi estremi sottocosta

Analogamente a quanto visto per il clima ordinario, al fine di caratterizzare il regime degli eventi di mareggiata sopra soglia sottocosta, gli 884 eventi di mareggiata sono stati raggruppati in classi di altezza d'onda e direzione media di provenienza, in modo da poterli illustrare secondo la classica rappresentazione a rosa (Figura 4-6).

L'immagine mette in evidenza che sottocosta, analogamente a quanto visto per quanto riguarda il clima ordinario, gli eventi di mareggiata più frequenti sono quelli provenienti dal settore di Nord.

Al fine di poter effettuare l'analisi statistica per settori direzionali, gli 884 eventi di mareggiata sono stati suddivisi in quattro settori, individuati sulla base delle caratteristiche del regime degli eventi di mareggiata sottocosta. I settori individuati sono illustrati in Tabella 4-2.

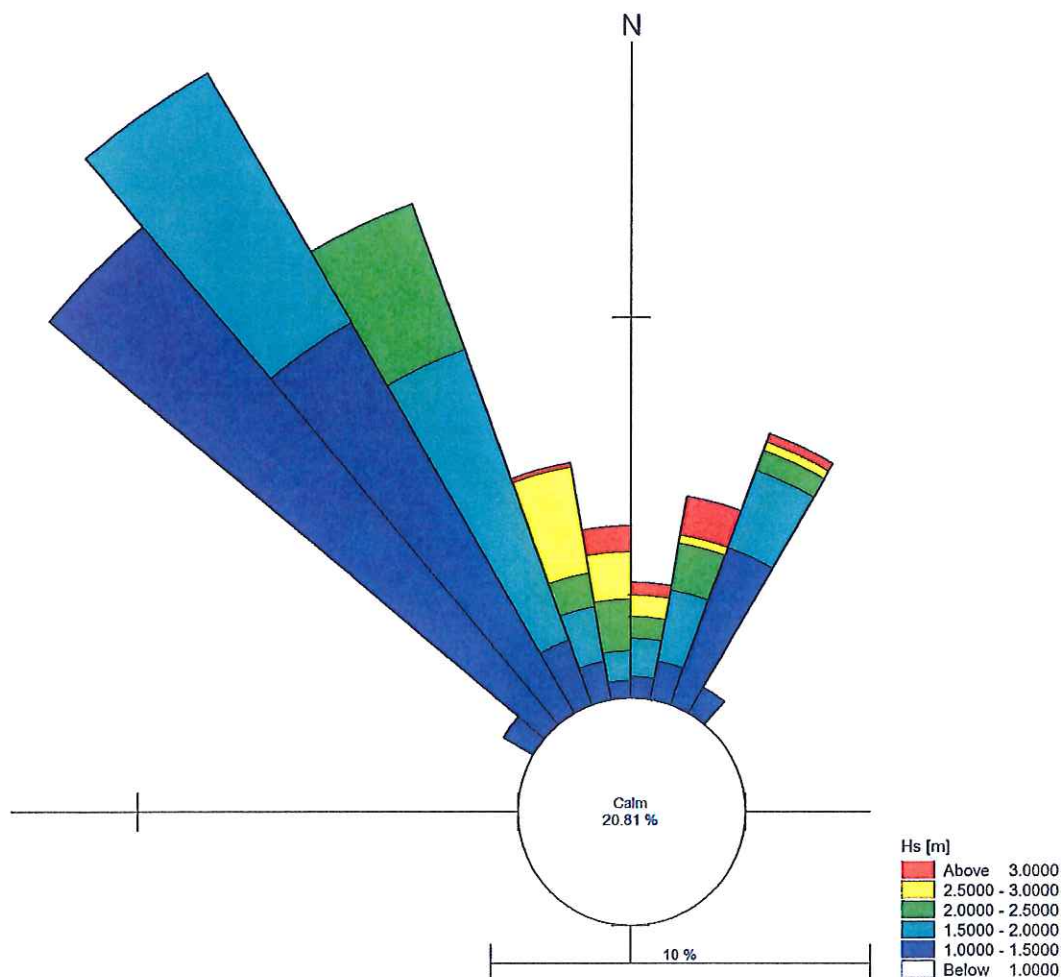


Figura 4-6 Rosa degli eventi di mareggiata al largo dell'imboccatura portuale.

Tabella 4-2 Settori individuati per l'analisi statistica direzionale degli eventi estremi sottocosta.

Settore	°N
A	320-340
B	340-360
C	0-20
D	20-40

La regolarizzazione statistica, sia omnidirezionale che direzionale, è stata effettuata utilizzando il modulo EVA – Extreme Values Analysis del DHI. Gli eventi di mareggiata sono stati pertanto processati statisticamente mediante l'applicazione del cosiddetto metodo POT (Peak Over Threshold). Tale metodo, contrariamente al metodo del valore massimo annuale, permette, una volta individuata una specifica soglia minima di altezza d'onda, di considerare nell'analisi gli eventi di mareggiata a prescindere dal fatto che essi si siano o meno verificati nello stesso anno o in anni diversi. La soglia relativa al metodo P.O.T. è stata valutata separatamente per ogni analisi statistica effettuata (omnidirezionale e direzionali).

I risultati delle elaborazioni sono riportati di seguito in forma grafica (da Figura 4-7 a Figura 4-11) e tabellare (Tabella 4-3). La distribuzione di probabilità che ha approssimato meglio i dati è la distribuzione "Weibull". Nel grafico sono rappresentati in linea tratteggiata i limiti dell'intervallo di confidenza al 95%.

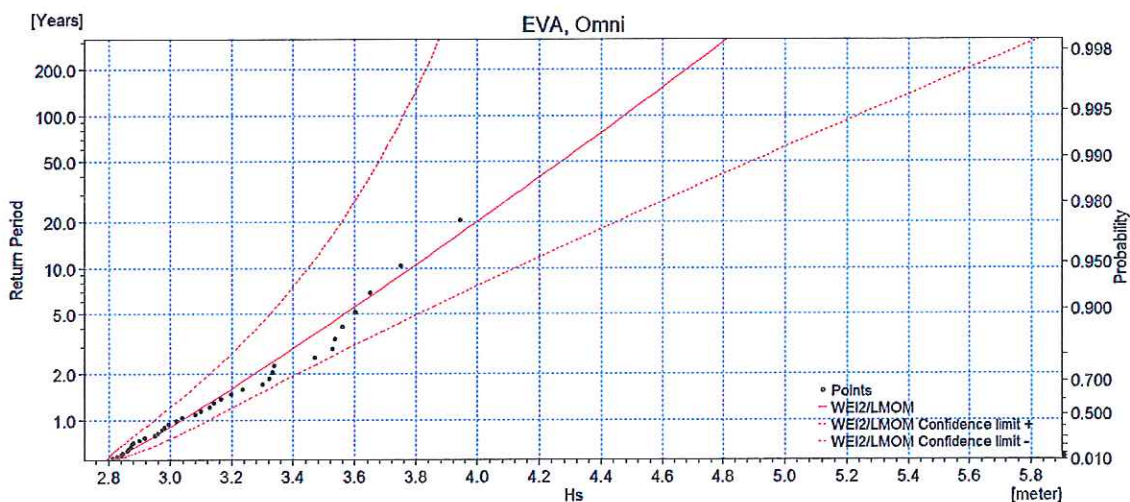


Figura 4-7 Analisi statistica omnidirezionale degli eventi estremi al largo del porto.

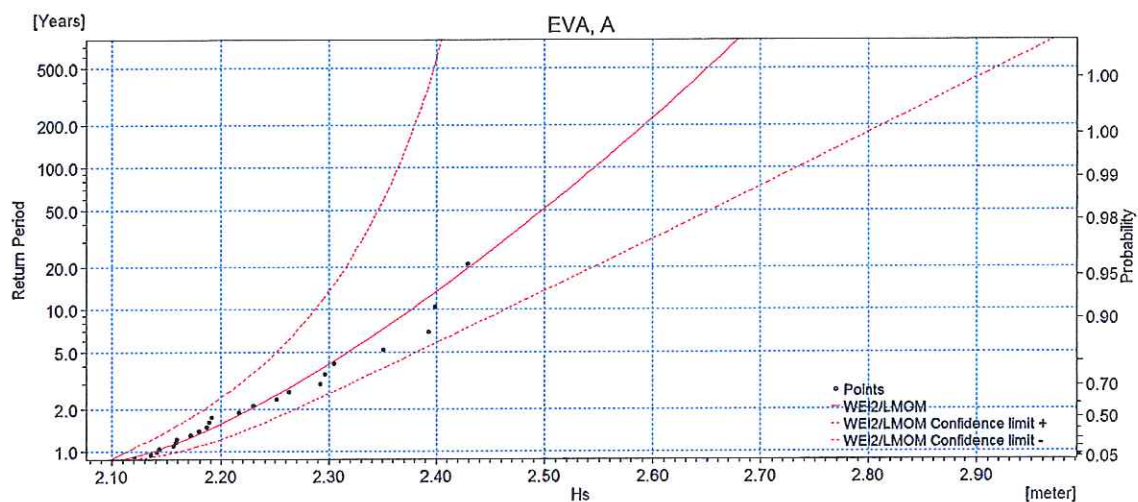


Figura 4-8 Analisi statistica degli eventi estremi al largo del porto per il settore A.

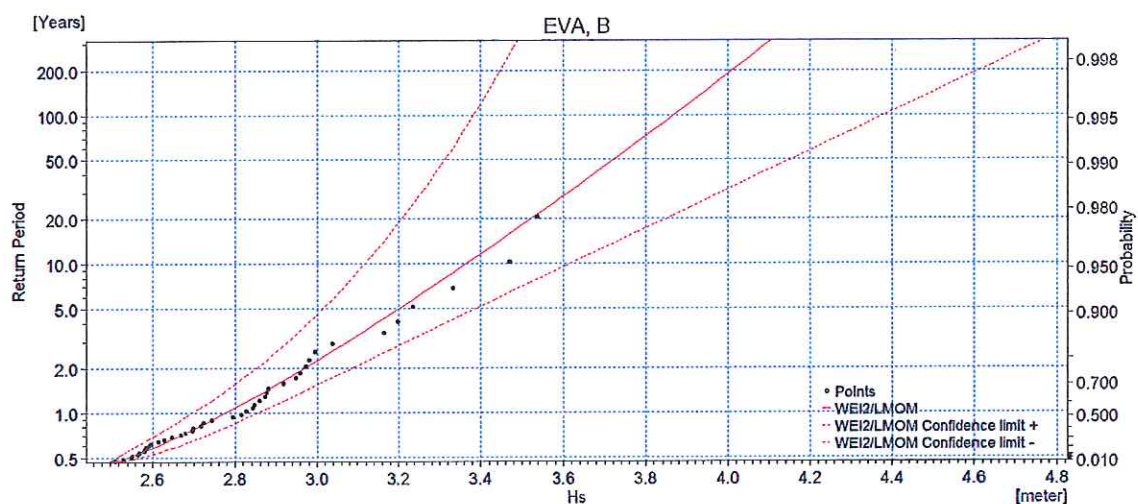


Figura 4-9 Analisi statistica degli eventi estremi al largo del porto per il settore B.

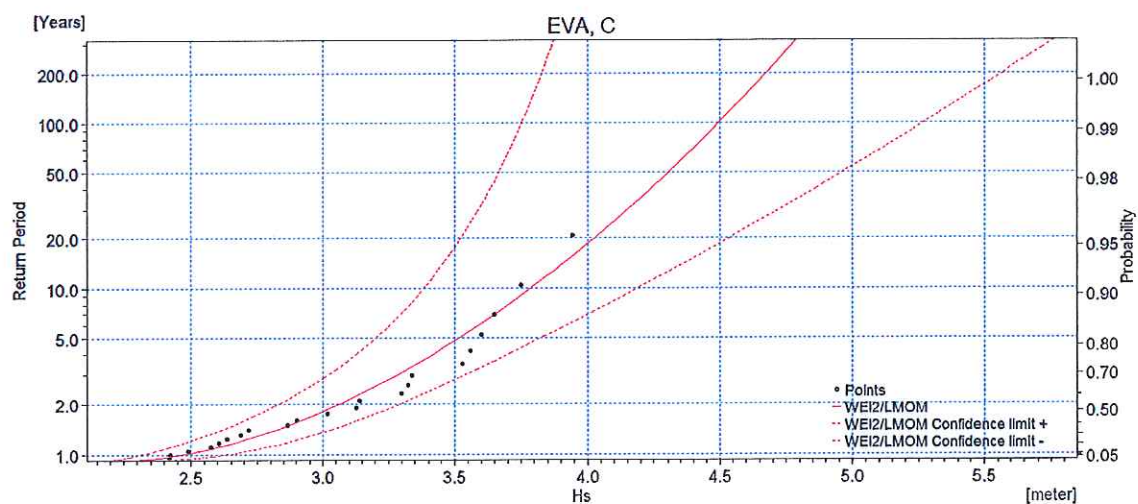


Figura 4-10 Analisi statistica degli eventi estremi al largo del porto per il settore C.

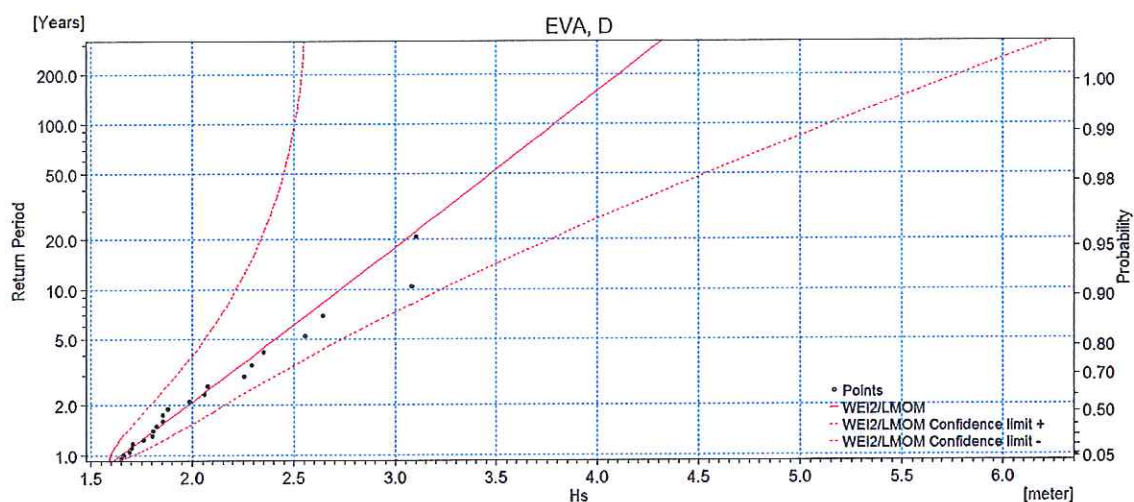


Figura 4-11 Analisi statistica degli eventi estremi al largo del porto per il settore D.

Tabella 4-3 Analisi statistica degli eventi estremi: Valori di altezza d'onda significativa (H_s) e deviazione standard ($ST.D$) in funzione del periodo di ritorno T .

	T [anni]	H_s [m]	ST.DV [m]		T [anni]	H_s [m]	ST.DV [m]
Omni	1	3.04	0.05	C	1	2.47	0.08
	5	3.57	0.12		5	3.52	0.16
	10	3.78	0.17		10	3.79	0.20
	20	4.04	0.22		20	4.03	0.25
	50	4.30	0.30		50	4.30	0.32
	100	4.50	0.37		100	4.50	0.38
	200	4.68	0.44		200	4.68	0.44
A	1	2.14	0.01	D	1	1.65	0.03
	5	2.32	0.03		5	2.40	0.17
	10	2.38	0.05		10	2.73	0.25
	20	2.43	0.06		20	3.05	0.36
	50	2.50	0.08		50	3.47	0.52
	100	2.55	0.10		100	3.79	0.66
	200	2.59	0.11		200	4.10	0.82
B	1	2.78	0.04				
	5	3.20	0.09				
	10	3.37	0.13				
	20	3.52	0.16				
	50	3.72	0.21				
	100	3.87	0.25				
	200	4.01	0.29				

L'analisi dei risultati mette in evidenza che, come atteso, le onde più alte sono quelle provenienti dal settore C (0-20°N). A titolo di esempio, l'onda associata al periodo di ritorno di 100 anni per il settore B risulta essere pari a 4.5m.

La variabilità nella stima dell'altezza d'onda ad elevato tempo di ritorno induce, anche in questo caso, una necessaria cautela nel trattare tali stime.

4.7 Scelta delle onde di riferimento per lo studio

La definizione delle onde di riferimento per le simulazioni è stata condotta nell'ottica di analizzare il comportamento del layout portuale in termini di agitazione interna residua in relazione a diverse condizioni che sono state selezionate in accordo con le indicazioni fornite dai tecnici del Genio Civile Opere Marittime, prendendo a riferimento le indicazioni presenti nel documento *"Raccomandazioni tecniche per la progettazione dei porti turistici, AIPCN-PIANC Associazione Internazionale di Navigazione (Sezione Italiana)"*, Febbraio 2002. In particolare sono state selezionate le seguenti condizioni:

- onda ordinaria con frequenza di accadimento pari a 1 o 2 giorni all'anno (condizione di "comfort");
- onda con periodo di ritorno pari a 5 anni (condizione "di sicurezza");
- onda con periodo di ritorno pari a 50 anni (condizione "limite").

L'analisi della condizione di "comfort" è stata condotta selezionando 4 onde a partire dal clima ondoso ordinario illustrato nel paragrafo 4.5, una per ogni settore direzionale individuato in funzione del paraggio in esame e del layout portuale. In Tabella 4-4 sono illustrate le onde selezionate per le successive simulazioni della condizione di "comfort".

Tabella 4-4 Onde di riferimento per la verifica delle condizioni di comfort.

Onda	Hs [°m]	Tp [s]	MWD [°N]
1	1.7	6.0	335
2	1.7	6.0	350
3	2.1	6.7	10
4	1.7	6.0	25

L'analisi della condizione "limite" e della condizione "di sicurezza" è stata condotta in riferimento all'analisi statistica degli eventi estremi illustrata nel paragrafo 4.6. In Tabella 4-5 e Tabella 4-6 sono illustrate le onde selezionate per le successive simulazioni, rispettivamente per la condizione "di sicurezza" e per quella di "limite".

Tabella 4-5 Onde di riferimento per la verifica delle condizioni di sicurezza (T=5 anni).

Onda	Hs [°m]	Tp [s]	MWD [°N]
5	2.3	6.8	335
6	3.2	7.8	350
7	3.5	8.2	10
8	2.4	7.0	25

Tabella 4-6 Onde di riferimento per la verifica delle condizioni limite ($T=50$ anni).

Onda	Hs [°m]	Tp [s]	MWD [°N]
9	2.5	7.1	335
10	3.7	8.4	350
11	4.3	8.9	10
12	3.5	8.1	25

La direzione media di propagazione utilizzata nelle simulazioni è stata opportunamente selezionata sulla base delle effettive frequenze associate alle direzioni degli eventi ordinari ed estremi presenti all'interno di ciascun settore.

La relazione che lega il periodo di picco T_p e l'altezza d'onda significativa H_s è stata basata sulla relazione empirica illustrata nel paragrafo 2.6.1.

La propagazione delle onde prescelte è stata analizzata simulandone l'intero spettro in termini di direzione e frequenza, utilizzando onde direzionali irregolari, generate da un apposito applicativo di MIKE 21 BW. Per ogni onda di riferimento è stato adottato uno spettro di tipo JONSWAP. Le onde sono state introdotte nel sistema attraverso una linea di generazione interna al dominio di calcolo, per la quale sono stati elaborati i vettori tempovarianti di densità di flusso e pendenza della superficie libera. Il risultato fornito dalle simulazioni, rappresentando l'intero spettro, tiene quindi conto anche di componenti caratterizzate da lunghezze d'onda e direzioni non uniformi, offrendo l'informazione più completa disponibile da un'unica simulazione. La linea di generazione, in entrambe le griglie di calcolo, è stata posizionata parallelamente all'asse X della batimetria.

4.8 Parametri di riflessione

In corrispondenza di tutti gli elementi rigidi del dominio di calcolo è stato definito un coefficiente di porosità del materiale che regola i fenomeni di riflessione dovuti alla presenza delle strutture. Tale parametro è definito per ogni tratto in funzione delle caratteristiche medie dell'onda incidente e della profondità d'acqua antistante la struttura.

In riferimento alla tipologia delle opere presenti nel dominio di simulazione, sono stati adottati differenti parametri di riflessione definiti in base a quanto riportato in letteratura (rif. Coastal Engineering Manual – Part II – Chapter 7 – Wave reflection). Gli intervalli dei coefficienti di riflessione utilizzati nel modello sono illustrati in Tabella 4-7. In Figura 4-12 sono indicati i tratti considerati omogenei dal punto di vista della tipologia strutturale.

In base a tali parametri, alla profondità locale ed alle caratteristiche dell'onda incidente sono stati successivamente definiti i coefficienti di porosità di ogni tratto, richiesti dal modello numerico. Il valore del coefficiente di riflessione è espresso con un intervallo numerico, dal momento che a ciascuna condizione d'onda è associato un coefficiente di riflessione diverso.

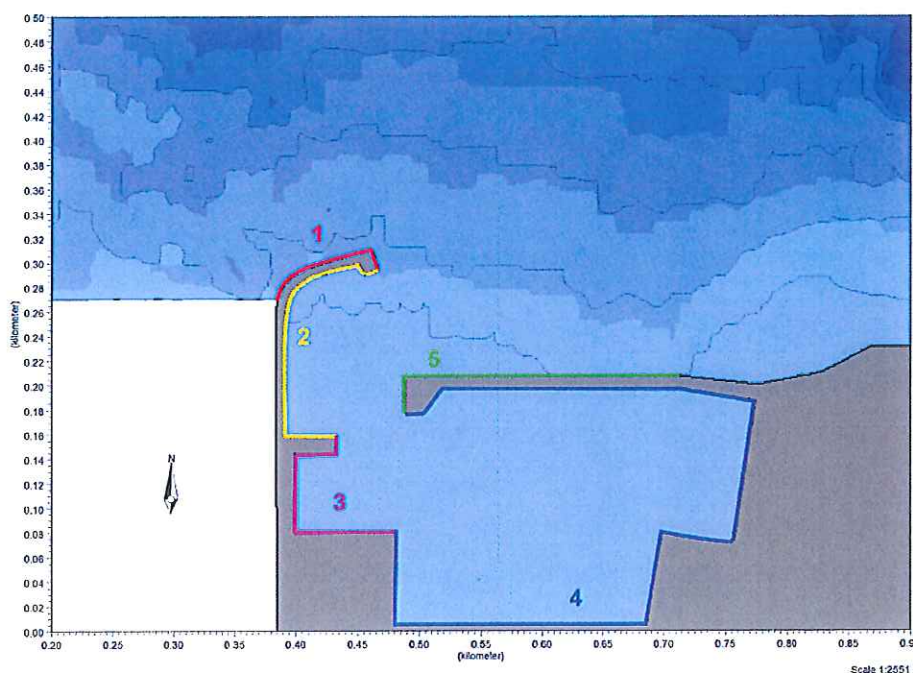


Figura 4-12 Tratti omogenei in termini di tipologia di strutture e di coefficienti di riflessione.

Tabella 4-7 Intervalli dei coefficienti di riflessione utilizzati per ciascuna tipologia di struttura individuata.

Tipo	Descrizione	R
1	Soprafflutto Esterno - Cassoni anti riflettenti	0.7-0.8
2	Soprafflutto Interno - Cassoni anti riflettenti	0.7-0.8
3	Banchina darsena esterna	0.8-0.9
4	Banchina darsena esterna	0.8-0.9
5	Sottoflutto Esterno - Cassoni anti riflettenti	0.7-0.8

4.9 Periodo di simulazione e passo di integrazione

In aggiunta ai parametri descritti nei paragrafi precedenti, il modello numerico necessita della definizione del periodo di simulazione e del passo temporale di integrazione. Il periodo di simulazione deve essere sufficientemente esteso al fine di consentire il completo sviluppo del moto ondoso in tutto il dominio di calcolo. Tale periodo è funzione delle dimensioni dell'area di studio e della velocità di propagazione delle onde. Per tutte le simulazioni condotte è stato considerato un intervallo di tempo pari a 1 ora, che risulta più che sufficiente per il pieno sviluppo del moto ondoso in tutto il dominio di calcolo.

La scelta del passo temporale di integrazione è uno degli aspetti fondamentali per garantire la stabilità numerica della soluzione ed è definito in funzione sia della risoluzione spaziale della griglia di calcolo, in base al numero di *Courant*, sia del periodo delle onde simulate. In particolare, utilizzando le equazioni di *Boussinesq* estese, è necessario che il periodo minimo sia risolto in almeno 25-30 passi di calcolo. Per tutte le simulazioni condotte è stato adottato un passo temporale di integrazione pari a 0.1 secondi che verifica entrambi i criteri sopra esposti.

4.10 Risultati delle simulazioni

In questo paragrafo sono riportati i risultati delle simulazioni, in termini di coefficiente di disturbo (relativamente alle onde ordinarie) e di altezza d'onda significativa (relativamente alle onde estreme). I risultati saranno commentati nei paragrafi successivi e nello stesso tempo sarà valutato il rispetto dei parametri di agitazione suggeriti dalle "Raccomandazioni tecniche per la progettazione dei porti turistici, AIPCN-PIANC".

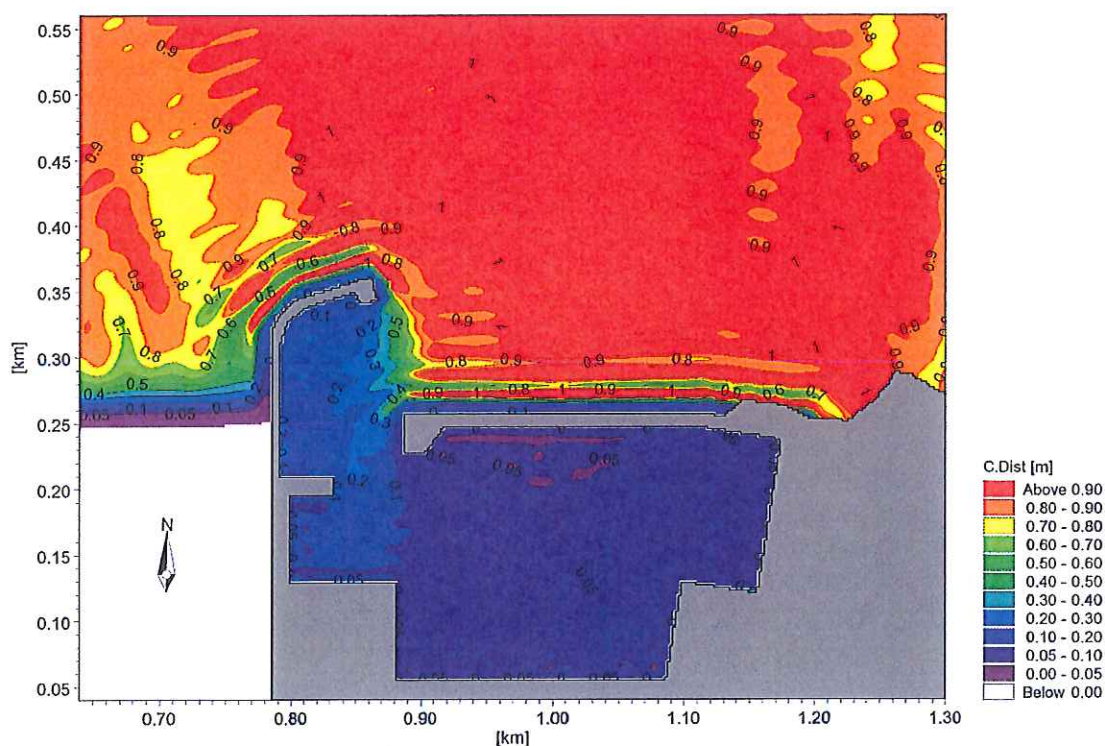


Figura 4-13 Onda 1: Distribuzione del coefficiente di disturbo.

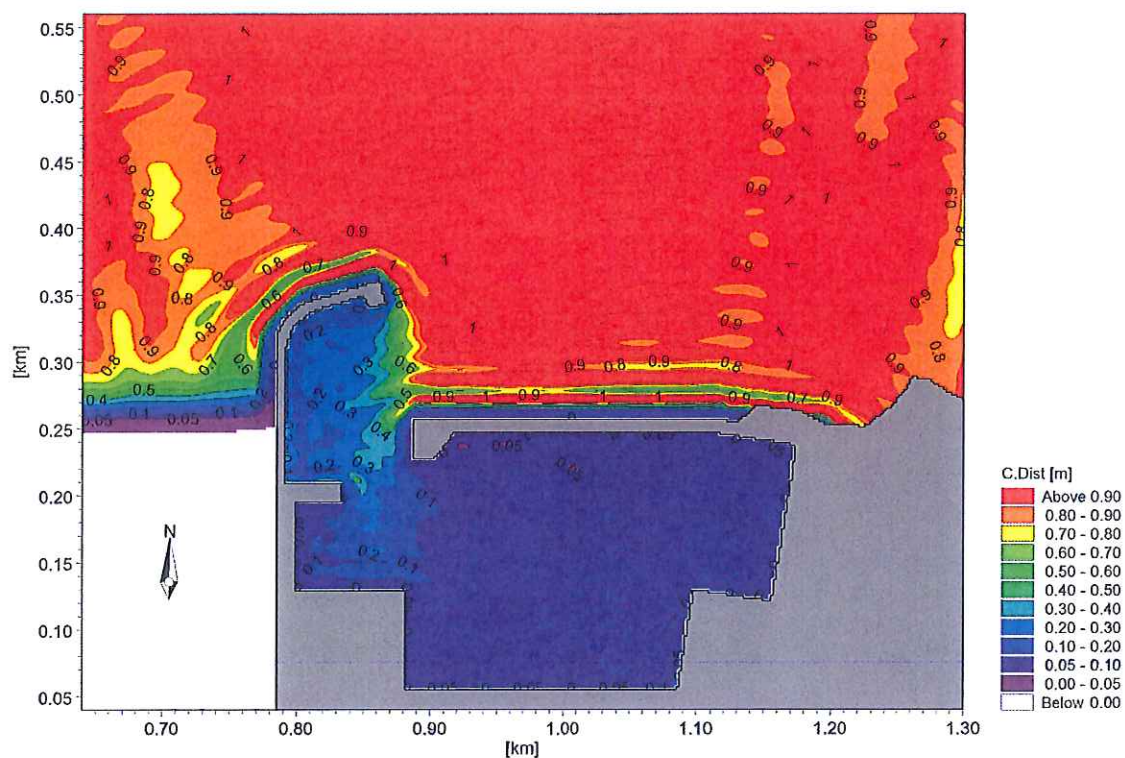


Figura 4-14 Onda 2: Distribuzione del coefficiente di disturbo.

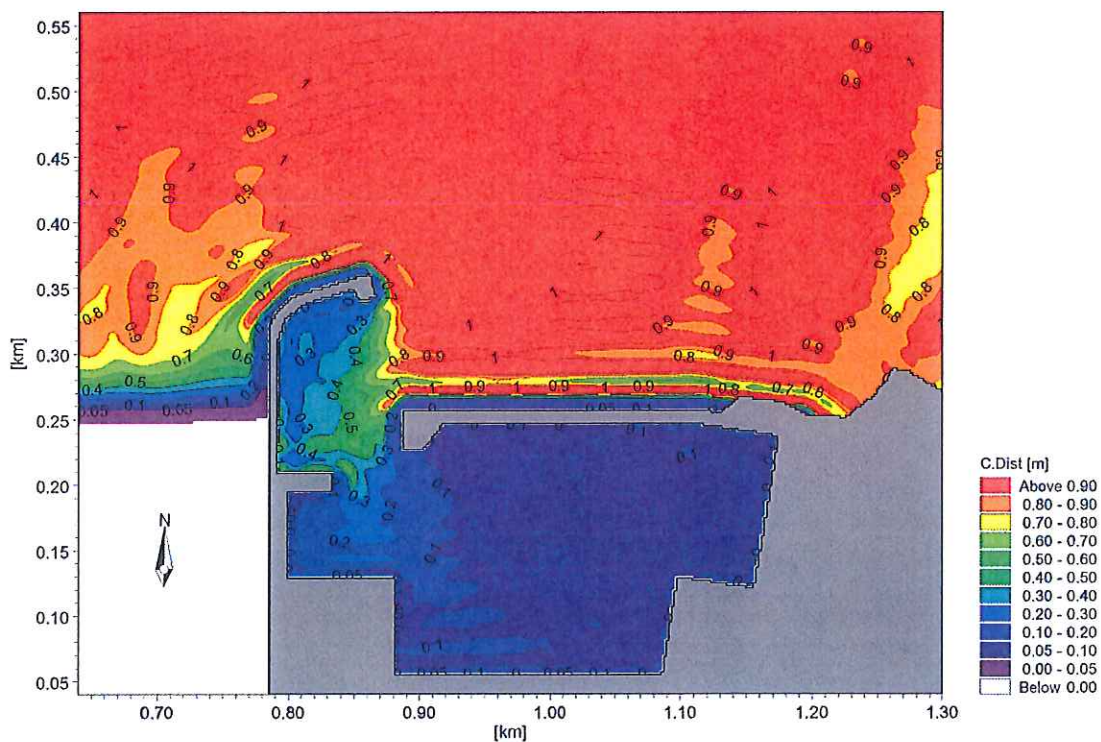


Figura 4-15 Onda 3: Distribuzione del coefficiente di disturbo.

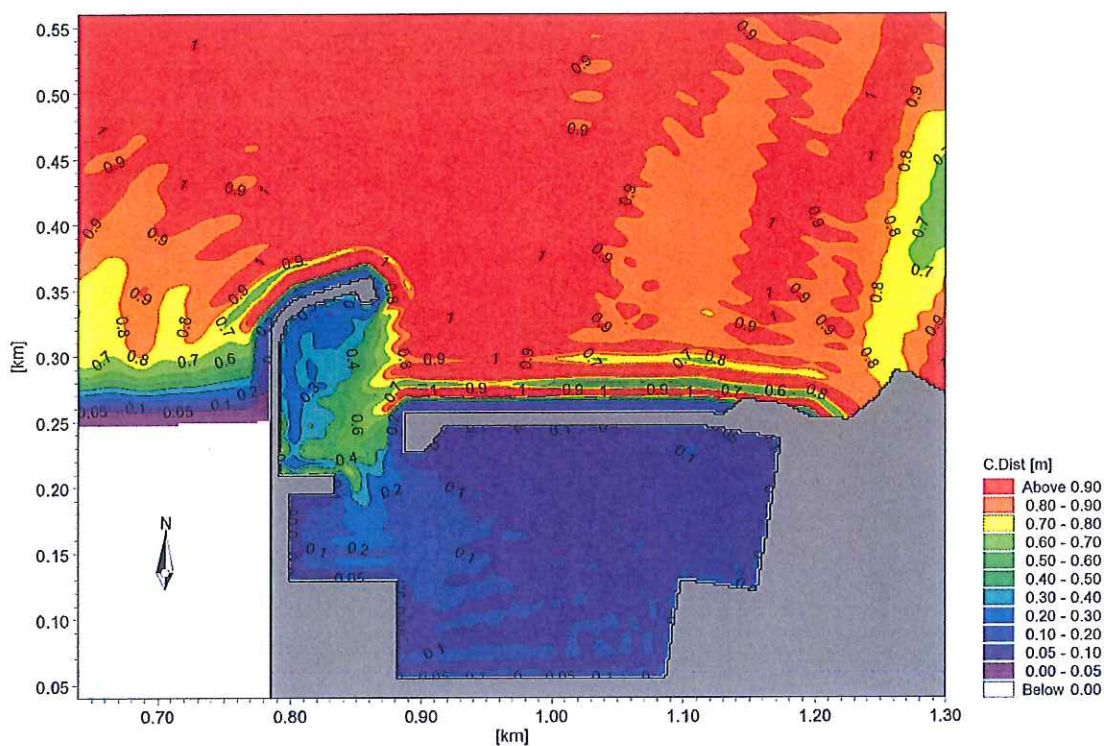


Figura 4-16 Onda 4: Distribuzione del coefficiente di disturbo.

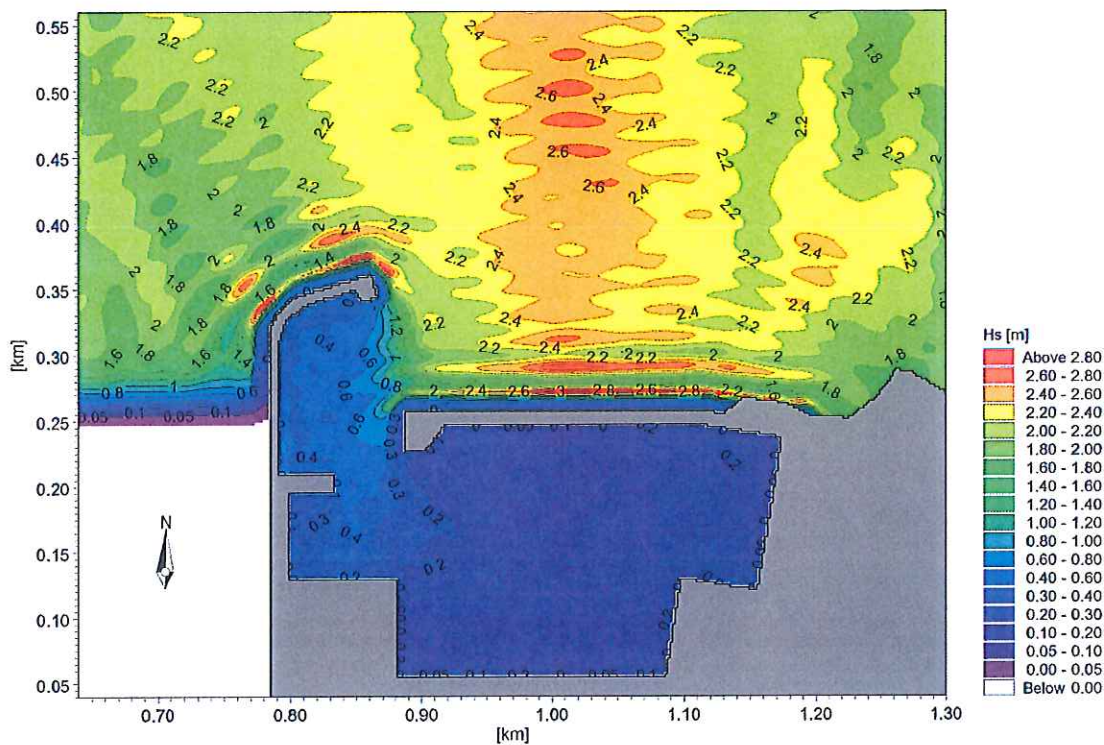


Figura 4-17 Onda 5: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

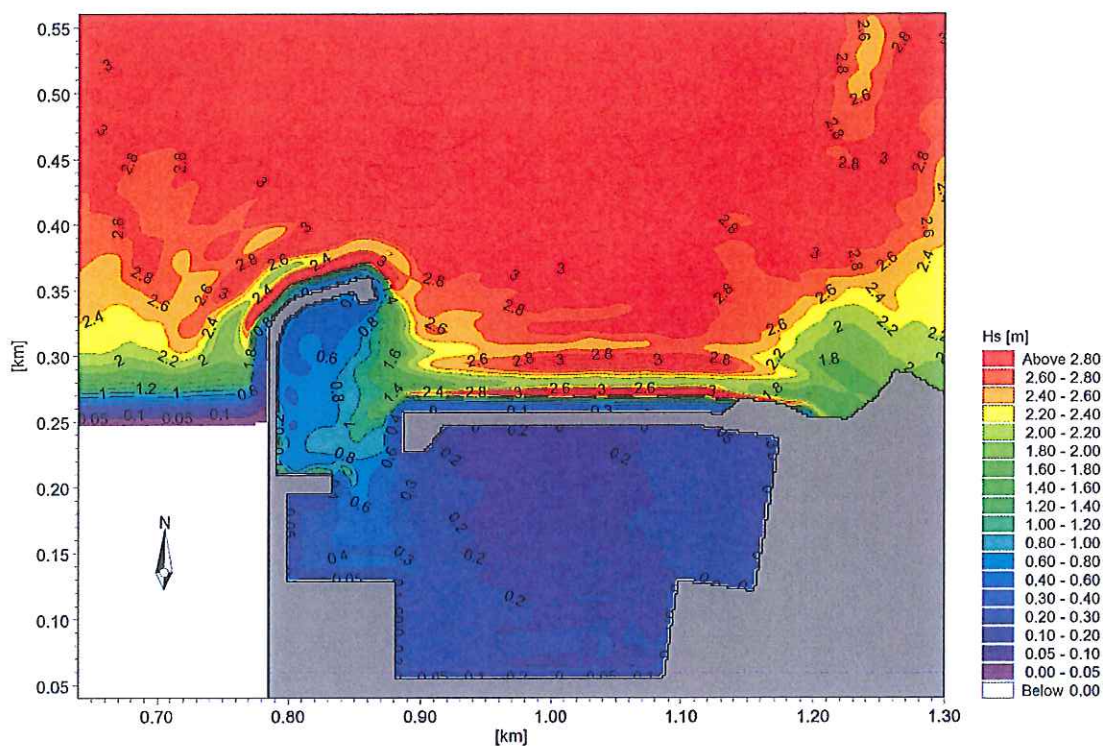


Figura 4-18 Onda 6: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

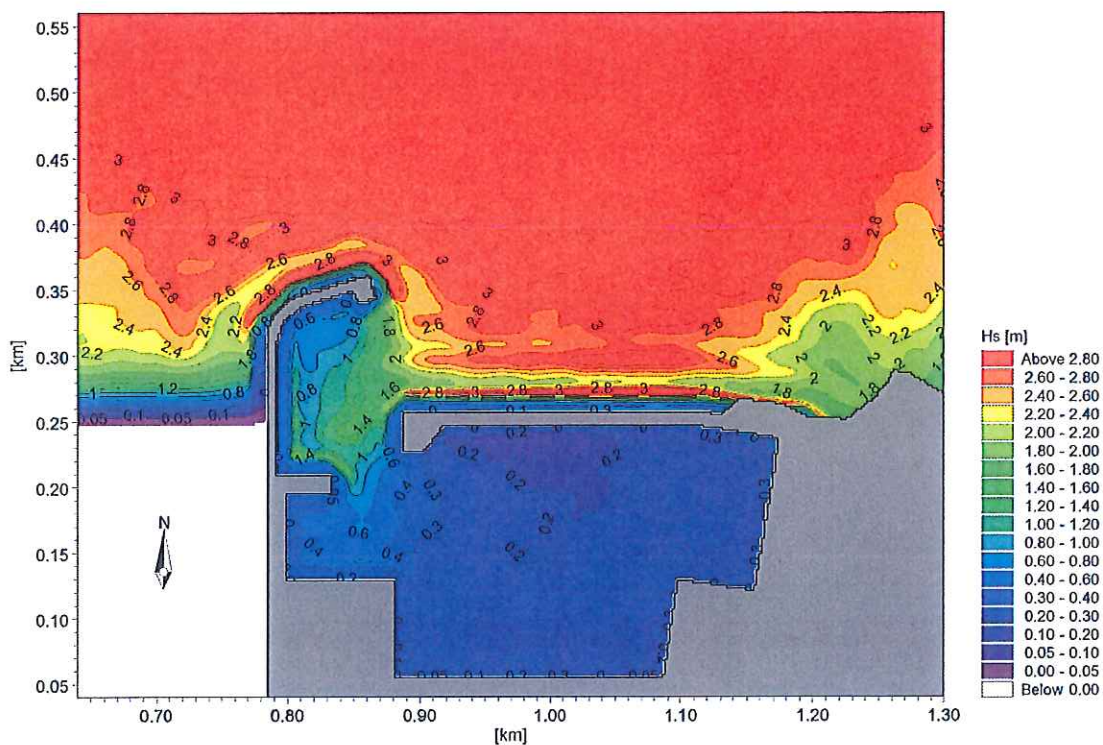


Figura 4-19 Onda 7: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

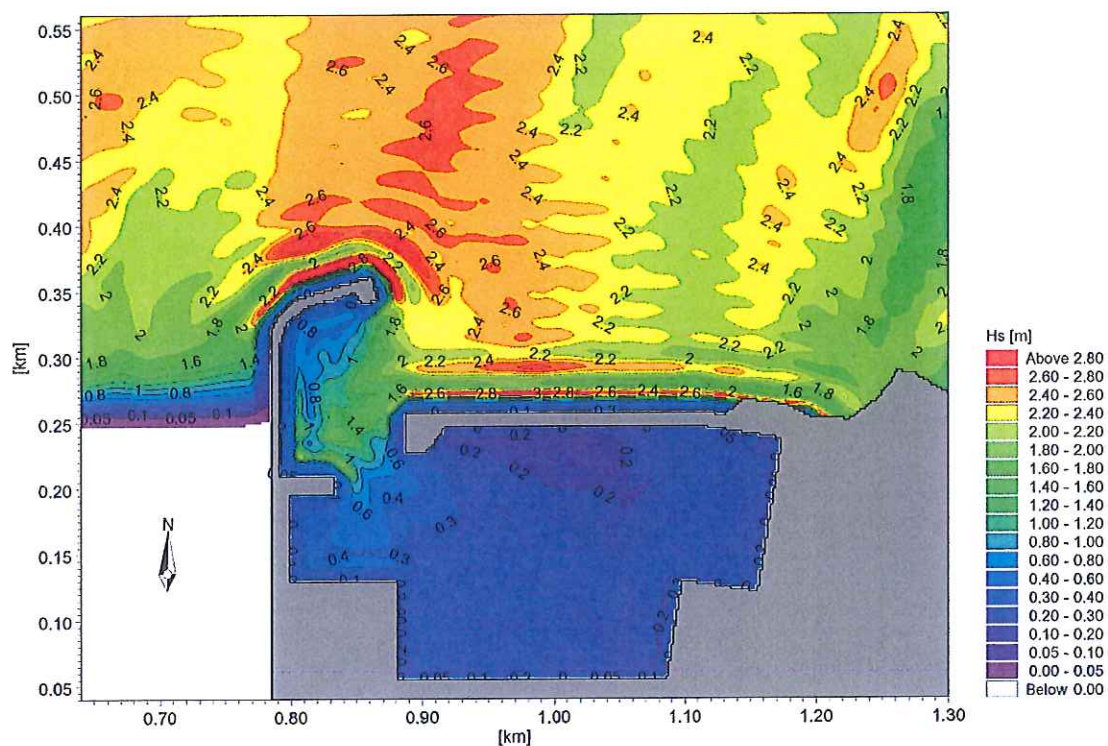


Figura 4-20 Onda 8: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

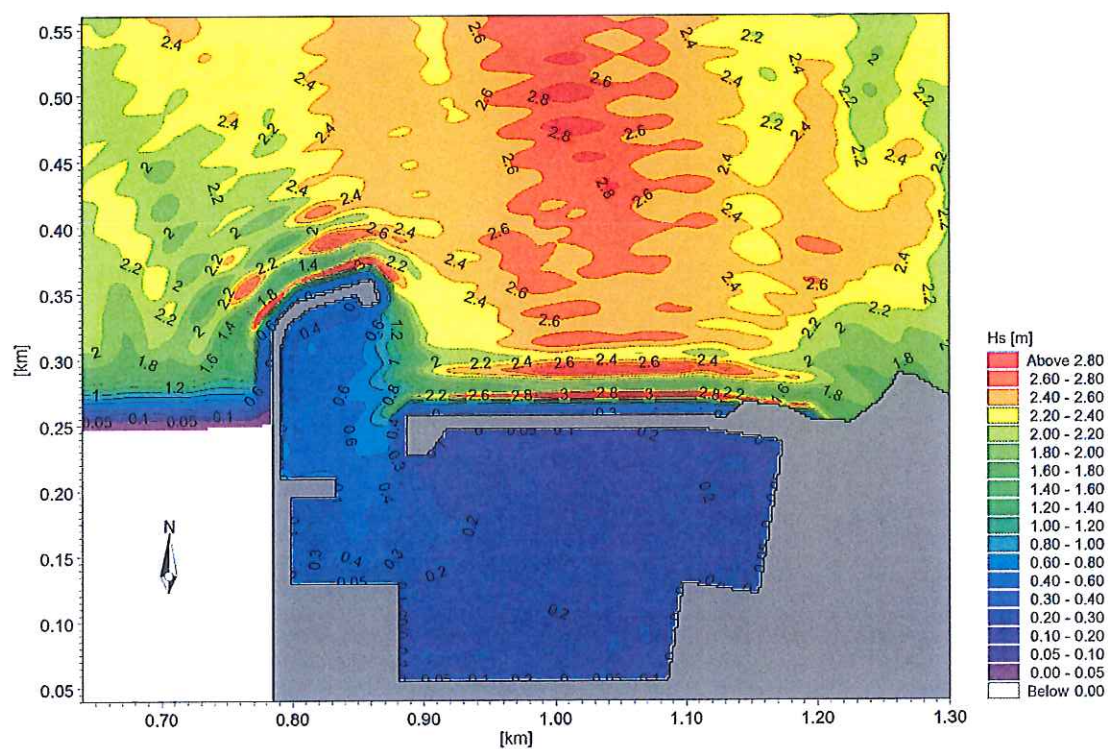


Figura 4-21 Onda 9: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

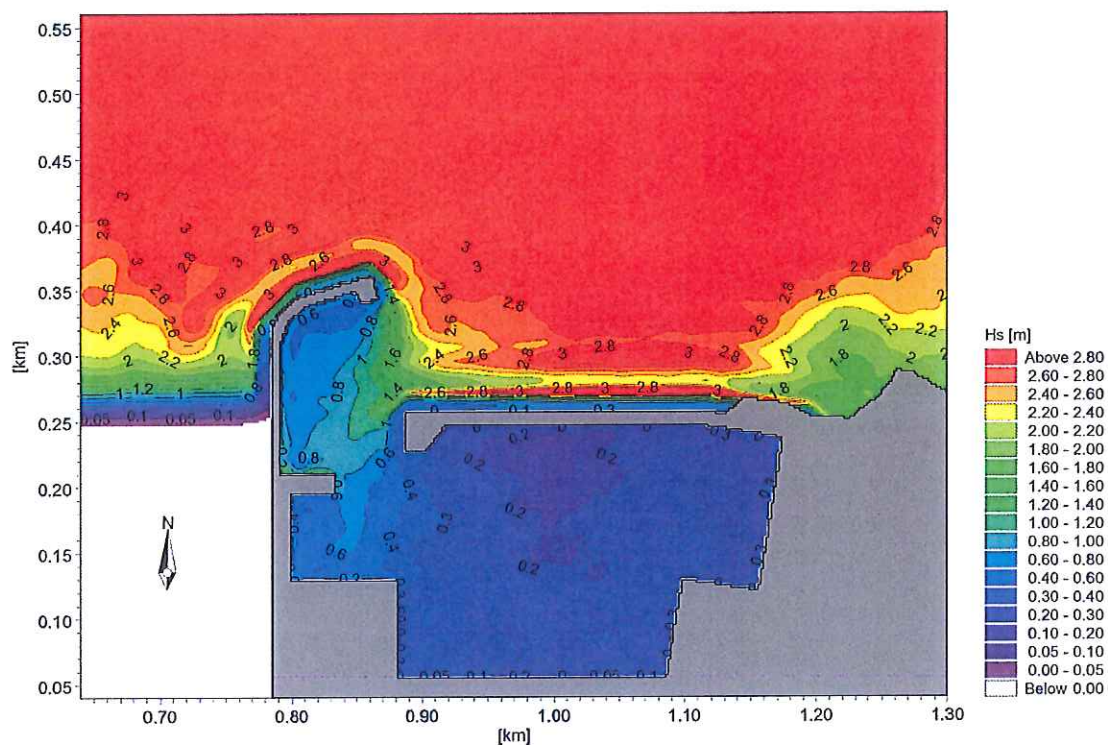


Figura 4-22 Onda 10: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

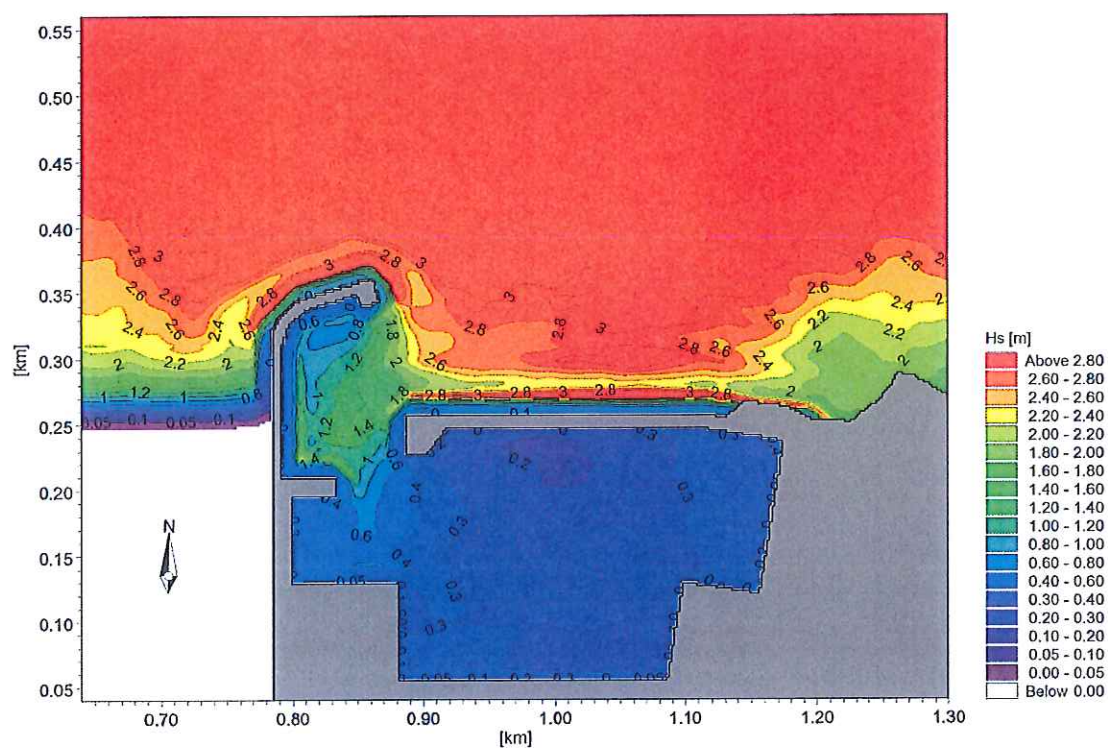


Figura 4-23 Onda 11: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

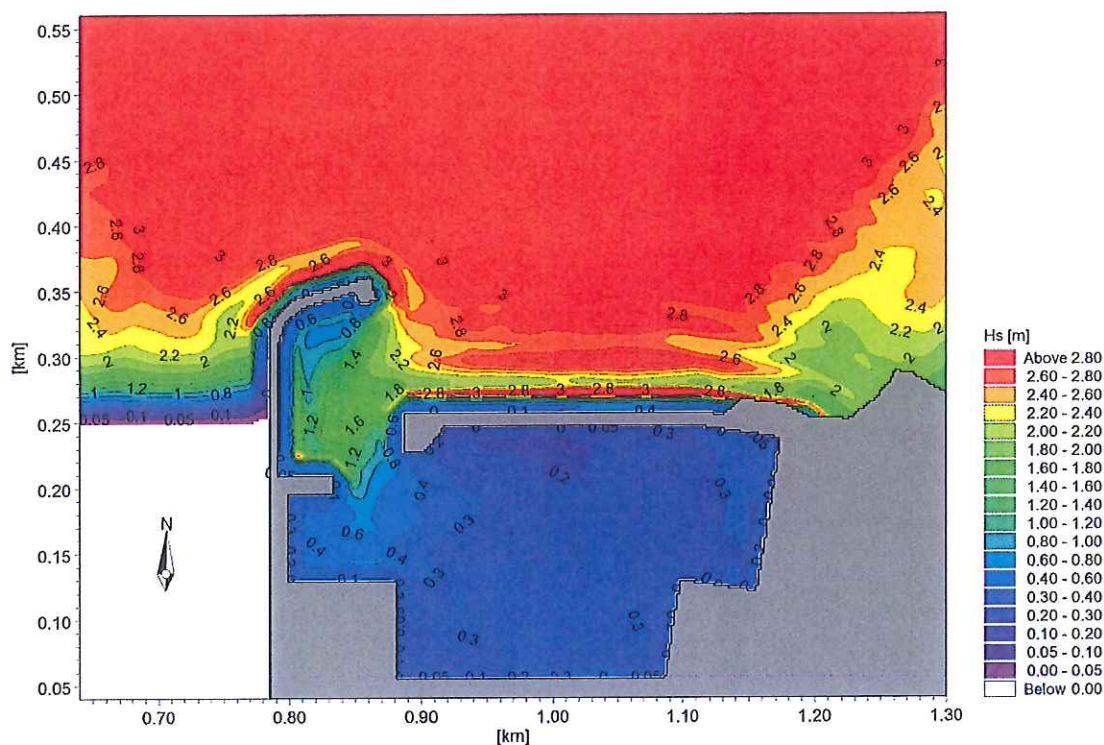


Figura 4-24 Onda 12: Distribuzione di altezza d'onda significativa.

4.11 Analisi delle condizioni di "comfort"

L'analisi delle condizioni di "comfort" è stata condotta in riferimento ai risultati delle onde "ordinarie" illustrate nel paragrafo precedente (Figura 4-13 da Figura 4-16). In particolare, il PIANC raccomanda le seguenti altezze d'onda significativa all'interno del porto relativamente alle condizioni di "comfort", particolarmente importante nel caso di porti in cui si preveda la presenza prolungata di persone a bordo delle imbarcazioni: $H_s = 0.15\text{m}$ per eventi con frequenza massima complessiva indicativamente non superiori a 5 giorni all'anno.

Il coefficiente di disturbo, adimensionale, è definito per ogni punto di calcolo come rapporto tra l'altezza d'onda risultante e l'altezza d'onda in ingresso al sistema e rappresenta il principale indicatore dell'agitazione interna residua, conseguente a tutte le trasformazioni complessivamente subite dall'onda dal largo verso l'interno del porto. Tale coefficiente può essere ragionevolmente assunto costante, per ogni direzione d'onda, all'interno di un intervallo di valori di altezza tale da poter trascurare i termini non lineari della trasformazione del campo d'onda dal largo verso il bacino.

Attraverso questa assunzione, è possibile considerare quindi costanti, a pari direzione di provenienza, i valori dei coefficienti di disturbo forniti dal modello numerico relativamente all'insieme delle onde che, tra quelle che costituiscono il clima ondoso ordinario, presentato in Tabella 4-1 e Figura 4-5, presentano una frequenza indicativamente pari a qualche giorno all'anno. Tale approccio ha consentito di verificare la rispondenza del layout progettuale alle indicazioni PIANC sulle condizioni di "comfort".

L'assunzione di invariabilità dei coefficienti di disturbo con l'altezza d'onda non risulta più valida in corrispondenza delle più alte onde risultanti dall'analisi degli eventi estremi, in riferimento alle quali è stato pertanto necessario condurre ulteriori simulazioni, i cui risultati sono presentati nei paragrafi seguenti al fine di

verificare la rispondenza del layout progettuale alle indicazioni PIANC sulle condizioni "di sicurezza" e "limite".

Sulla base dei risultati delle simulazioni, la verifica rispetto alle condizioni di *comfort* è stata condotta in riferimento a diverse aree, individuate sulla base delle indicazioni fornite dai tecnici del Genio Civile Opere Marittime. In Figura 4-25 sono illustrate le aree individuate in riferimento al layout definitivo.

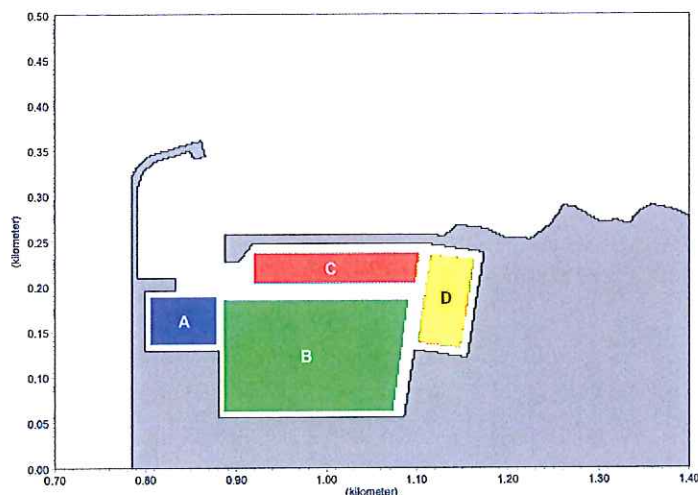


Figura 4-25 Individuazione delle aree adottate per la verifica delle condizioni di *comfort*.

L'analisi combinata dei campi dei coefficienti di disturbo e della caratterizzazione in termini di frequenza del clima ordinario effettuata nel paragrafo 4.4 ha permesso di calcolare, per ogni zona di riferimento, il numero di giorni medio annuo per il quale è previsto il superamento del valore soglia prefissato, pari a 0.15 m.

La Tabella 4-8 presenta, per ciascuna area di riferimento individuata, il numero totale di giorni per cui risulta superato il valore soglia indicato dal PIANC. La condizione di *comfort* risulta verificata soltanto per l'area C. Per le aree B e D il valore soglia viene superato per circa 6 giorni all'anno, valore decisamente prossimo a quanto indicato dal PIANC, mentre l'area A, per la quale non risulta comunque previsto l'ormeggio di imbarcazioni, è caratterizzata da un'agitazione ondosa residua oltre il valore di soglia prevista dal PIANC per una durata superiore a 30 giorni l'anno.

Tabella 4-8 Numero di giorni all'anno di superamento del valore soglia $H_s=0.15$ m.

Area	Superamento soglia PIANC
	[gg]
A	35.3
B	6.0
C	3.4
D	6.2

4.12 Analisi delle condizioni di "sicurezza"

L'analisi delle condizioni di sicurezza è stata condotta relativamente ai risultati delle onde con periodo di ritorno pari a 5 anni illustrati al paragrafo 4.10 (da Figura 4-17 a Figura 4-20).

In particolare, il PIANC raccomanda le seguenti altezze d'onda significativa all'interno del porto relativamente alle condizioni di "sicurezza": $H_s = 0.30\text{m}$ per eventi per eventi con periodo di ritorno indicativamente non inferiore a 5 anni.

I campi di altezza d'onda significativa relativi alle onde simulate per la verifica delle condizioni di sicurezza mostrano che il valore soglia (0.3m) risulta rispettato per ciascuna direzione simulata limitatamente alla parte della darsena più interna. La zona A in Figura 4-25 risulta caratterizzata da valori di altezza d'onda superiori al limite, soprattutto per le onde più inclinate verso est (onda 7 e onda 8, con valori fino a 0.5m). La zona dell'imboccatura presenta valori di altezza d'onda fino a 1.4m .

4.13 Analisi delle condizioni "limite"

L'analisi delle condizioni di sicurezza è stata condotta relativamente alle onde con periodo di ritorno pari a 50 anni i cui risultati sono presentati al paragrafo 4.10 (da Figura 4-21 a Figura 4-24).

In particolare, il PIANC raccomanda le seguenti altezze d'onda significativa all'interno del porto relativamente alle condizioni di "sicurezza": $H_s = 0.50\text{m}$ per eventi con periodo di ritorno indicativamente non inferiore a 50 anni.

I campi di altezza d'onda significativa relativi alle onde per la verifica delle condizioni limite mostrano che il valore soglia (0.5m) risulta rispettato in quasi tutte le zone del bacino portuale ad esclusione della darsena più esterna, in corrispondenza della quale tale limite viene superato di poco ($H_s=0.6\text{m}$) per le onde più inclinate verso est (onda 10 e onda 11). La zona dell'imboccatura presenta valori di altezza d'onda fino a 1.6m .

5 STUDIO DELLE DINAMICHE DI TRASPORTO LITORANEO E DELL'INFLUENZA DELLA POSIDONIA SULL'ACCESSIBILITÀ DELL'IMBOCCATURA PORTUALE

5.1 Approccio modellistico

Questa fase dello studio è finalizzata alla valutazione delle dinamiche di trasporto litoraneo e degli eventuali effetti che la Posidonia oceanica morta può avere sull'accessibilità dell'imboccatura portuale.

I rilievi effettuati nello specchio d'acqua antistante l'area portuale di Bonagia dall'Università degli Studi di Palermo, integrati da osservazioni sul campo hanno evidenziato la presenza di un fitta distesa di Posidonia oceanica mentre l'estensione del substrato sabbioso risulta pressoché irrilevante (Figura 5-1).

In corrispondenza di eventi di mareggiata le foglie morte di Posidonia vengono messe in sospensione e trasportate dalle correnti litoranee. Risulta pertanto importante valutare, sulla base delle correnti litoranee generate dal moto ondoso, se una significativa quantità di foglie di Posidonia morta possa depositarsi in

prossimità dell'imboccatura portuale determinando problemi di accessibilità alle imbarcazioni.

In virtù di queste premesse, si è ritenuto opportuno procedere con lo studio delle dinamiche di trasporto litoraneo senza la prevista applicazione del modulo di trasporto sedimentario MIKE 21 ST ma attraverso la simulazione del trasporto del particolato realmente rilevante per il sito, ovvero le foglie morte di Posidonia.

L'analisi è stata effettuata assumendo che le foglie di Posidonia morta possano essere trattate come particelle, caratterizzate da una determinata massa e velocità di caduta. Il movimento delle particelle è stato simulato mediante la realizzazione di un modello bidimensionale combinato onde-correnti (MIKE 21 SW+HD) al quale è stato aggiunto il modulo di "Particle Tracking" (MIKE 21 PT).

Il modulo PT (Particle Analysis/Particle Tracking) simula il trasporto e decadimento di sostanze disciolte o sospese in acqua. E' utilizzato in particolare per analisi di rischio, versamenti accidentali e monitoraggio delle attività di dragaggio. Utilizza un approccio di tipo Lagrangiano.

Nel caso specifico, in riferimento a quattro condizioni ondose significative, è stato applicato dapprima il modulo d'onda (SW – Spectral Waves) al fine di calcolare la distribuzione del moto ondoso. Successivamente, al fine di calcolare la distribuzione delle correnti litoranee, è stato impiegato il modulo idrodinamico (HD – Hydrodynamic) forzato dai campi di *radiation stress* (tensioni al fondo, indotte dal frangimento obliquo, responsabili della generazione delle correnti litoranee) ottenuti dall'applicazione del modello d'onda.

Infine, sulla base dei risultati idrodinamici, è stato applicato il modulo PT al fine di simulare, mediante l'approccio lagrangiano, la dispersione di un numero elevato di particelle di Posidonia.

Le simulazioni sono state condotte sia in relazione sia allo stato attuale che allo stato di progetto, in modo tale da poter effettuare valutazioni di tipo comparativo.

5.2 Caratterizzazione della biocenosi

A seguito dei rilievi effettuati nello specchio d'acqua antistante l' area portuale di Bonagia dall'Università degli Studi di Palermo, integrati da osservazioni sul campo, è stata predisposta dall'Università stessa una mappatura che riporta la distribuzione delle principali biocenosi presenti nell'area (illustrata in Figura 5-1).

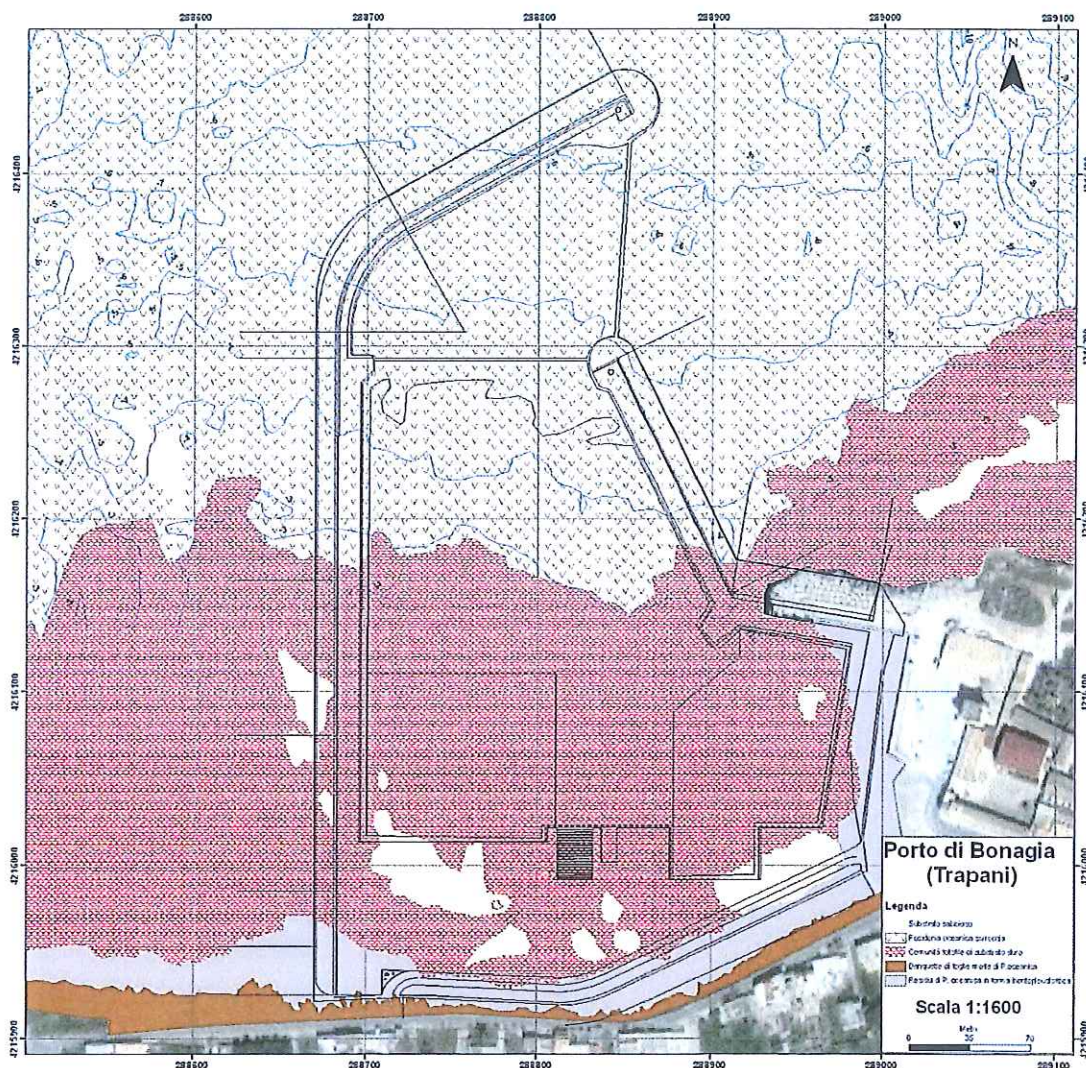


Figura 5-1 Cartografia delle biocenosi presenti nell'area di studio.

I rilievi hanno evidenziato che i fondali sono prevalentemente rocciosi di natura calcarea e costituiscono il naturale prolungamento in mare delle formazioni rocciose emerse. In prossimità della costa si evidenzia una estesa ed ampia "banquette" a Posidonia che caratterizza la parte emersa della costa. Ampi ed estesi accumuli di foglie morte ricoprono per un'ampiezza di una decina di metri i fondali prospicienti la linea di riva.

Verso il largo e fino all'isobata di circa 3 metri è visibile il fondale roccioso, ricoperto da popolamenti algali ascrivibili alla categoria delle comunità fotofile di substrato duro. Intorno alla batimetrica dei 3 metri si rileva il limite superiore della prateria di Posidonia oceanica che rappresenta l'emergenza ambientale più significativa dell'area. La prateria è impiantata prevalentemente su roccia e si presenta, soprattutto verso il largo, densa e continua.

La presenza di Posidonia spiaggiata a costa è stata evidenziata anche durante il sopralluogo effettuato da DHI Italia nel mese di Febbraio 2009, in prevalenza nel tratto situato ad ovest dell'attuale approdo di Bonagia, come illustrato nella fotografia in Figura 5-2.



Figura 5-2 Banquette di Posidonia immediatamente ad ovest dell'attuale approdo di Bonagia.

5.3 Individuazione delle condizioni ondose rappresentative

Come illustrato al paragrafo precedente, in corrispondenza di eventi di mareggiata, le foglie morte di Posidonia vengono messe in sospensione e trasportate dalle correnti litoranee. Si sono pertanto identificati quattro eventi di mareggiata "tipici" per il sito in esame, in grado di determinare correnti nelle due direzioni *long-shore* (verso est e verso ovest).

Diversamente dall'approccio comunemente seguito da DHI Italia nell'individuazione delle condizioni ondose rappresentative per il trasporto sedimentario, che prevede l'utilizzo del modulo LITDRIFT di LITPACK, per il caso di Bonagia, in assenza di rilevanti estensioni di substrato sabbioso, gli eventi ondosi sono stati selezionati direttamente sulla base dell'analisi statistica degli eventi estremi (illustrata al paragrafo 4.6) e della caratterizzazione del clima ondoso ordinario (illustrata al paragrafo 4.5) effettuate al largo dell'imboccatura portuale. In particolare, per quanto riguarda gli eventi "estremi", si è fatto riferimento a due eventi associati ad un periodo di ritorno pari ad un anno appartenenti ai settori direzionali B e C (Tabella 4-2). Per quanto riguarda gli eventi "ordinari" si è fatto riferimento a due eventi appartenenti agli stessi settori direzionali (B e C) con frequenze di superamento pari a circa 72 ore (3 giorni) annui.

Le caratteristiche dei quattro eventi ondosi al picco della mareggiata sono sintetizzate in Tabella 5-1. Le direzioni medie di propagazione sono state assunte pari al limite estremo di ciascun settore considerato (è stata assunta



cautelativamente la direzione più obliqua rispetto alla perpendicolare alla costa, ovvero quella che massimizza le correnti litoranee).

Tabella 5-1 Caratteristiche al picco della mareggiata dei due eventi simulati.

	Settore	Hs [m]	Tp [s]	MWD [°N]
Estremi	E_B	2.8	7.4	340
	E_C	2.5	7.1	20
Ordinari	O_B	1.7	6.0	340
	O_C	1.5	5.7	20

Per quanto riguarda la forma e la durata delle mareggiate, si è assunta una tipica forma trapezia, considerando una soglia minima di altezza d'onda significativa pari ad 1m per le mareggiate più alte e 0.5m per le mareggiate ordinarie. La durata di tutte le mareggiate è stata posta pari a 24 ore. Il tempo in cui viene mantenuta l'altezza d'onda corrispondente al valore di picco è stato assunto pari a 3 ore.

In Figura 5-3 è illustrato il diagramma dell'altezza d'onda significativa in funzione del tempo per le mareggiate simulate. Le prime tre ore sono state simulate come periodo di "spin-up" del modello numerico ed i relativi risultati sono stati successivamente scartati.

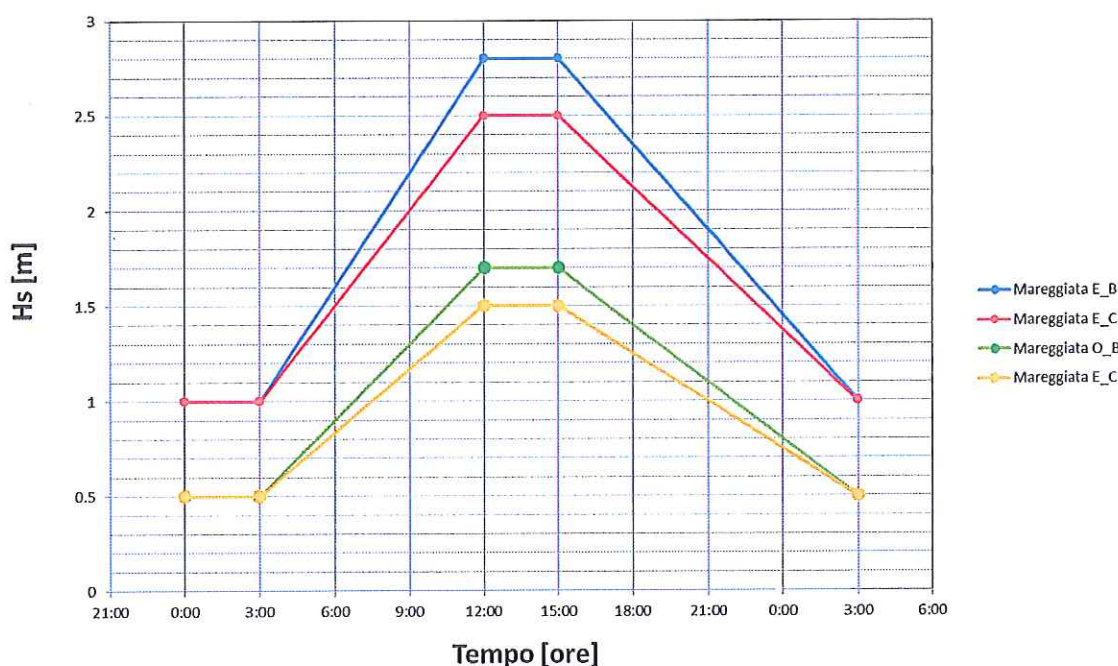


Figura 5-3 Diagramma dell'altezza d'onda significativa in funzione del tempo per le mareggiate simulate. Le prime tre ore sono state simulate come periodo di "spin-up" del modello numerico ed i relativi risultati sono stati successivamente scartati.

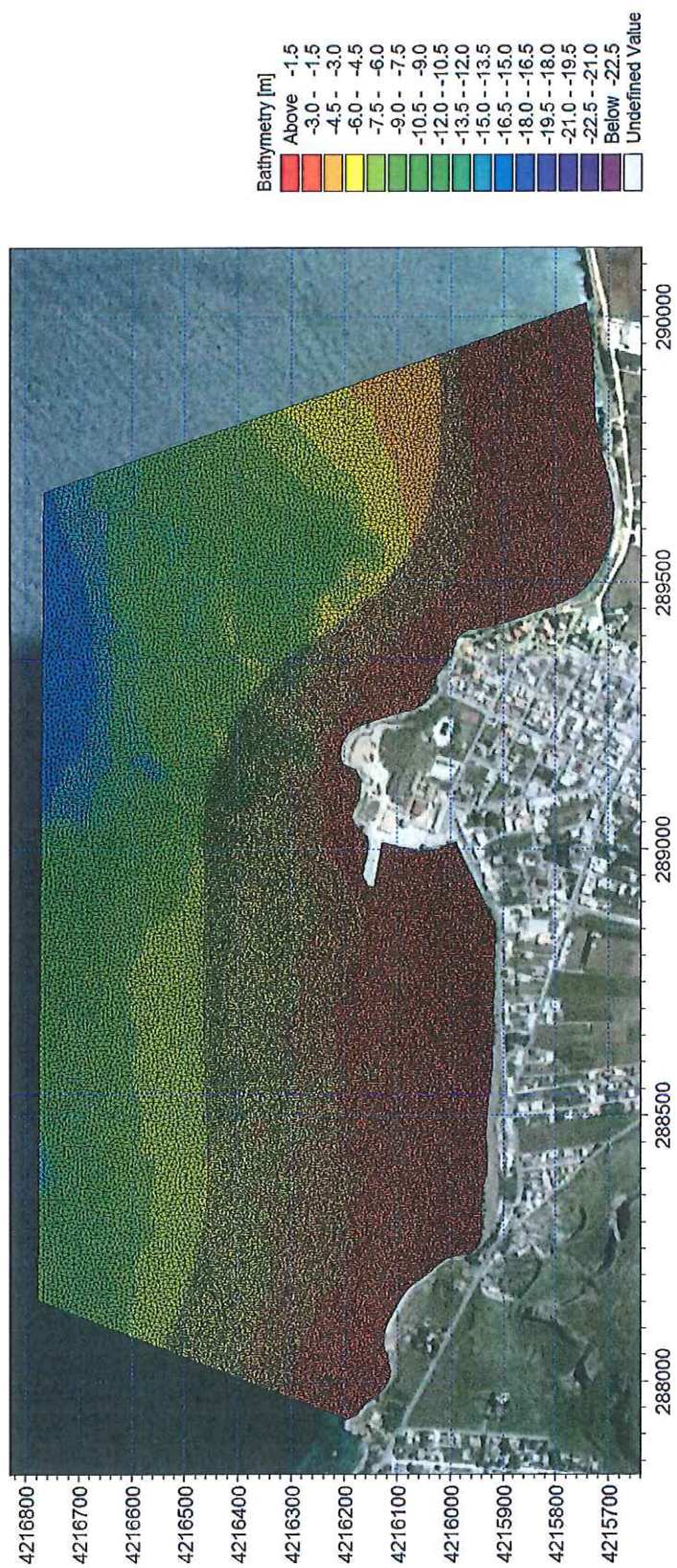


Figura 5-5 Mesh di calcolo e quote batimetriche per la configurazione di stato attuale.



Figura 5-6 Mesh di calcolo e quote batimetriche per la configurazione di progetto.

5.5 Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno del modello combinato di dettaglio in termini di moto ondoso, sono state selezionate sulla base di quanto scritto al paragrafo 5.3 del presente elaborato.

Le condizioni al contorno idrodinamiche sono state impostate in termini di livelli della superficie marina, corretti automaticamente sottocosta dal modello in funzione dei campi di *radiation stress*.

5.6 Particle tracking

Al fine di simulare con il modulo PT (Particle Tracking) la dispersione di un numero elevato di particelle di Posidonia, sono state inserite all'interno del dominio di calcolo ben 412 "sorgenti puntuali" (*sources*). Le *sources*, disposte in un grigliato regolare con passo di 25m x 25m, sono state posizionate laddove è presente la Posidonia, in relazione alla mappa illustrata in Figura 5-1. In Figura 5-7 è illustrata la posizione delle 412 *sources*.

Durante l'intero arco della mareggiata, da ciascuna *source* sono rilasciate due particelle ogni ora (rispettivamente ad 1m e 3m dal fondo). Ciascuna particella è caratterizzata da una velocità di sedimentazione pari a 0,001 m/s. Tale valore è da considerarsi "di tentativo", stante le scarse indicazioni presenti in letteratura, ed è stato ottimizzato sulla base delle evidenze sperimentali del comportamento della Posidonia alla fine delle mareggiate, su indicazione di diversi sub esperti in rilievi di biocenosi marina.

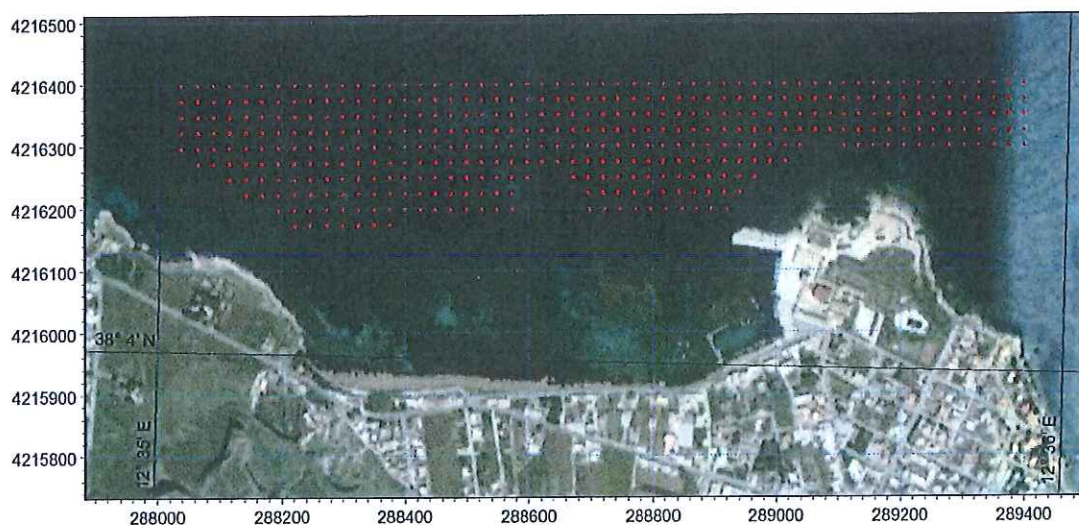


Figura 5-7 Posizione delle sources di particelle di Posidonia.

5.7 Risultati delle simulazioni

Le simulazioni effettuate mediante l'utilizzo accoppiato dei moduli SW, HD e PT di MIKE 21 consentono di ottenere gli output delle principali grandezze di moto ondoso (altezza d'onda significativa, periodo di picco e direzione media di propagazione), idrodinamiche (livelli idrici e velocità di corrente), ed il *tracking* delle particelle rilasciate.



I risultati delle simulazioni sono presentati nell'allegato D al presente elaborato in riferimento alle quattro mareggiate e agli scenari di stato attuale e progetto.

5.7.1 Mareggiata E_B

I risultati del modello idrodinamico mostrano che l'azione del moto ondoso proveniente da Nord-Ovest (direzione di 340°N) è in grado di generare un flusso di corrente chiaramente diretto verso est.

Le immagini mostrano che, nello scenario di progetto (Figura 5-8, in basso), la corrente tende a bypassare la struttura portuale fin dalle prime ore della mareggiata. Al picco della mareggiata, quando l'altezza d'onda cresce fino al valore di 2.8m, è possibile notare proprio in corrispondenza dell'imboccatura portuale, la presenza di un vortice caratterizzato da velocità di correnti massime dell'ordine di 0.6-0.8 m/s e diretto in senso orario.

In corrispondenza dello scenario di stato attuale (Figura 5-8, alta) la corrente risulta chiaramente diretta da Ovest verso Est, in prossimità dell'attuale bacino di Bonagia una parte del flusso di corrente tende a distaccarsi dalla costa per poi invorticarsi nella zona immediatamente a nord dell'attuale molo. L'intensità del flusso di corrente è del tutto simile allo scenario di progetto.

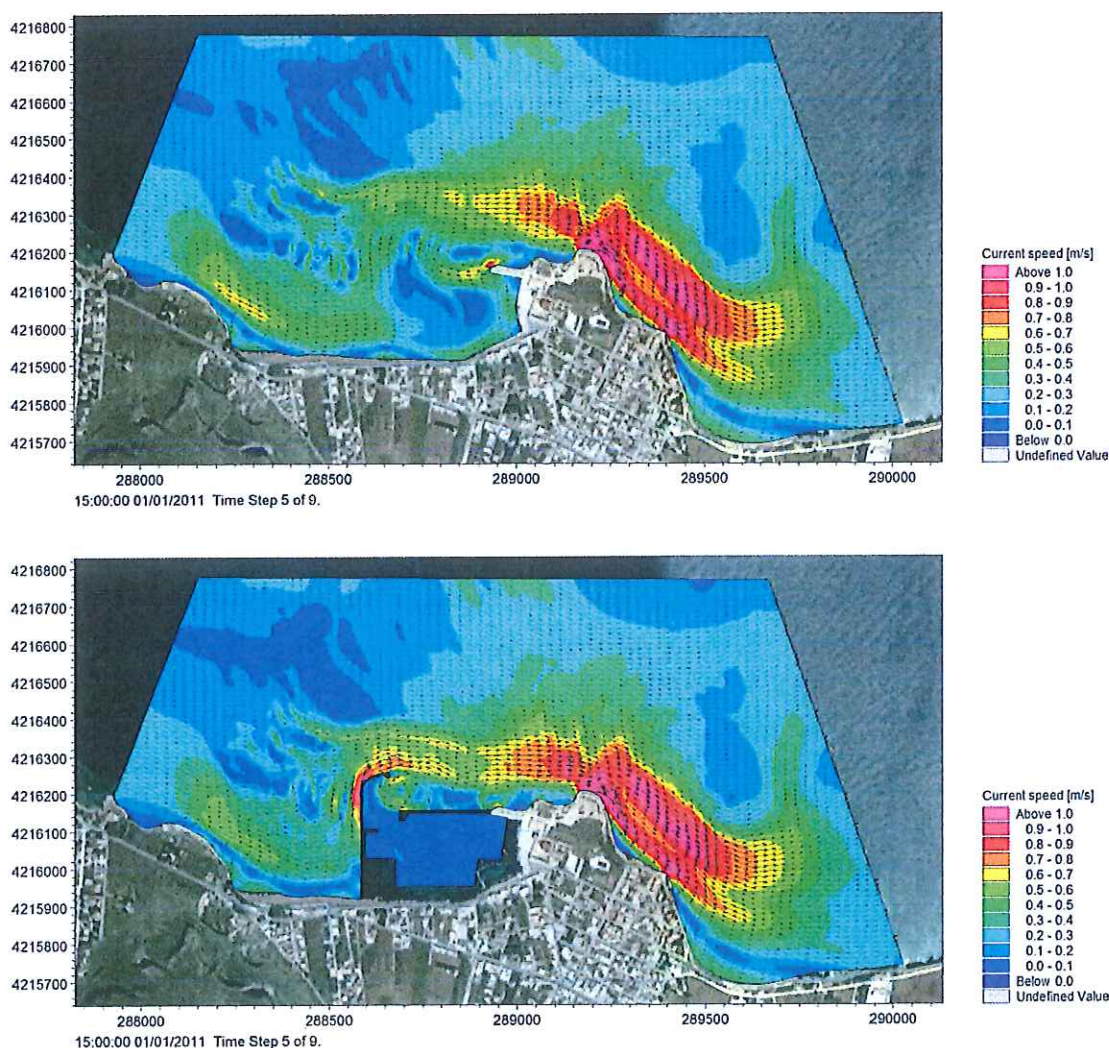


Figura 5-8 Velocità di corrente al picco della mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

I risultati del modulo PT mostrano che come atteso, le particelle seguono il flusso di corrente e tendono a disperdersi verso est. Per quanto riguarda lo stato di progetto (Figura 5-9, in basso) solo una piccola parte di particelle tende ad invortinarsi per poi depositarsi in corrispondenza dell'imboccatura portuale. E' stato stimato che, a fine mareggiata, circa lo 0.4% di particelle si deposita o resta in sospensione nella zona prossima all'imboccatura.

Per ciò che concerne lo stato attuale le particelle di Posidonia tendono a seguire il flusso di corrente ma tendono a depositarsi a fine mareggiata nella zona sottocosta. L'elevata presenza di particelle nella zona ad ovest dell'attuale approdo si mostra assolutamente in linea con l'evidenza sperimentale. Si ritiene che tali particelle possano essere facilmente trasportate nella zona dell'attuale bacino portuale di Bonagia, in occasione di successive mareggiate per effetto delle correnti litoranee.

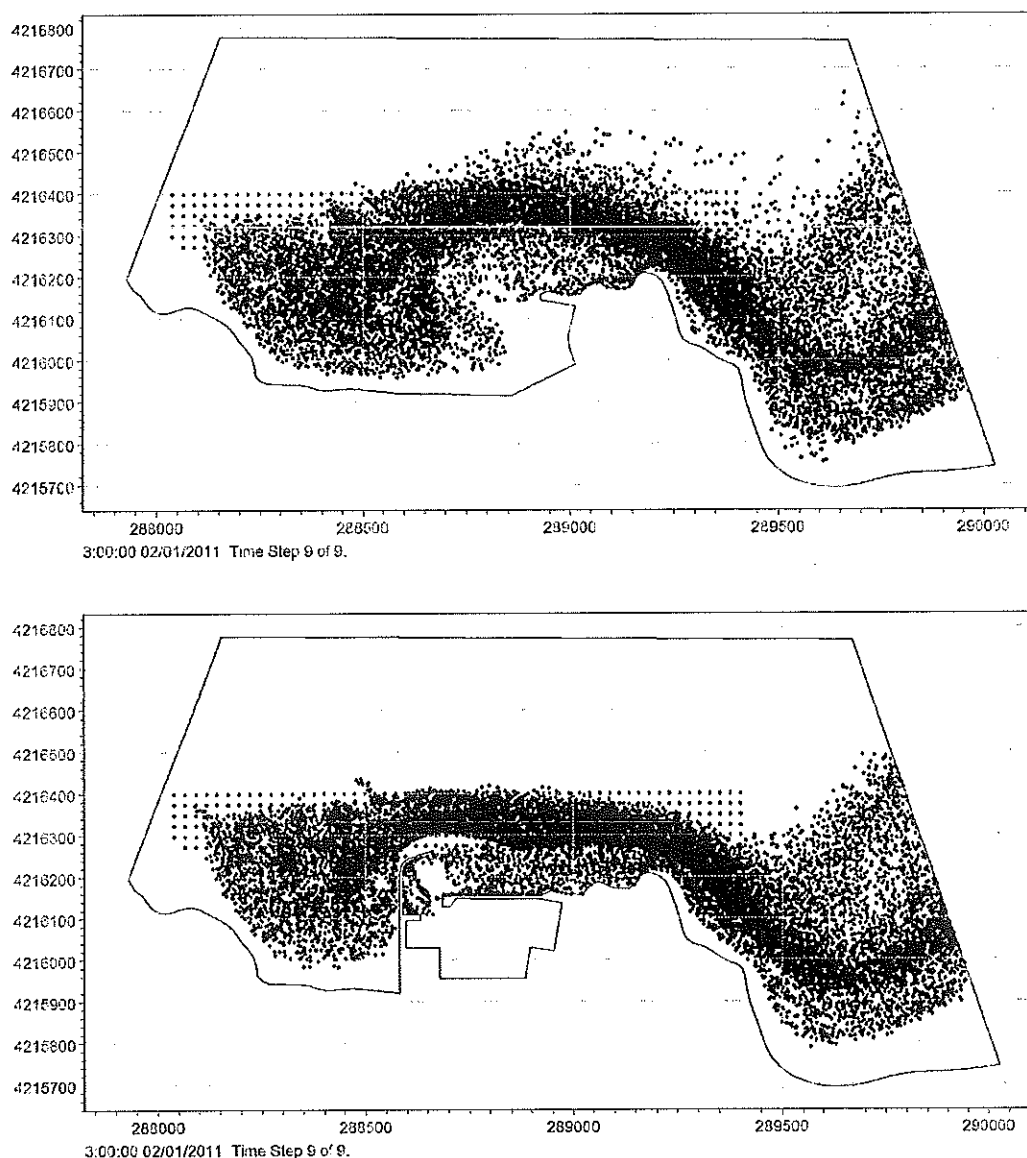


Figura 5-9 Distribuzione delle particelle di Posidonia a fine mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

5.7.2 Mareggiata E_C

I risultati idrodinamici mostrano che l'azione del moto ondoso proveniente da Nord-Est (direzione di 20°N) non è in grado di generare un flusso di corrente caratterizzato da una direzione univoca.

Le immagini mostrano che in corrispondenza dello scenario di progetto (Figura 5-10, in basso), ad ovest del porto, fin dalle prime ore della mareggiata, si crea una corrente diretta verso ovest che tende a seguire il molo di soprafflutto fino a disperdersi a largo. In prossimità del promontorio di Bonagia si può osservare un flusso di corrente (velocità circa 0.8-1.0 m/s) diretto verso l'imboccatura portuale che segue il molo di sottoflutto.

Per quanto riguarda lo stato attuale (Figura 5-10, alta), analogamente a quanto accade per lo stato di progetto, la zona del promontorio risulta caratterizzata da una forte corrente (velocità circa 0.8-1.0 m/s) diretta verso est che tende a formare un vortice diretto in senso antiorario e caratterizzato da un'ampiezza assai significativa.

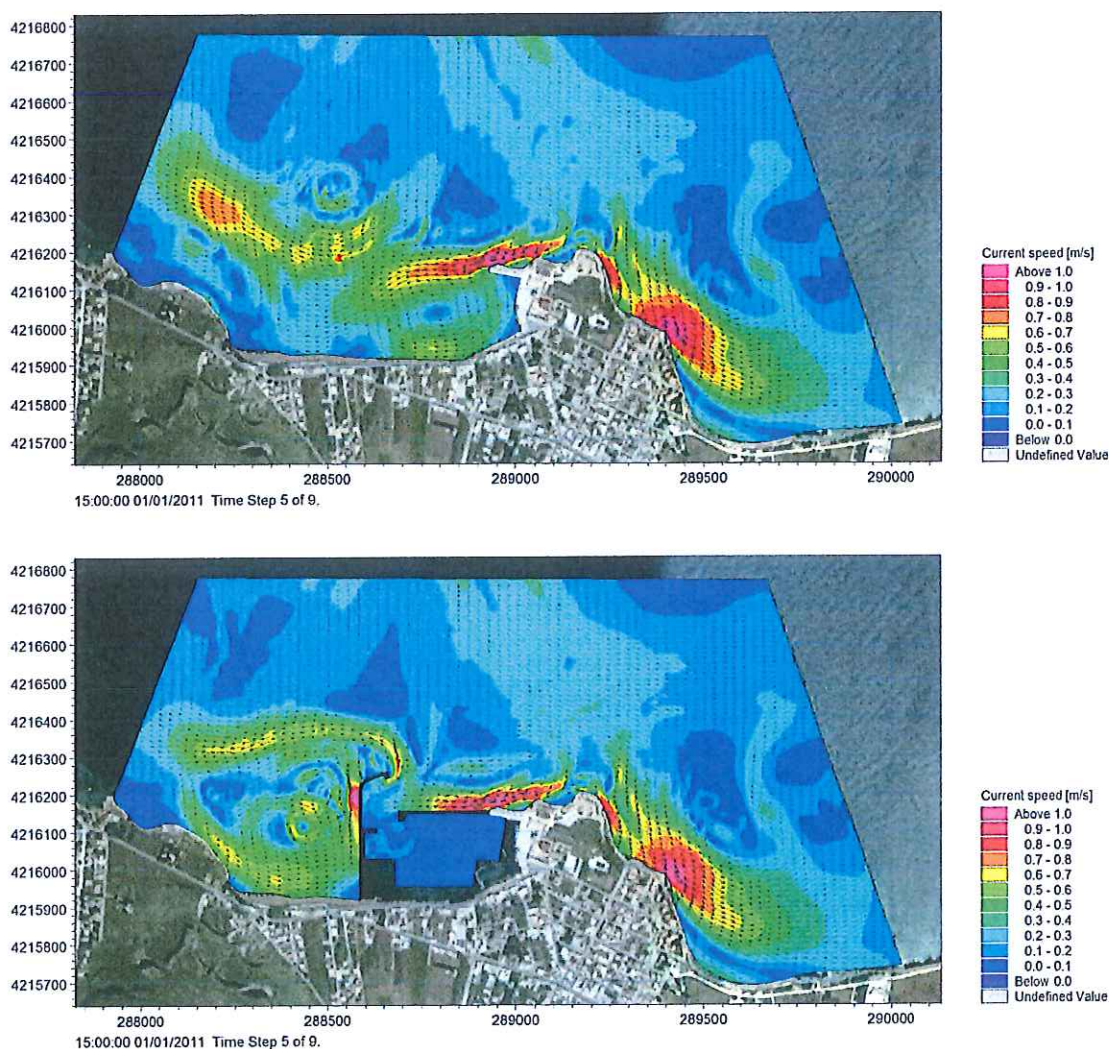


Figura 5-10 Velocità di corrente al picco della mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

I risultati del modulo PT mostrano che le particelle seguono il flusso di corrente tendendo a disperdersi in svariate direzioni. Per quanto riguarda lo stato di progetto (Figura 5-11, bassa) una quantità significativa di particelle tende ad depositarsi in prossimità dell'imboccatura portuale. E' stato stimato che, a fine mareggiata, circa l'1% di particelle si deposita o resta in sospensione nella zona prossima all'imboccatura.

Relativamente allo stato attuale (Figura 5-11, in alto), si osserva che praticamente nessuna particella si deposita nella zona del bacino portuale caratterizzata dalla presenza del vortice illustrato in Figura 5-10 (in alto) e illustrato precedentemente. Risulta inoltre interessante notare che un numero consistente di particelle si deposita nella zona sottocosta a ovest dell'attuale bacino di Bonagia. Si ritiene che tali particelle possano essere facilmente trasportate nella zona dell'attuale bacino portuale di Bonagia, in occasione di successive mareggiate per effetto delle correnti litoranee.

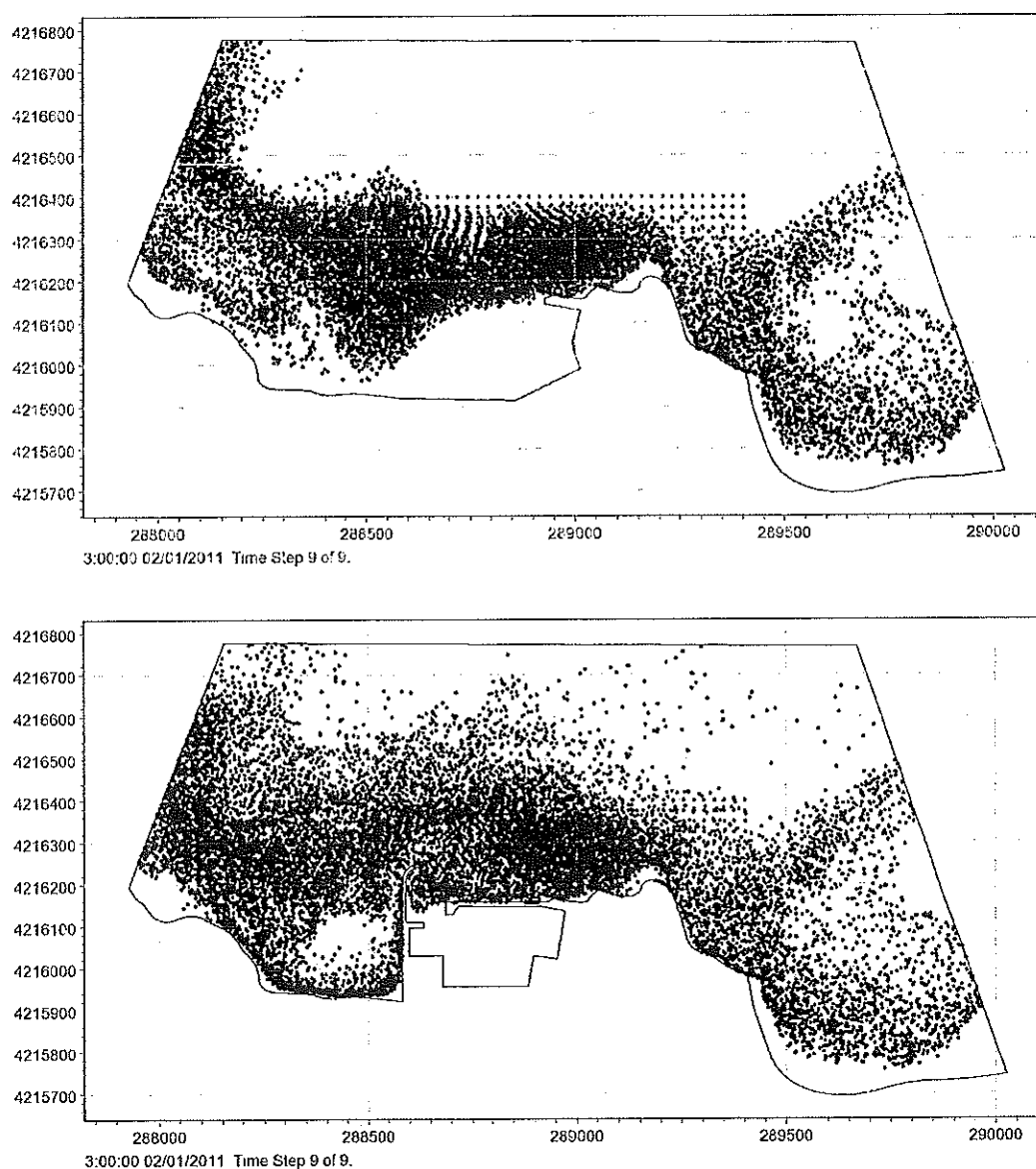


Figura 5-11 Distribuzione delle particelle di Posidonia a fine mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

5.7.3 Mareggiata O_B

I risultati del modello idrodinamico mostrano che il campo di corrente risulta molto simile a quello relativo alla mareggiata E_B. L'azione del moto ondoso proveniente da Nord-Ovest (direzione di 340°N) è in grado di generare, anche in questo caso, un flusso di corrente chiaramente diretto verso Est.

Le immagini mostrano che, nello scenario di progetto la corrente tende a bypassare la struttura portuale fin dalle prime ore della mareggiata. Al picco della mareggiata (Figura 5-12, in basso), quando l'altezza d'onda cresce fino al valore di 1.7m, è possibile notare, proprio in corrispondenza dell'imboccatura portuale, la presenza di un vortice caratterizzato da velocità di correnti massime dell'ordine di 0.2-0.3 m/s e diretto in senso orario.

In corrispondenza dello scenario di stato attuale (Figura 5-12, in alto) la corrente risulta chiaramente diretta da Ovest verso Est, in prossimità dell'attuale bacino di Bonagia una parte del flusso di corrente tende a distaccarsi dalla costa per poi invorticarsi nella zona immediatamente a nord dell'attuale molo. L'intensità del flusso di corrente è del tutto simile allo scenario di progetto.

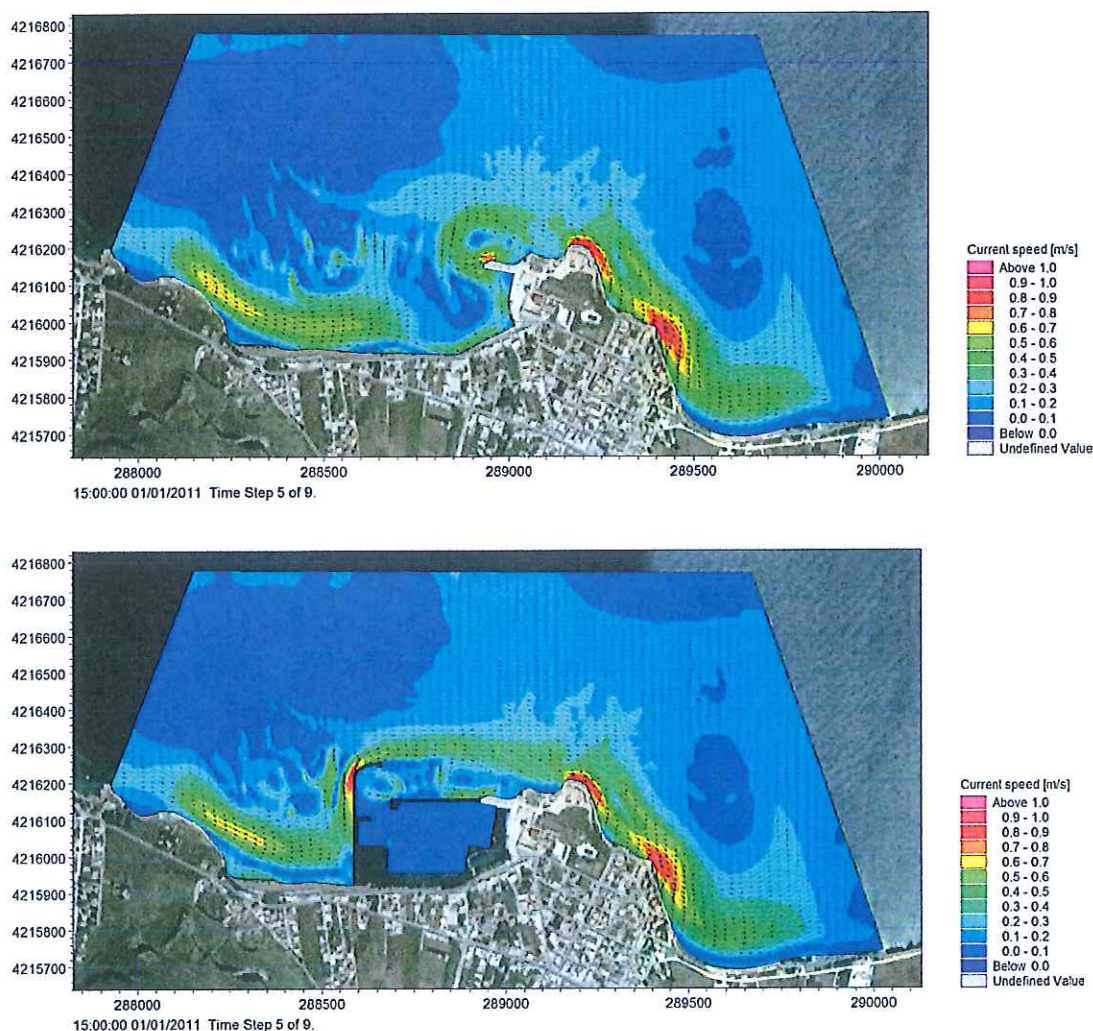


Figura 5-12 Velocità di corrente al picco della mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

I risultati del modulo PT mostrano che come atteso, le particelle seguono il flusso di corrente e tendono a disperdersi verso est. Per quanto riguarda lo stato di progetto (Figura 5-13, bassa) solo una piccola parte di particelle tende ad invorticarsi per poi depositarsi in corrispondenza dell'imboccatura portuale. E' stato stimato che, a fine mareggiata, circa lo 0.2% di particelle si deposita o resta in sospensione nella zona prossima all'imboccatura.

Per ciò che concerne lo stato attuale (Figura 5-13, in alto) le particelle di Posidonia tendono a seguire il flusso di corrente e a depositarsi a fine mareggiata nella zona sottocosta. Si ritiene che tali particelle possano essere facilmente trasportate nella zona dell'attuale bacino portuale di Bonagia, in occasione di successive mareggiate per effetto delle correnti litoranee.

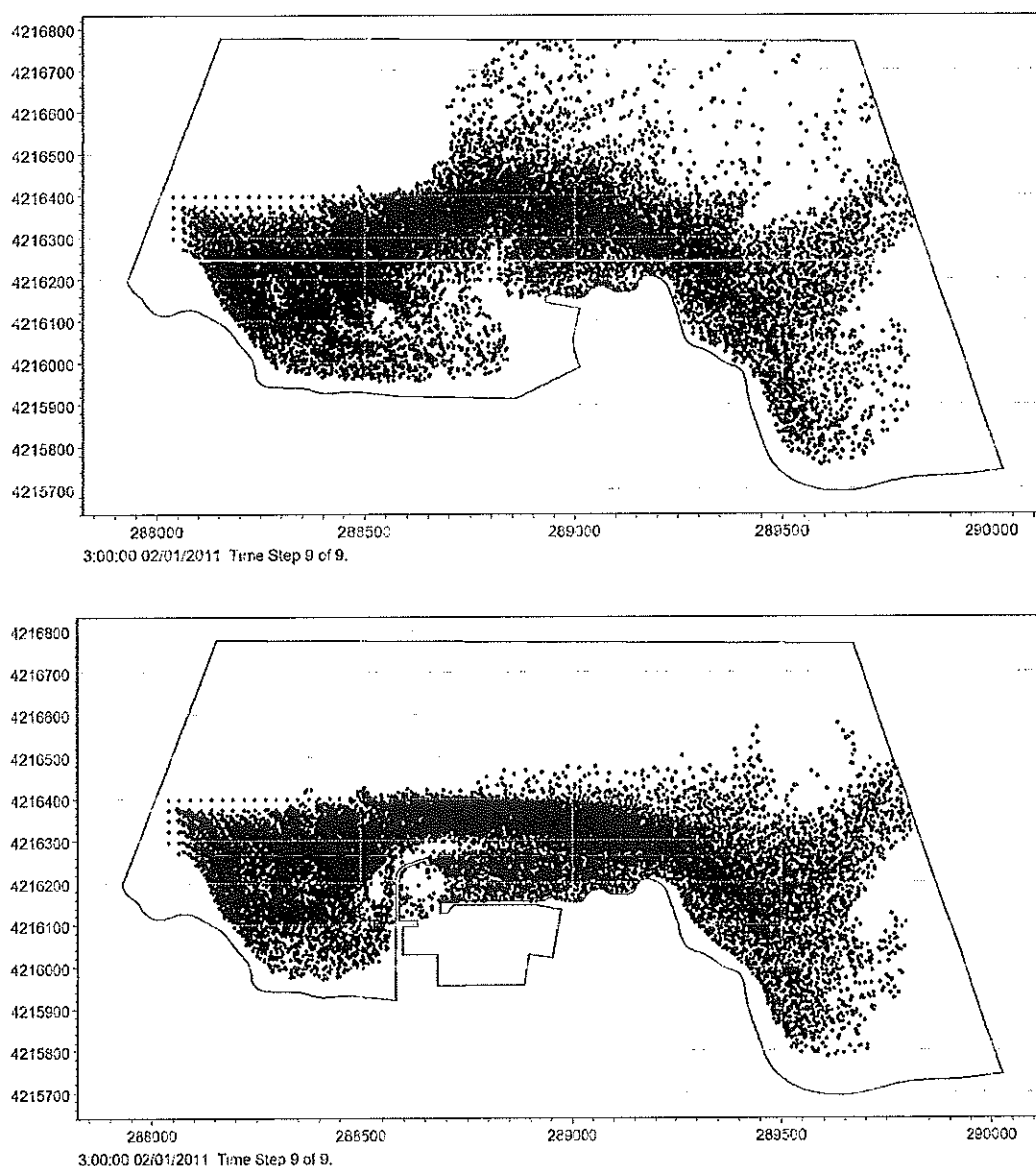


Figura 5-13 Distribuzione delle particelle di posidonia a fine mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

5.7.4 Mareggiata O_C

I risultati idrodinamici mostrano che il campo di corrente risulta molto simile a quello relativo alla mareggiata E_C. L'azione del moto ondoso proveniente da Nord-Est (direzione di 20°N) non è in grado di generare un flusso di corrente caratterizzato da una direzione univoca.

Le immagini mostrano che, in corrispondenza dello scenario di progetto (Figura 5-14, bassa), ad ovest del porto, fin dalle prime ore della mareggiata, si crea una corrente diretta verso ovest che tende ad seguire il molo di soprafflutto fino a disperdersi a largo. In prossimità del promontorio di Bonagia si può osservare un flusso di corrente (velocità circa 0.4-0.6 m/s) diretto verso l'imboccatura portuale che segue il molo di sottoflutto.

Per quanto riguarda lo stato attuale (Figura 5-10, in alto), analogamente a quanto accade per lo stato di progetto, la zona del promontorio risulta caratterizzata da una significativa corrente (velocità circa 0.4-0.6 m/s) orientata verso est che tende a formare un vortice diretto in senso antiorario e caratterizzato da dimensioni notevoli.

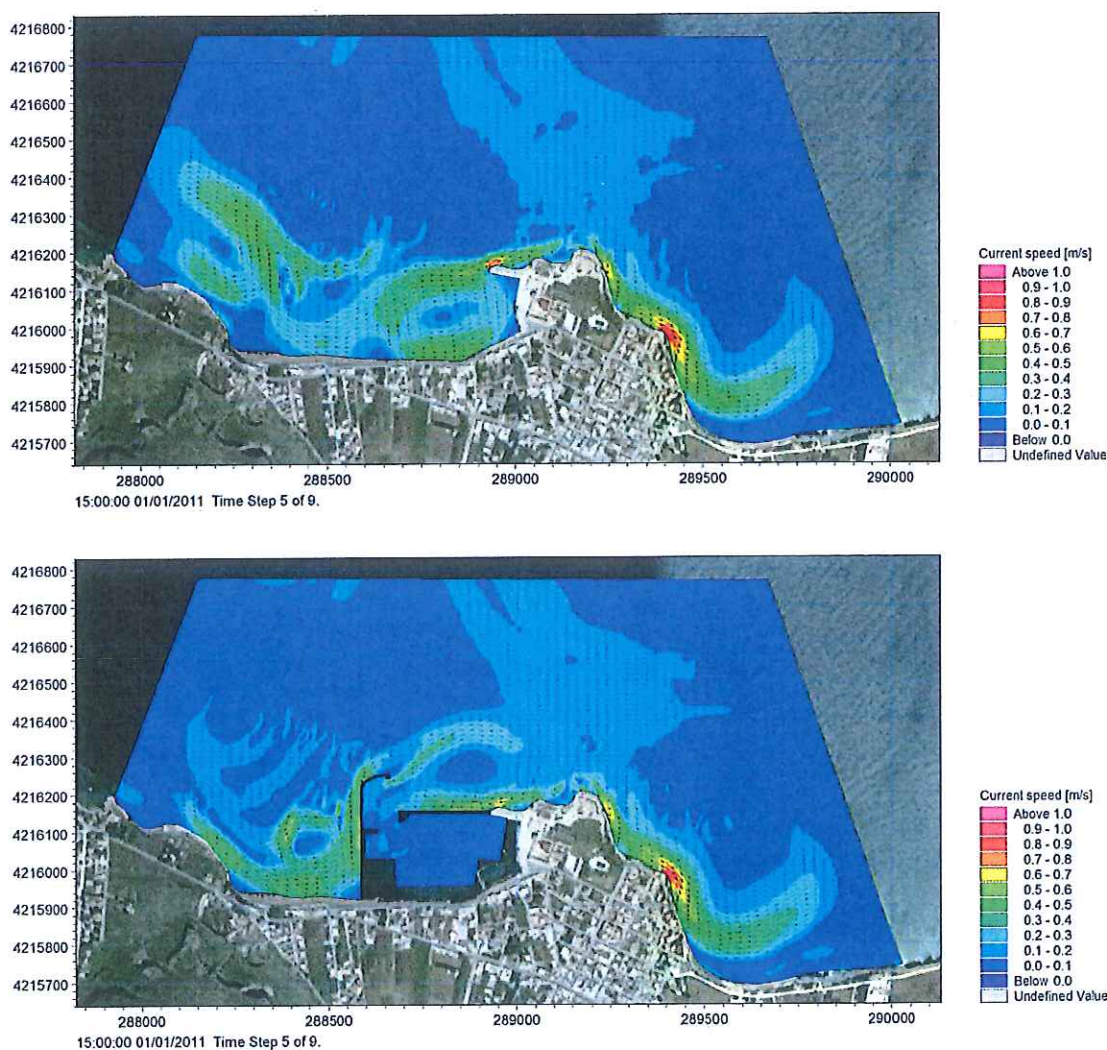


Figura 5-14 Velocità di corrente al picco della mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

I risultati del modulo PT mostrano anche in questo caso che le particelle seguono il flusso di corrente tendendo a disperdersi in svariate direzioni. Per quanto riguarda lo stato di progetto (Figura 5-15, bassa) solo una piccola parte di esse tende ad depositarsi in prossimità dell'imboccatura portuale. E' stato stimato che, a fine mareggiata, circa lo 0.03% di particelle si deposita o resta in sospensione nella zona prossima all'imboccatura.

Relativamente allo stato attuale (Figura 5-15, in alto), si osserva che praticamente nessuna particella si deposita nella zona del bacino portuale caratterizzata dalla presenza del vortice illustrato in Figura 5-14 (in alto) e descritto precedentemente. Risulta inoltre interessante notare che un numero consistente di particelle si deposita nella zona sottocosta a ovest dell'attuale bacino di Bonagia. Si ritiene che tali particelle possano essere facilmente trasportate nella zona dell'attuale bacino portuale di Bonagia, in occasione di successive mareggiate per effetto delle correnti litoranee.

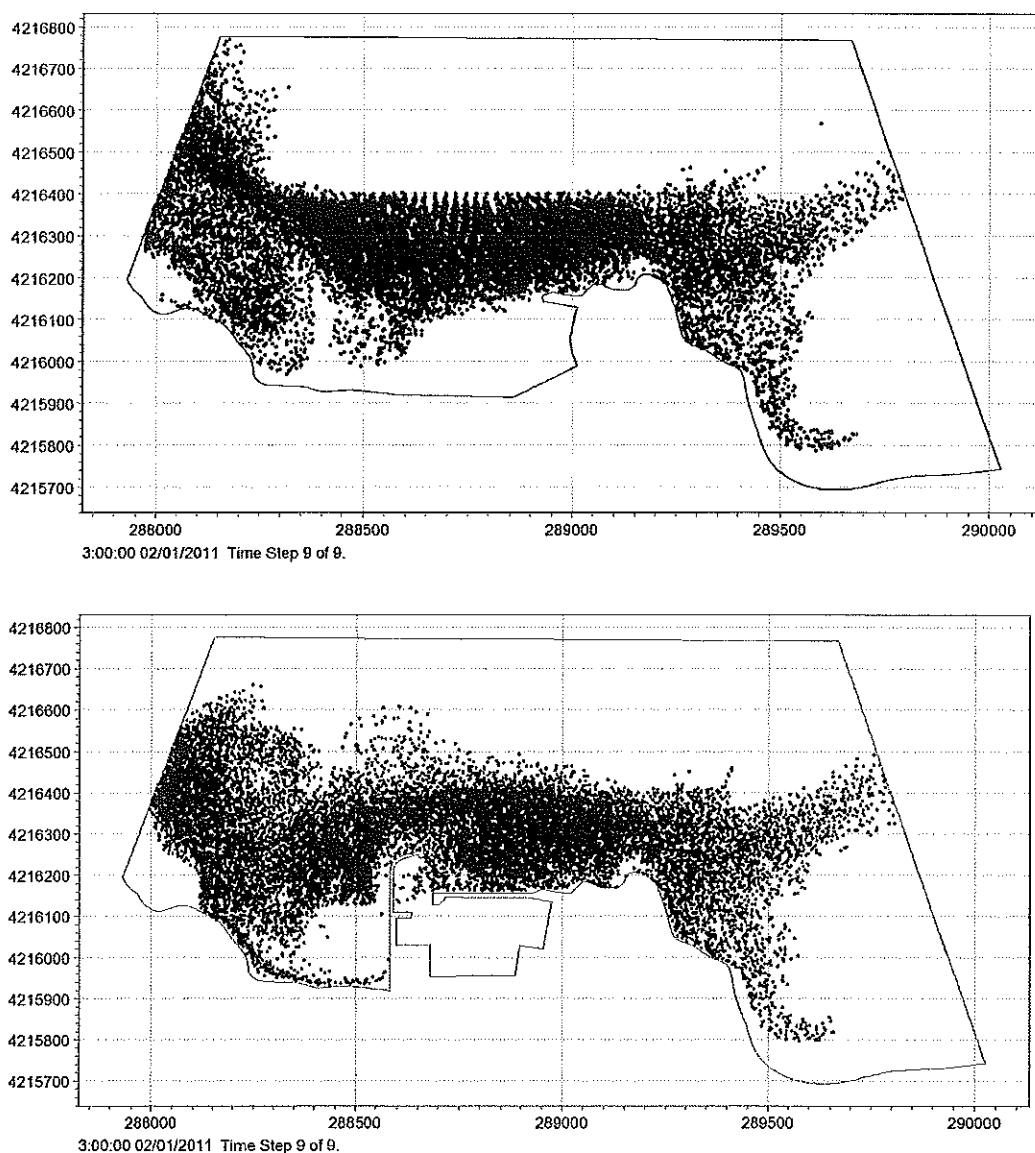


Figura 5-15 Distribuzione delle particelle di posidonia a fine mareggiata, stato attuale (sopra) e progetto (sotto).

6 DEFINIZIONE DELLE ALTEZZE D'ONDA ASSOCIATE AL PERIODO DI RITORNO

Questa fase dello studio è volta alla definizione dei valori di altezza d'onda associati a determinati periodi di ritorno, utili nella fase di progettazione strutturale delle opere in progetto. A tal fine, i risultati del modello di propagazione sottocosta degli 884 eventi di mareggiata, sono stati estratti in 5 punti prossimi alle opere foranee in progetto, come illustrato in Figura 6-1.

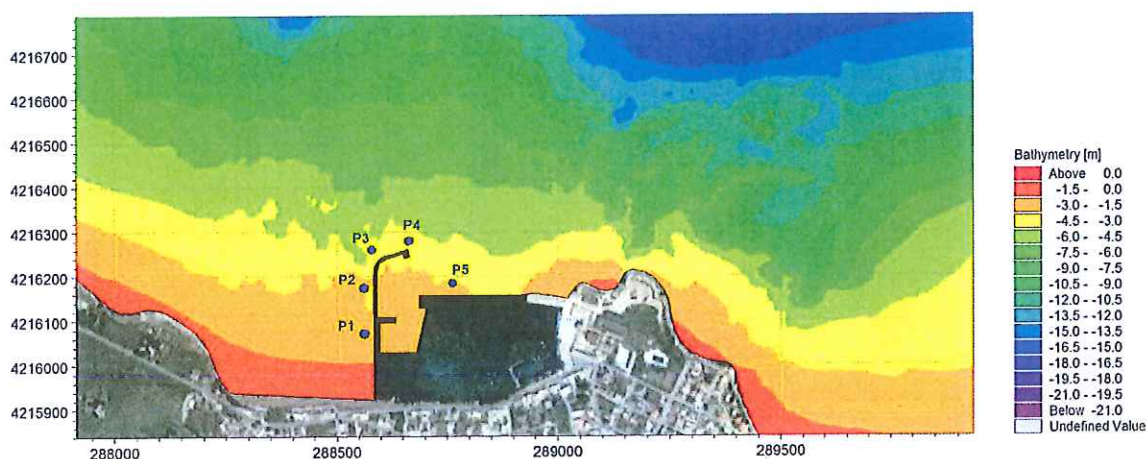


Figura 6-1 Illustrazioni dei punti utilizzati per la stima delle altezze d'onda di progetto.

La regolarizzazione statistica, in questo caso solo omnidirezionale, è stata effettuata utilizzando il modulo EVA – Extreme Values Analysis del DHI. Gli eventi di mareggiata sono stati pertanto processati statisticamente mediante l'applicazione del cosiddetto metodo POT (Peak Over Threshold). Tale metodo, contrariamente al metodo del valore massimo annuale, permette, una volta individuata una specifica soglia minima di altezza d'onda, di considerare nell'analisi gli eventi di mareggiata a prescindere dal fatto che essi si siano o meno verificati nello stesso anno o in anni diversi. La soglia relativa al metodo P.O.T. è stata valutata separatamente per ogni analisi statistica effettuata.

I risultati delle elaborazioni sono riportati di seguito in forma grafica (da Figura 6-2 a Figura 6-6) e tabellare (Tabella 6-1). La distribuzione di probabilità che ha approssimato meglio i dati è la distribuzione "Weibull". Nel grafico sono rappresentati in linea tratteggiata i limiti dell'intervallo di confidenza al 95%.

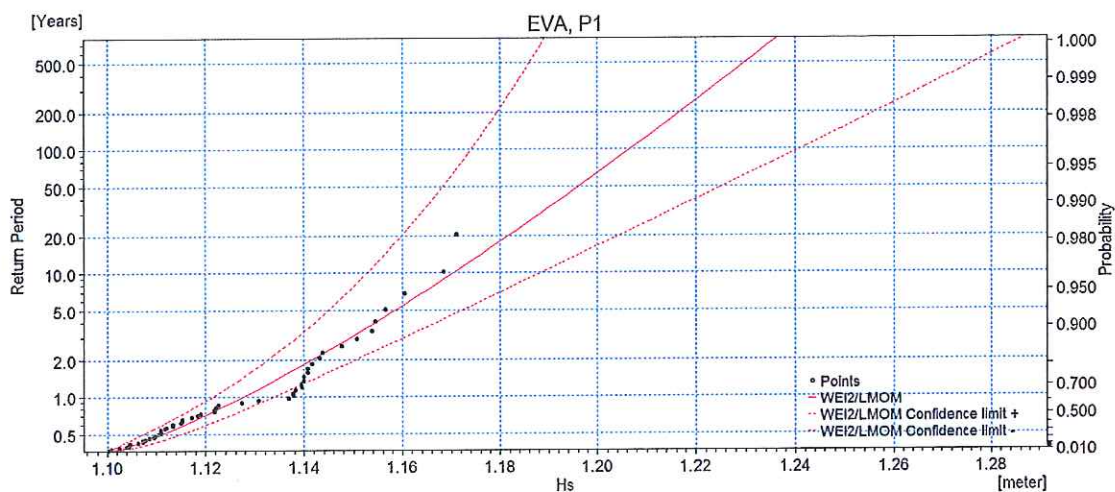


Figura 6-2 Analisi statistica degli eventi estremi per il punto P1.

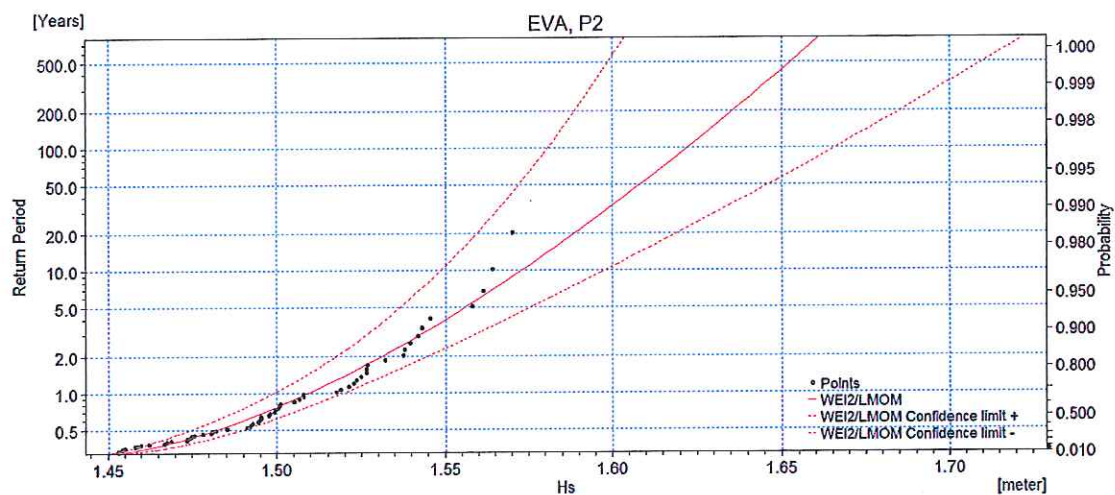


Figura 6-3 Analisi statistica degli eventi estremi per il punto P2.

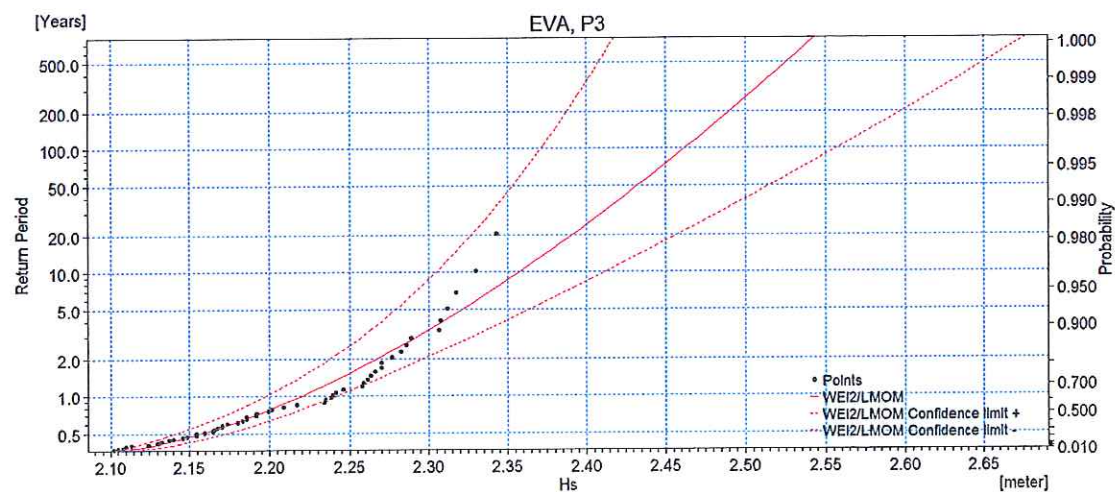


Figura 6-4 Analisi statistica degli eventi estremi per il punto P3.

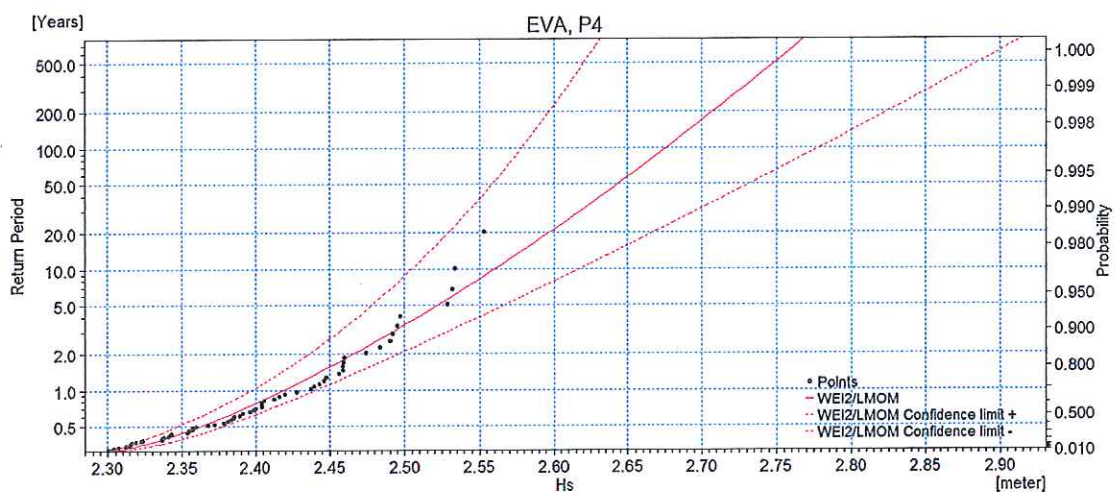


Figura 6-5 Analisi statistica degli eventi estremi per il punto P4.

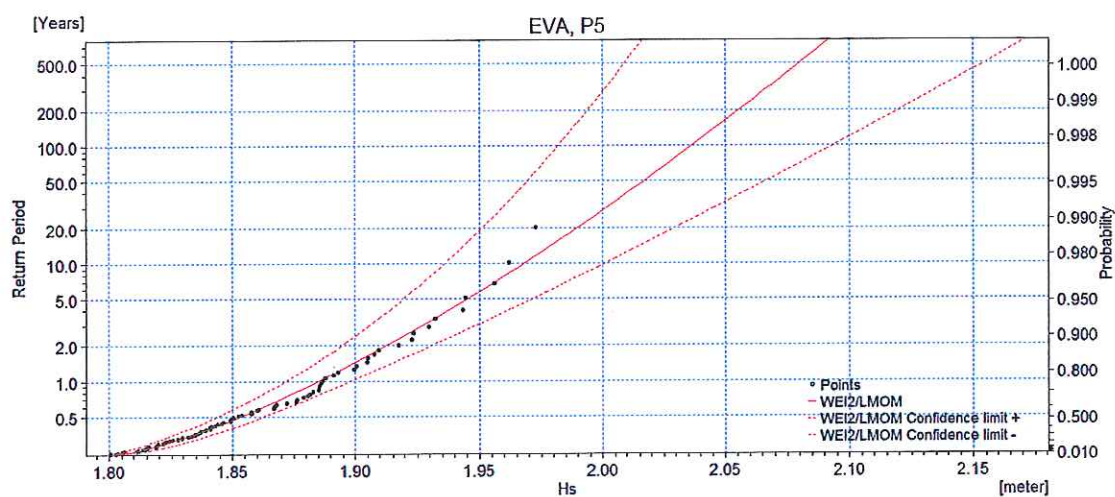


Figura 6-6 Analisi statistica degli eventi estremi per il punto P5.

Tabella 6-1 Analisi statistica degli eventi estremi: Valori di altezza d'onda significativa (H_s) e deviazione standard (ST.D) in funzione del periodo di ritorno T.

	T	Hs	ST.DV		T	Hs	ST.DV
	[anni]	[m]	[m]		[anni]	[m]	[m]
P1	1	1.13	0.00	P4	1	2.42	0.01
	5	1.16	0.01		5	2.52	0.02
	10	1.17	0.01		10	2.56	0.03
	20	1.18	0.01		20	2.60	0.04
	50	1.20	0.01		50	2.64	0.04
	100	1.21	0.02		100	2.68	0.05
P2	1	1.51	0.01	P5	1	1.89	0.01
	5	1.56	0.01		5	1.95	0.01
	10	1.57	0.01		10	1.97	0.02
	20	1.59	0.02		20	1.99	0.02
	50	1.61	0.02		50	2.02	0.02
	100	1.62	0.02		100	2.04	0.03
P3	1	2.22	0.01				
	5	2.32	0.02				
	10	2.36	0.03				
	20	2.39	0.03				
	50	2.43	0.04				
	100	2.46	0.05				

L'analisi dei risultati mette in evidenza che, come atteso, le onde più alte sono quelle calcolate nel punto P4, ubicato intorno alla profondità di 4m. A titolo di esempio, l'onda associata al periodo di ritorno di 100 anni per il punto P4 risulta essere pari a 2.68m.

7 CONCLUSIONI

Le attività oggetto del presente elaborato si collocano nell'ambito dello studio a supporto della progettazione del nuovo porto turistico di Bonagia, sviluppata dai tecnici del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti - Provveditorato Interregionale Sicilia - Calabria, Ufficio 4° - Opere Marittime per la Sicilia.

A partire dai dati relativi al clima ondoso al largo, sono state condotte le seguenti attività:

- inquadramento geografico del paraggio, analisi del moto ondoso al largo e trasposizione sottocosta;
- studio dell'agitazione residua interna;
- studio delle dinamiche di trasporto litoraneo e dell'influenza della Posidonia sull'accessibilità dell'imboccatura portuale;
- definizione delle altezze d'onda di progetto.



Lo studio, realizzato mediante l'applicazione dei codici di simulazione numerica del DHI (Danish Hydraulic Institute), ha evidenziato che il layout proposto soddisfa sostanzialmente i criteri indicati dal PIANC per quanto concerne l'agitazione ondosa ammissibile per le condizioni di *comfort*, di sicurezza e limite. In particolare, per la sola condizione di *comfort* si evidenzia un superamento della soglia indicata dal PIANC per un numero di giorni solo lievemente superiore a quanto suggerito dall'Associazione Internazionale (sei anziché cinque).

La diffusa presenza di Posidonia nell'area di Bonagia può altresì determinare criticità in termini di progressivo deposito di foglie di Posidonia morta nella zona dell'imboccatura, condizione che, peraltro, si verifica diffusamente anche nelle condizioni attuali. Si ritiene pertanto utile suggerire un monitoraggio saltuario delle quote batimetriche nella zona della futura imboccatura, in modo da prendere per tempo adeguati accorgimenti per la rimozione del materiale in caso di accumuli tali da determinare potenziali problemi di accesso alla darsena.

8 RIFERIMENTI

AIPCN-PIANC Associazione Internazionale di Navigazione (Sezione Italiana): "Raccomandazioni tecniche per la progettazione dei porti turistici", Febbraio 2002;

US Army Corps of Engineers: Coastal Engineering Manual – Part II – Chapter 7 – Wave reflection;

G. Ciruolo, C. Costa, G. B. Ferreri, A. M. Folkard, A. Maltese: "Particle tracking in a gap of aquatic vegetation meadow". 13th Workshop on Physical Processes in Natural Waters, Palermo, Italy, 1-4 September 2009.



A L L E G A T I



ALLEGATO A

Descrizione del modello Met-Office

DESCRIPTION OF THE MET OFFICE 2ND GENERATION WAVE MODEL

Overview

The Met Office runs a 2nd Generation spectral wave model, with both global and nested regional configurations. The wave models are forced using hourly wind fields generated in Met Office Numerical Weather Prediction (NWP) models, which include observational data from satellite, ship and data buoy networks in their assimilation schemes. Based on the local wind speed and direction, energy is input to waves through a parameterization of the exponential growth of existing wind-sea energy (linear growth in the early development stage). Wind-sea spectral peakedness and peak frequency are used to select an appropriate member of the JONSWAP family of spectra to describe the growing wind-sea energy distribution in frequency space. Directional distribution of wind-sea energy is defined using a cosine squared distribution about the mean wind-sea direction. Frequency dependency for the rate of turn of wave energy in response to turning winds is also parameterized. As the waves grow, a balance is reached between parameterizations for the input, nonlinear transfer between frequencies and dissipation of wave energy. This ensures that for a given wind speed, with sufficient fetch and duration, the limiting Pierson-Moskowitz spectrum is reached but not exceeded.

Wave energy is advected through the model domain using a 2nd order Lax-Wendroff scheme. In the Global wave model, longer period swell energy direction of propagation is modified to ensure that the energy follows a Great Circle. In shallow water (<200m depth) wave group speed depth dependency, bottom friction and depth refraction are represented in the model physics. The UK Waters Wave Model additionally includes the effects of time-varying currents on the UK continental shelf, taking hourly currents from the ~12km Storm Surge model.

The 2nd Generation model scheme mainly differs from its 3rd Generation counterparts (e.g. WAM, WAVEWATCH III) in its use of parameterization schemes for wave growth, nonlinear transfer of energy and dissipation, where more recently devised models calculate some of these explicitly (details in Holt and Hall 1992). Nevertheless, the 2nd Generation scheme is considered robust for operational wave modeling applications and compares favourably with 3rd Generation counterparts operated by other meteorological bureau in an ongoing international data exchange (Bidlot et al., 2000, 2002). Wave model verification is undertaken daily at the Met Office and uses available networks of in-situ wave buoys, ENVISAT along-track altimeter data and ERS-2 Synthetic Aperture Radar (SAR) datasets.

Operational Configurations

The Met Office suite of operational global and regional nested wave models produces regularly updated wave forecasts with lead times of up to five days. Operationally the models are configured with a spectral resolution of 13 frequency bins and 16 directional bins, representing waves with a range of periods between 25 seconds and 3 seconds (deep-water wavelengths from 975 m to 15 m).

Wave conditions worldwide are forecast using the Global Wave Model on a 5/9 degree latitude by 5/6 degree longitude grid (approximately 60km square grid at mid-latitudes), with fields output at 3-hourly resolution to a lead time of 5 days (T+120). This model is forced using the Met Office's Global domain NWP 10m wind field and run twice daily based on 0000 and 1200 UTC analysis times. The extent of ice cover at high latitudes is updated daily using NWP global analysis data.

Boundary conditions from the Global Wave Model are used as input to a European Wave Model, based on a 1/4 degree latitude by 2/5 degree longitude grid (approximately 35km) covering the area from 30°75N to 67°00N and 14°46W to 41°14E and with a forecast range out to 2 days (T+48). Similarly to the Global Wave Model, this model is forced using the Met Office Global domain NWP 10m wind field and run twice daily based on 0000 and 1200 UTC analysis times.



Met Office

A further increase in resolution is made for the UK Waters Wave Model, which is nested using boundary conditions from the Global Wave Model. The UK Waters Wave Model uses a 1/9 degree latitude by 1/6 degree longitude grid (approximately 12km) covering the north-west European continental shelf from 12°W between 48°N and 63°N. Two configurations of the UK Waters Wave Model are run. The first configuration is forced by high resolution (~12km grid) Mesoscale NWP 10m winds and includes effects of time-varying currents on the UK continental shelf as generated by the Met Office's operational Storm Surge Model. This model is run four times daily using analysis times 0000, 0600, 1200 and 1800 UTC and provides hourly forecasts out to T+48. The second configuration (Extended UK Waters Wave Model) does not include current effects, and is run twice daily (0000 and 1200 UTC analyses) forced by Global NWP 10m winds to provide 3-hourly forecast data out to T+120.

Data are output from the model and variously retained in commercially available fast-access hindcast archives and research based forecast model archives. Due to data handling constraints two-dimensional (frequency-direction) spectral data are output at specific model points only and are not archived. The hindcast archives are based upon one-dimensional (frequency) spectral data output for all model grid points. These data are used to construct integrated wave parameters including significant wave height, period and direction based on the total spectrum, wind-sea and swell components. The decomposition between swell and wind-sea is made using analyses based upon archived model values of wind speed and direction. Hindcast and forecast integrated parameters (e.g. significant wave height) are generated at model run-time for each model grid point and are retained in the research forecast model archive.

Technical Description

A published description of the wave model is provided in Golding (1983). Technical details from the wave model code are provided by Holt (1994) and Stratton et al. (1995).

Spectral Modelling of Wave Fields

The Met Office 2nd Generation Wave Model is a spectral wave model (as are 3rd Generation models, e.g. WAM, WAVEWATCH III). Spectral models work by calculating the levels of wave energy that can be assigned to a two-dimensional frequency-direction domain (termed the wave spectrum) used to describe motion of the sea-surface under waves (the sea-state). Essentially the spectrum decomposes a given sea-state into a set of constituent sine waves, each with a different direction, period (inverse of frequency) and amplitude (energy).

From the two-dimensional frequency-direction spectrum standard integrated parameters representing wave conditions are generated (e.g. significant wave height, wave peak and zero-upcrossing period, principal wave direction). With knowledge of wind strength and direction, these integrated parameters can also be assigned to wave field components defined as wind-sea or swell (see *Wind-Sea/Swell Partitioning*).

Field experiments have established families of wave spectra appropriate to different forcing circumstances, and upon which spectral wave models have been based. In the instance of the global/regional scale 2nd Generation model, the spectra used are those derived from the JONSWAP experiment that recorded wave growth over a fetch in the North Sea (Hasselmann, 1973), including the Pierson-Moskowitz spectrum which defines a fully developed wind-sea and therefore defines the fully developed limit of a JONSWAP spectrum.

Model Grid and Forcing Data

The model runs on prescribed regular latitude-longitude spatial grids. Parameter values are derived at collocated positions corresponding to grid cell centre (i.e. the grid is not staggered). Cell types comprise 'sea points', where the full set of calculations for wind-sea growth/dissipation and wave energy advection are applied; 'land points' where no calculations



Met Office

are performed; and 'coast points', where advective/dissipative schemes only are applied and which act as a buffer zone for the land.

Depth information is held on the model grid using a representative average for each cell. This assumption may prove important in some near coastal grid cells where the average depth (for example taken over a 12km grid cell in the UK Waters model, 60km cell in the global model) may mask bathymetric features affecting the local distribution of wave energy. A cut-off depth is set in the model scheme at 200m, since at depths greater than this value shallow water effects are negligible even for wave energy in the lowest frequency range.

The importance of increased spatial resolution is clearest in the near coastal zone, since this allows a better representation of the coastline itself and will increasingly resolve shallow water bathymetric features. The trade off for making these resolution changes lies in run-time, with shorter calculation timesteps required for increased spatial resolution in order not to violate conditions for energy advection (see *Wave Energy Advection*).

Models are calibrated to be forced by representative 19.5m mean wind speed and direction, such that for correct wind speed, duration and fetch the wave model will attain the limiting Pierson-Moskowitz wave height. In the operational models this forcing is provided by NWP atmospheric models operated on rotated grids. As a result the winds must first be converted to the regular latitude-longitude grid prior to ingestion by the wave model. In assessing an appropriate wave model spatial grid size, the resolution at which the forcing winds are provided is an important constraint.

Wind-Sea/Swell Partitioning

Taking a simplistic view of the wave model two main processes are represented; growth/dissipation of wind-sea; and advection of wave energy in both wind-sea and swell components of the total wave field. An essential task in the model is therefore to define which parts of the two-dimensional (frequency-direction) wave energy spectrum are wind-sea, which will respond to wind forcing, and which are swell that will be permitted to propagate freely in the model (subject to swell dissipation terms).

The spectral domain occupied by wind-sea is defined in the model using a two stage process based on the wind strength and direction prescribed for each timestep and model grid point in order to generate a spectral cut-off in frequency and direction. Initially the wind-sea to swell cut-off in frequency space is defined using:

$$F_{cut-off} = 0.8 * F_{PM},$$

where F_{PM} is the Pierson-Moskowitz peak frequency defined by

$$F_{PM} = 0.14 g / V_w,$$

where g is acceleration due to gravity and V_w is wind speed at 19.5m above mean sea level and assumes neutral stability in the boundary layer. The cut-off in direction space is derived from:

$$D_{cut-off} = D_w \pm 0.63 * \pi,$$

where D_w is wind direction in radians. The second stage of wind-sea domain definition occurs when wind-sea energy is turned, grown and recast, and is discussed in *Wind-Sea Growth/Dissipation and Spectral Reshaping*.

One drawback of this method is that there will be circumstances when the range of frequencies and directions assigned to receive wind-sea energy coincides with some frequencies and directions containing swell energy (i.e. when a strong wind shifts and blows at a direction close to that in which swell is propagating). In such cases swell energy is appropriated into the wind-sea energy calculations. The result may include redistribution of some swell energy to higher frequencies and modified directions in the spectrum as a result of the model recasting the wind-sea (see *Wind-Sea Growth/Dissipation and Spectral Reshaping*). This process has been termed 'poaching' by Met Office wave modelers.

Poaching can lead to enhanced wind-sea growth and excessive swell dissipation within the model scheme since swell energy is lost from comparatively low frequencies whilst the wind-sea energy present at the time is overestimated compared to reality. Under such growth conditions the wind-sea is likely to be assigned an artificially low peak frequency.

There may be some remnant sign of the old swell after poaching has occurred since wave energy at the lowest wind-sea frequencies may attain a direction some way between that of the majority of the new wind-sea and that of the old swell. This is due to the fact that where wave energy is already present the model tries to take account of this and slowly 'relaxes' that energy toward the new wind-sea direction (see *Wind-Sea Growth/Dissipation and Spectral Reshaping*).

Wind-Sea Growth/Dissipation and Spectral Reshaping

Energy from the atmosphere is transferred to ocean waves through growth of the wind forced component of the wave spectrum (wind-sea). Calculation of the wind-sea at each model timestep comprises the following steps:

1. Calculate existing wave energy in new wind-sea frequency-direction (f, θ) range (see *Wind-Sea/Swell Partitioning*).
2. Turn the existing wind-sea.
3. Calculate source terms for linear and exponential growth of wind-sea, deep and shallow water dissipation (applied across the whole wave spectrum, i.e. inclusive of swell) and add source terms to define new wind-sea energy.
4. Reshape new wind-sea spectrum to parameterize nonlinear wave interaction using appropriate JONSWAP family member.

Using the model partitioning scheme described in *Wind-Sea/Swell Partitioning*, existing wind-sea energy is integrated by direction for each frequency bin. These calculations include determination of the mean wave direction associated with each frequency bin ($D_{mean, f}$). Where increasing wind includes frequency bins containing no wave energy, the mean direction is set to the wind direction for later use.

Commonly the wind will back or veer in addition to changing in speed. Wind-sea response is to follow this change in direction, but at a lag dependent upon frequency. In the model scheme turning the wind-sea follows two steps. First a frequency based relaxation factor is calculated using

$$RF = 0.0004 * f^2$$

which is then applied to produce a frequency based turn angle

$$\theta_{turn, f} = RF * \sin(D_w - D_{mean, f}) * (1/F_{PM})$$

The turned wind-sea is then recast for each frequency based upon summed energy, a principal direction equal to

$$DP_f = D_{mean, f} + \theta_{turn, f}$$

and using a cosine squared directional spread. This process is described in further detail by Ephraums (1986).

Subsequent to creating the turned wind-sea, parameterized source terms for growth and dissipation of wave energy, plus nonlinear interaction between wave frequencies are applied. Two exceptional growth circumstances exist; where no wind-sea energy pre-exists, a linear growth parameterization inputs energy into the highest frequency bin; a parametric parameterization is used for wind-sea growth under low wind speed conditions (less than 7ms^{-1} ; Holt, 1994). Otherwise exponential growth of wind-sea (Snyder, 1981) is calculated based on a growth factor:

$$GF_1 = E_{PM} / E_{WS1}$$

where E_{WS1} is the energy residing in the existing turned wind-sea and E_{PM} is Pierson-Moskowitz energy defined by

Met Office

$$E_{PM} = (V_w / 1.4g)^4.$$

The growth factor is used to define both a peak frequency for the growing wind-sea based on:

$$f_p = F_{PM} * GF_1^{0.33},$$

and determine frequency based growth terms (constrained to be greater than zero) following:

a) For all frequency bins below the top frequency,

$$GT_f = GC * f * W(V_w, f) * E_{f,\theta},$$

where $W(V_w, D_w, f, \theta)$ is a wind speed versus wave speed function defined as:

$$W(V_w, D_w, f, \theta) = [V_w * \cos(D_w - \theta) / c_f] - 1.0.$$

for which $D_w - \theta$ represents the angular difference between wind direction and the spectral direction bin, whilst c_f is wave phase speed for the given spectral frequency.

b) For the top frequency bin

$$GT_f = GC * FP * W_T(V_w, D_w, f, \theta),$$

where $W_T(V_w, D_w, f, \theta)$ is a wind speed versus wave speed function defined as:

$$W_T(V_w, D_w, f, \theta) = [V_w * \cos(D_w - \theta) * f_p * 2\pi / g] - 1.0.$$

In both cases GC represents a growth constant calculated based on timestep and a number of other predefined constants, including a fixed value drag coefficient.

Dissipation parameterizes deep-water mechanisms for energy loss including 'whitecapping'. This is calculated using a dissipation term set up such that dissipation balances the Snyder (1981) growth term appropriately for fully developed wave conditions (Holt, 1992). The dissipation calculations are based upon the total energy existing in the entire spectrum (i.e. both wind-sea and swell), subject to hardwired upper and lower limits. For wind-sea (f, θ) bins the dissipation term (DT) is then:

$$DT = A * (s / s_{PM})^2 * E_{f,\theta} * (2\pi * f)^2,$$

where A is a tunable constant ($4.5 * 10^{-5}$), and s and s_{PM} are respectively integral wave steepness terms for modelled existing energy and Pierson-Moskowitz spectral energy based on:

$$s = [\sum E(f, \theta)]^4 / g^2.$$

Calculated source terms (including shallow water dissipation terms, see *Shallow Water Physics*) are simply added to existing (f, θ) bin energies to yield the grown-dissipated wind-sea. The final parameterization is that of nonlinear interaction between the wind-sea frequencies. This is made by fitting the grown-dissipated wind-sea to an appropriate JONSWAP spectrum family member and re-shaping the wind-sea spectrum accordingly. In the model JONSWAP members are pre-calculated for a sample set of peak frequencies (f_p , 220 in operational model) and JONSWAP gamma (γ , 24 in operational model) and stored as normalized spectral shapes following:

$$JONSWAP_{norm, f} = JONSWAP_{dim, f} / \sum JONSWAP_{dim, f} * df,$$

where

$$JONSWAP_{dim, f} = \frac{1}{f^5} * \exp \left[-1.25 * \left(\frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right] * \gamma^{\exp \left[\frac{\left(\frac{f}{f_p} - 1 \right)^2}{2\sigma^2} \right]}$$

for frequencies above a spectral cut-off defined by

$$f_{cut-off} = 0.8 * F_{PM}$$

In the operational model σ is given the constant value 0.08.

Met Office

Grown-dissipated wind-sea f_p and γ for selection of the normalized JONSWAP member are defined using the growth factor for this third iteration of wind-sea energy, i.e.

$$GF_3 = E_{PM} / E_{WS3}$$

so that

$$f_p = F_{pm} * GF_3^{0.33},$$

and

$$\gamma = 2.3 * \left[1.0 - (1.0 / GF_3)^2 \right] + 1.0,$$

such that the maximum value for γ is set at 3.3.

A final partition of wind-sea energy is made based upon this latest value of peak frequency to provide the frequency cut-off. The resulting wind-sea energy is reshaped using the selected normalized JONSWAP member, and applied to the appropriate frequency bins, being distributed in spectral directional space by using the turned wind-sea principal directions and a cosine squared energy distribution.

Wave Energy Advection

Wave energy is propagated through the ocean at wave group speed (c_g , half the wave phase speed in deep water). This process is replicated across the model grid using a numerical energy advection scheme satisfying the equation:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + c_g \frac{\partial E}{\partial x} = 0$$

The first criterion required for a stable model advection scheme is that the condition,

$$c_g \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

where Δx is model grid length (which will be a minimum at high latitudes) and Δt the timestep be satisfied. Since the latitude-longitude grid is predefined, satisfying this criteria sets the timestep and as a result the calculation time involved in a model run, with a higher spatial resolution model requiring a shorter timestep and longer run-time for a given forecast period.

In order to ensure numerical stability and accuracy in model advection a Lax-Wendroff scheme (Richtmeyer and Morton, 1967; Gadd, 1978) is employed. The scheme uses a two-step approach, first making a diffusing step to an intermediate gridpoint and timestep ($\Delta t/2$), and then using these values to evaluate the next whole timestep. Applied to the simple advection equation with m representing spatial grid cells and n timesteps, the scheme is:

$$E_{m+1/2,n+1/2}^* = 1/2 (E_{m+1,n} + E_{m,n}) - (c_g \Delta t / 2 \Delta x) (E_{m+1,n} - E_{m,n})$$

$$E_{m,n+1} = E_{m,n} - (c_g \Delta t / \Delta x) (E_{m+1/2,n+1/2}^* - E_{m-1/2,n-1/2}^*)$$

Substituting the diffusing step into the whole timestep equation yields terms that indicate the scheme is second order in both time and space.

Within the global and large scale regional wave models it is also necessary to account for Great Circle turning of propagating wave energy for all but the highest frequencies (less than 0.15Hz, periods longer than 6 seconds). Great Circle turning is required due to the curvature of the earth, which without a correction term would be unaccounted for in the regular grid representation used by the wave model. Placing the energy advection equation in spherical co-ordinates, the result is to add an extra term for Great Circle turning, i.e.

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \phi} + \frac{\partial E}{\partial \lambda} + \frac{\partial E}{\partial \beta},$$

where ϕ , λ and β respectively relate to terms for latitude, longitude and great circle turning. Turning is calculated using a forward difference scheme, as outlined in Stratton and Ephraums (1986).

Met Office

Swell Dissipation

Swell dissipation is based on the same scheme as described for wind-sea (see *Wind-Sea Growth/Dissipation and Spectral Reshaping*). However, that parameterization scheme was designed to compensate for the fact that results from boundary layer coupled models (Chalikov and Makin, 1991; Burgers and Makin, 1993; Janssen, 1991) demonstrated an overprediction of wind-sea growth in the Snyder (1981) method employed by this model. It was therefore found that adopting the same dissipation parameterization for swell terms (for which no wind forced growth occurs) would lead to excessive dissipation of swell (Holt, 1992, 1994). As a result a reduced dissipation factor is applied to swell using:

$$DT = A * (s/s_{PM})^2 * E_{r,\theta} * (2\pi * f)^2 * 0.33.$$

Shallow Water Physics

In shallow water three principal processes are accounted for in the model scheme (Holt, 1993).

Wave phase and group speeds must be calculated using the full wave dispersion relationship:

$$c = \sqrt{gk * \tanh kh},$$

where k is wave number ($=2\pi/\text{wavelength}$) and h depth, and

$$c_g = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) * c.$$

At the start of a model run a look-up table of appropriate shallow water wave speeds is derived. This table can then be interrogated for calculations performed for model designated shallow water points.

Refraction is a forced redirection of wave energy due to changes in wave speed, and is discussed in detail in Golding (1983). This is dealt with in the model using a forward difference scheme.

A term is included in the model to allow additional wave energy dissipation due to bottom friction at shallow water points.

For the UK Waters wave model effects of time-variant currents on the continental shelf are also accounted for. This procedure is detailed by Buckley (1999).

Post-Processing Wind-Sea/Swell Partition

Separate from the wave model, hindcast archive data extraction also uses a wind-sea/swell partition scheme in order to produce integrated parameters (e.g. significant wave height) from archived one-dimensional (frequency) spectral data. Several of the steps used to create this partition in the model cannot be replicated from the output data, and so the approach to defining the wind-sea in post processing is based on the initial cut-off criteria described in *Wind-Sea/Swell Partitioning*, but with some modification.

The direction cut-off uses:

$$D_{cut-off} = D_w \pm \pi/2$$

The frequency cut-off is modified to account for the fact that in reality, the sea requires a certain length of time to respond to the wind blowing over it. Initially the relationship

$$F_{cut-off} = 0.8 * F_{PM}$$

is used. However, the wind-sea from which this 'first-guess' was made may not have reached the theoretical fully-developed state described by the Pierson-Moskowitz spectrum. So the difference between the model actual and theoretical states is used to calculate a more realistic peak frequency for the wind-sea based on:



Met Office

$$F_{cut-off} = 0.7 * 10^{(-0.04 * XX)},$$

$$XX = -25 * \log(F_{final})$$

and

$$F_{final} = F_{PM} * (E_{PM} / E_{model})^{0.31}$$

where E_{model} is the first-guess wind-sea energy.



Met Office

References

Bidlot, J.R., Holmes-Bell, D.J., Wittmann, P.A., Lalbeharry, R., Chen, H.S., 2000. Intercomparison of the performance of operational ocean wave forecasting systems with buoy data. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF) Technical Memorandum Number 315 *also* 2002, Weather and Forecasting, 17, 287-310.

Buckley, A.L., 1999. Implementation of a wave-current interaction scheme in the Met Office wave model. Unpublished Met Office Ocean Applications Internal Paper 29.

Burgers, G., Makin, V., 1993. Boundary-layer model results for wind-sea growth. Journal of Physical Oceanography, 23, 372-385.

Chalikov, D., Makin, V., 1991. Models of the wave boundary layer. Boundary Layer Meteorology, 56, 83-99.

Ephraums, J., 1986. Directional relaxation of the wave energy spectrum in turning winds. Unpublished Met O 2b Technical Note Number 105.

Gadd, A.J., 1978. A split explicit integration scheme for numerical weather prediction. Quarterly Journal Royal Meteorological Society, 104, 569-582.

Golding, B., 1983. A wave prediction system for real-time sea-state forecasting. Quarterly Journal Royal Meteorological Society, 109, 393-416.

Hasselmann, K., Barnett, T.P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D.E., Enke, K., Ewing, J.A., Gienapp, H., Hasselmann, D.E., Kruseman, P., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D.J., Richter, K., Sell, W., Walden, H., 1973. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg, UDC 551.466.31; ANE German Bight.

Haltiner, G.J., Williams, R.T., 1980. Numerical prediction and dynamic meteorology, 2nd Edition. Wiley, 477pp.

Holt, M.W., and Hall, B.J., 1992. A comparison of 2nd generation and 3rd generation wave model physics. Unpublished Met Office Short-Range Forecasting Research Division Technical Report Number 10.

Holt, M.W., 1992. A re-calibration of the Wave model. Unpublished Met Office Short-Range Forecasting Research Division Technical Report Number 26.

Holt, M.W., 1993. Running the global wave model with shallow water depth information. Unpublished Met Office Forecasting Research Division Technical Report Number 45.

Holt, M.W., 1994. Improvements to the UKMO wave model swell dissipation and performance in light winds. Unpublished Met Office Forecasting Research Division Technical Report Number 119.

Janssen, P.A.E.M., 1991. Quasi-linear theory of wind-wave generation applied to wave forecasting. Journal of Physical Oceanography, 21, 1631-1642.

Richtmeyer, R.D., Morton, K.W., 1967. Difference methods for initial value problems. Interscience, 406pp.

Snyder, R.L., Dobson, F.W., Elliott, J.A., Long, R.B., 1981. Array measurements of atmospheric pressure fluctuations above surface gravity waves. Journal of Fluid Mechanics, 102, 1-60.



Met Office

Stratton, R.A., Ephraums, J., 1986. Great circle turning for the operational wave model. Unpublished Met O 2b Technical Note Number 109.

Stratton, R.A., Holt, M.J., Kelsall, S., 1995 (last modification). Wave model forecast program qxglwmodel. Unpublished Met Office Wave Model Documentation Paper Number 6.



ALLEGATO B

Descrizione del modulo EVA



EVA

Extreme Value Analysis

Technical Reference and Documentation





Please Note

Copyright

This document refers to proprietary computer software which is protected by copyright. All rights are reserved. Copying or other reproduction of this manual or the related programs is prohibited without prior written consent of DHI. For details please refer to your 'DHI Software Licence Agreement'.

Limited Liability

The liability of DHI is limited as specified in Section III of your 'DHI Software Licence Agreement':

'IN NO EVENT SHALL DHI OR ITS REPRESENTATIVES (AGENTS AND SUPPLIERS) BE LIABLE FOR ANY DAMAGES WHATSOEVER INCLUDING, WITHOUT LIMITATION, SPECIAL, INDIRECT, INCIDENTAL OR CONSEQUENTIAL DAMAGES OR DAMAGES FOR LOSS OF BUSINESS PROFITS OR SAVINGS, BUSINESS INTERRUPTION, LOSS OF BUSINESS INFORMATION OR OTHER PECUNIARY LOSS ARISING OUT OF THE USE OF OR THE INABILITY TO USE THIS DHI SOFTWARE PRODUCT, EVEN IF DHI HAS BEEN ADVISED OF THE POSSIBILITY OF SUCH DAMAGES. THIS LIMITATION SHALL APPLY TO CLAIMS OF PERSONAL INJURY TO THE EXTENT PERMITTED BY LAW. SOME COUNTRIES OR STATES DO NOT ALLOW THE EXCLUSION OR LIMITATION OF LIABILITY FOR CONSEQUENTIAL, SPECIAL, INDIRECT, INCIDENTAL DAMAGES AND, ACCORDINGLY, SOME PORTIONS OF THESE LIMITATIONS MAY NOT APPLY TO YOU. BY YOUR OPENING OF THIS SEALED PACKAGE OR INSTALLING OR USING THE SOFTWARE, YOU HAVE ACCEPTED THAT THE ABOVE LIMITATIONS OR THE MAXIMUM LEGALLY APPLICABLE SUBSET OF THESE LIMITATIONS APPLY TO YOUR PURCHASE OF THIS SOFTWARE.'

Printing History

June 2005
April 2006
October 2007
January 2009
July 2010





CONTENTS



1	INTRODUCTION	9
2	EXTREME VALUE MODELS	11
2.1	Basic probabilistic concepts	11
2.2	Annual maximum series	12
2.3	Partial duration series	13
3	INDEPENDENCE AND HOMOGENEITY TESTS	15
3.1	Run test	15
3.2	Mann-Kendall test	16
3.3	Mann-Whitney test	17
4	PROBABILITY DISTRIBUTIONS	19
4.1	Probability distribution for AMS	19
4.2	Probability distributions for PDS	19
5	ESTIMATION METHODS	21
5.1	Method of moments	21
5.2	Method of L-moments	22
5.3	Maximum likelihood method	24
6	GOODNESS-OF-FIT STATISTICS	25
6.1	Chi-squared test	25
6.2	Kolmogorov-Smirnov test	26
6.3	Standardised least squares criterion	27
6.4	Probability plot correlation coefficient	29
6.5	Log-likelihood measure	30
7	UNCERTAINTY CALCULATIONS	31
7.1	Monte Carlo simulation	31
7.2	Jackknife resampling	33
8	FREQUENCY AND PROBABILITY PLOTS	35
8.1	Plot of histogram and probability density function	35
8.2	Probability plots	35
9	REFERENCES	39
	Appendix A Probability distributions	43
A.1	EXPONENTIAL DISTRIBUTION	45
A.2	GENERALISED PARETO DISTRIBUTION	47
A.3	GUMBEL DISTRIBUTION	51



A.4	GENERALISED EXTREME VALUE DISTRIBUTION	55
A.5	WEIBULL DISTRIBUTION	59
A.6	FRECHÉT DISTRIBUTION	65
A.7	GAMMA/PEARSON TYPE 3 DISTRIBUTION	69
A.8	LOG-PEARSON TYPE 3 DISTRIBUTION	75
A.9	LOG-NORMAL DISTRIBUTION	77
A.10	SQUARE ROOT EXPONENTIAL DISTRIBUTION	85
A.11	AUXILIARY FUNCTIONS	87





1 INTRODUCTION

The EVA toolbox in MIKE Zero comprises a comprehensive suite of routines for performing extreme value analysis. These include

- A pre-processing facility for extraction of the extreme value series from the record of observations.
- Support of two different extreme value models, the annual maximum series model and the partial duration series model.
- Support of a large number of probability distributions, including exponential, generalised Pareto, Gumbel, generalised extreme value, Weibull, Frechét, gamma, Pearson Type 3, Log-Pearson Type 3, log-normal, and square-root exponential distributions.
- Three different estimation methods: method of moments, maximum likelihood method, and method of L-moments.
- Three validation tests for independence and homogeneity of the extreme value series.
- Calculation of five different goodness-of-fit statistics.
- Support of two different methods for uncertainty analysis, Monte Carlo simulation and Jackknife resampling.
- Comprehensive graphical tools, including histogram and probability plots.

This document provides a technical reference and documentation for the different tools available in EVA.





2 EXTREME VALUE MODELS

For evaluating the risk of extreme events a parametric frequency analysis approach is adopted in EVA. This implies that an extreme value model is formulated based on fitting a theoretical probability distribution to the observed extreme value series. Two different extreme value models are provided in EVA, the annual maximum series (AMS) method and the partial duration series (PDS) method, also known as the peak over threshold (POT) method.

2.1 Basic probabilistic concepts

The defined extreme value population is described by a stochastic variable X . The cumulative distribution function $F(x)$ is the probability that X is less than or equal to x

$$F(x) = P\{X \leq x\} \quad (2.1)$$

The probability density function $f(x)$ for a continuous random variable is defined as the derivative of the cumulative distribution function

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (2.2)$$

The quantile of a distribution is defined as

$$x_p = F^{-1}(p) \quad (2.3)$$

where $p = P\{X \leq x\}$. The quantile x_p is exceeded with probability $(1-p)$, and hence is often referred to as the $(1-p)$ -exceedance event. Often the return period of the event is specified rather than the exceedance probability. If $(1-p)$ denotes the exceedance probability in a year, the return period T is defined as

$$T = \frac{1}{1-p} \quad (2.4)$$

Correspondingly, the T -year event x_T calculated from (2.3) is the level, which on the average is exceeded once in T years.



2.2 Annual maximum series

In the annual maximum series (AMS) method the maximum value in each year of the record are extracted for the extreme value analysis (see Figure 2.1). The analysis year should preferably be defined from a period of the year where extreme events never or very seldomly occur in order to ensure that a season with extreme events is not split in two. Alternatively, a specific season may be defined as the analysis year.

For estimation of T -year events, a probability distribution $F(x)$ is fitted to the extracted AMS data $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ where n is the number of years of record. The T -year event estimate is given by

$$\hat{x}_T = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}; \hat{\theta}\right) \quad (2.5)$$

where $\hat{\theta}$ are the estimated distribution parameters.

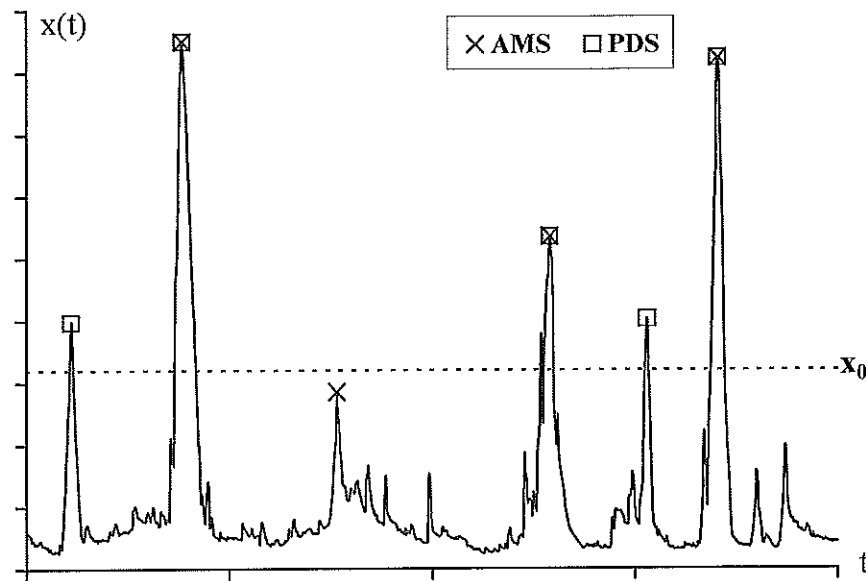


Figure 2.1 Extraction of AMS and PDS from the recorded time series.



2.3 Partial duration series

In the partial duration series (PDS) method all events above a threshold are extracted from the time series (see Figure 2.1). The PDS can be defined in two different ways. In Type I sampling, all events above a pre-defined threshold x_0 are taken into account $\{x_i > x_0, i = 1, 2, \dots, n\}$, implying that the number of exceedances n becomes a random variable. In Type II sampling, the n largest events are extracted $\{x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \dots \geq x_{(n)}\}$, implying that the threshold level becomes a random variable. If n equals the number of observation years, the PDS is referred to as the annual exceedance series.

In EVA, both the Type I and Type II sampling methods are provided as pre-processing tools for extracting the PDS. If Type I sampling (fixed threshold level) is chosen, the corresponding number of exceedances is calculated. Similarly, if Type II sampling is chosen (fixed number of events or, equivalently, fixed average annual number of events), the corresponding threshold level is determined. For definition of the PDS both the threshold level and the average annual number of events have to be specified.

To ensure independent events in the PDS, usually some restrictions have to be imposed on the time and level between two successive events. In EVA, an interevent time and interevent level criterion can be defined:

- 1 Interevent time criterion Δt_c : two successive events are independent if the time between the two events is larger than Δt_c .
- 2 Interevent level criterion p_c ($0 < p_c < 1$): two successive events are independent if the level between the events becomes smaller than p_c times the lower of the two events.

If both criteria are chosen, two successive events are independent only if both (1) and (2) are fulfilled.

If a fixed threshold level is used to define the extreme value series (Type I sampling), the PDS model includes two stochastic modelling components, respectively, the occurrence of extreme events and the exceedance magnitudes. It is assumed that the occurrence of exceedances can be described by a Poisson process with constant or one-year periodic intensity, implying that the number of exceedances n is Poisson distributed with probability function

$$P\{N(t) = n\} = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \exp(-\lambda t) \quad (2.6)$$



where t is the recording period. The Poisson parameter λ equals the expected number of exceedances per year and is estimated from the record as

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{t} \quad (2.7)$$

For modelling the exceedance magnitudes a probability distribution $F(x - x_0)$ is fitted to the exceedance series $\{x_i - x_0, i = 1, 2, \dots, n\}$. The T -year event estimate is given by

$$\hat{x}_T = x_0 + F^{-1}\left(1 - \frac{1}{\hat{\lambda}T}; \hat{\theta}\right) \quad (2.8)$$

where $\hat{\theta}$ are the estimated distribution parameters.

In the case of Type II sampling, the average annual number of events λ is fixed. For modelling the extremes a probability distribution $F(x)$ is fitted to the extreme value series $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$. The T -year event estimate is given by

$$\hat{x}_T = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{\lambda T}; \hat{\theta}\right) \quad (2.9)$$

where $\hat{\theta}$ are the estimated distribution parameters.

The T -year event in the PDS can also be related to the return period of the corresponding annual maximum series (denoted annual return period T_A). The relationship between the return period T defined above and T_A is given by

$$\frac{1}{T_A} = 1 - \exp\left(-\frac{1}{T}\right) \quad (2.10)$$

Note that for return periods larger than about 10 years T and T_A are virtually identical.



3 INDEPENDENCE AND HOMOGENEITY TESTS

The basic requirements for the extreme value models outlined above is that the stochastic variables X_i are independent and identically distributed. For testing independence and homogeneity of the observed extreme value series, three different tests are available in EVA

- Run test
- Mann-Kendall test
- Mann-Whitney test

3.1 Run test

The run test is used for general testing of independence and homogeneity of a time series. From the time series $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ the sample median x_{med} is calculated and a shifted series $\{s_i = x_i - x_{med}, i = 1, 2, \dots, n\}$ is constructed. From the shifted series a run is defined as a set of successive elements having the same sign. The test statistic is given as the number of runs of the shifted series, i.e.

$$z = \sum_{i=2}^n \text{sgn}(i) \quad , \quad \text{sgn}(i) = \begin{cases} 1 & , s_{i-1}s_i < 0 \\ 0 & , s_{i-1}s_i > 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

The test statistic is asymptotically normally distributed with mean μ_z and variance σ_z^2 given by

$$\begin{aligned} \mu_z &= \frac{n}{2} + 1 \\ \sigma_z^2 &= \frac{n(n-2)}{4(n-1)} \end{aligned} \quad (3.2)$$



Thus, the standardised test statistic

$$z^* = \begin{cases} \frac{z - \mu_z - 1/2}{\sigma_z} & , z > \mu_z \\ 0 & , z = \mu_z \\ \frac{z - \mu_z + 1/2}{\sigma_z} & , z < \mu_z \end{cases} \quad (3.3)$$

is evaluated against the quantiles of a standard normal distribution. That is, the H_0 hypothesis of independent and homogeneous data is rejected at significance level α if $|z^*| > \Phi^{-1}(1-\alpha/2)$ where $\Phi^{-1}(1-\alpha/2)$ is the $(1-\alpha/2)$ -quantile in the standard normal distribution.

3.2 Mann-Kendall test

The Mann-Kendall test is used for testing monotonic trend of a time series $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$. The test statistic reads

$$z = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{sgn}(x_j - x_i) \quad (3.4)$$

where

$$\text{sgn}(x_j - x_i) = \begin{cases} 1 & , x_j > x_i \\ 0 & , x_j = x_i \\ -1 & , x_j < x_i \end{cases} \quad (3.5)$$

A positive value of z indicates an upward trend, whereas a negative value indicates a downward trend. The test statistic is asymptotically normally distributed with zero mean ($\mu_z = 0$) and variance given by

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{18} n(n-1)(2n+5) \quad (3.6)$$

For evaluating the H_0 hypothesis: no trend in the series, the standardised test statistic calculated from (3.3) is compared to the quantiles of a standard normal distribution.



3.3 Mann-Whitney test

The Mann-Whitney test is used for testing shift in the mean between two sub-samples defined from a time series $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$. For the time series ranks R_i are assigned from $R_i = 1$ for the smallest to $R_i = n$ for the largest observation. Time series of ranks for the two-subsamples are then defined by $\{R_i, i = 1, 2, \dots, n_1\}$ and $\{R_i, i = 1, 2, \dots, n_2\}$ where $n = n_1 + n_2$. The test statistic is given as the sum of ranks of the smaller sub-series, i.e.

$$z = \sum_{i=1}^m R_i, \quad m = \text{Min}\{n_1, n_2\} \quad (3.7)$$

The test statistic is asymptotically normally distributed with mean and variance

$$\begin{aligned} \mu_z &= \frac{m(n+1)}{2} \\ \sigma_z^2 &= \frac{n_1 n_2 (n+1)}{12} \end{aligned} \quad (3.8)$$

For evaluating the H_0 hypothesis: same mean value in the two sub-series, the standardised test statistic calculated from (3.3) is compared to the quantiles of a standard normal distribution.





4 PROBABILITY DISTRIBUTIONS

4.1 Probability distribution for AMS

The probability distributions that can be applied for AMS are shown in Table 4.1. The probability density function, the cumulative distribution function, and the quantile function for these distributions are given in Appendix A.

Table 4.1 Combinations of probability distributions and estimation methods (method of moments (MOM), L-moments (LMOM), and maximum likelihood (ML)) available for AMS.

Distribution	No. of parameters	MOM	LMOM	ML
Gumbel	2	x	x	x
Generalised extreme value	3	x	x	x
Weibull	3	x	x	
Frechét	3	x		
Generalised Pareto	3	x	x	
Gamma/Pearson Type 3	3	x	x	
Log-Pearson Type 3	3	x	x	
Log-normal	2	x	x	x
	3	x		x
Square root exponential	2			x

For the log-normal distribution both a 2- and a 3-parameter version is available. In the 2-parameter version the location parameter is set equal to zero.

4.2 Probability distributions for PDS

The probability distributions that can be applied for PDS are shown in Table 4.2. The probability density function, the cumulative distribution function, and the quantile function for these distributions are given in Appendix A.



If the PDS is defined using a fixed threshold, the location parameter is set equal to the threshold level x_0 , and the remaining distribution parameters are estimated from the exceedance series $\{x_i - x_0, i = 1, 2, \dots, n\}$. On the other hand, when the PDS is defined using a fixed average annual number of events, the location parameter is estimated from the data $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ along with the other distribution parameters. The three parameters of the log-Pearson Type 3 distribution and the two parameters of the truncated Gumbel distribution are estimated from the data $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$.

Table 4.2 Combinations of probability distributions and estimation methods (method of moments (MOM), L-moments (LMOM), and maximum likelihood (ML)) available for PDS.

Distribution	Location parameter	No. of parameters	MOM	LMOM	ML
Exponential	Fixed	1	x	x	x
	Estimated	2	x	x	
Generalised Pareto	Fixed	2	x	x	x
	Estimated	3	x	x	
Weibull	Fixed	2	x	x	x
	Estimated	3	x	x	
Gamma/Pearson Type 3	Fixed	2	x	x	x
	Estimated	3	x	x	
Log-normal	Fixed	2	x	x	x
	Estimated	3	x		x
Log-Pearson Type 3	-	3	x	x	
Truncated Gumbel	-	2			x



5 ESTIMATION METHODS

For estimation of the parameters of the probability distributions three different estimation methods are available

- Method of moments
- Method of L-moments
- Maximum likelihood method

The estimation methods that are available for the different distributions are shown in Table 4.1 and Table 4.2.

5.1 Method of moments

The product moments: mean value μ , variance σ^2 , coefficient of skewness γ_3 , and kurtosis γ_4 are defined as

$$\begin{aligned}
 \mu &= E\{X\} \\
 \sigma^2 &= Var\{X\} = E\{(X - \mu)^2\} \\
 \gamma_3 &= \frac{E\{(X - \mu)^3\}}{\sigma^3} \\
 \gamma_4 &= \frac{E\{(X - \mu)^4\}}{\sigma^4}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

where $E\{.\}$ is the expectation operator. The standard deviation σ is the square root of the variance. Population moments for the distributions available in EVA are shown in Appendix A.



Based on the set of observations $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$, estimators of the product moments can be calculated

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.2)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2 \quad (5.3)$$

$$\hat{\gamma}_3 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2 \right]^{3/2}} \quad (5.4)$$

$$\hat{\gamma}_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^4}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2 \right]^2} \quad (5.5)$$

The moment estimators of the distribution parameters are then obtained by replacing the theoretical product moments for the specified distribution by the sample moments. Expressions of the moment estimators for the different distributions are given in Appendix A.

5.2 Method of L-moments

L-moments are defined as linear combinations of expected values of order statistics [Hosking, 1990]. The first L-moment (λ_1) is the mean value identical to the first ordinary moment. The second L-moment (λ_2) is a measure of scale or dispersion analogous to standard deviation, and the third (λ_3) and fourth (λ_4) L-moments are measures of skewness and kurtosis, respectively. L-moments can be written as linear combinations of probability weighted moments (PWM). The PWM of order r is defined as

$$\beta_r = E\{XF(X)^r\}, r = 1, 2, \dots \quad (5.6)$$



The first four L-moments in terms of PWMs read

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \beta_0 \\ \lambda_2 &= 2\beta_1 - \beta_0 \\ \lambda_3 &= 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \\ \lambda_4 &= 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0\end{aligned}\tag{5.7}$$

Analogous to the skewness and kurtosis defined by product moments, the L-skewness (τ_3) and L-kurtosis (τ_4) are defined as

$$\tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}, \quad \tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2}\tag{5.8}$$

Since the first r L-moments can be expressed in terms of the first r PWMs, procedures based on L-moments and PWM are similar. L-moments, however, are more convenient with respect to summarising a probability distribution. Population L-moments for the distributions available in EVA are shown in Appendix A.

For estimation of L-moments, unbiased PWM estimators are employed [Landwehr et al., 1979]

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_0 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{n-i}{n-1} x_{(i)} \\ \hat{\beta}_2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-2} \frac{(n-i)(n-i-1)}{(n-1)(n-2)} x_{(i)} \\ \hat{\beta}_3 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-3} \frac{(n-i)(n-i-1)(n-i-2)}{(n-1)(n-2)(n-3)} x_{(i)}\end{aligned}\tag{5.9}$$

where $x_{(n)} \leq x_{(n-1)} \leq \dots \leq x_{(1)}$ is the ordered sample of observations. Unbiased L-moment estimators are obtained by replacing the PWMs in (5.7) by their sample estimates in (5.9). L-moment estimates of the distribution parameters are then obtained by replacing the theoretical L-moments for the specified distribution by the L-moment estimators. Expressions of the L-moment estimators for the different distributions are given in Appendix A.



5.3 *Maximum likelihood method*

Maximum likelihood estimators are obtained by maximising the likelihood function. In order to simplify the calculations a logarithmic transformation of the likelihood function is normally performed; i.e. the estimators are obtained by maximising

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln[f(x_i; \theta)] \quad (5.10)$$

where $f(x)$ is the probability density function.

Maximum likelihood parameter estimators are asymptotically more efficient. However, small sample estimators may be less efficient and in some cases the maximum likelihood procedure becomes unstable. Often maximum likelihood estimators cannot be reduced to simple explicit formula, and hence numerical methods such as the Newton Raphson scheme must be applied. Expressions for calculation of the maximum likelihood estimators for the different distributions are given in Appendix A.



6 GOODNESS-OF-FIT STATISTICS

For evaluating the fit of different distributions applied to the extreme value series, EVA calculates five goodness-of-fit statistics

- Chi-squared test statistic
- Kolmogorov-Smirnov test statistic
- Standardised least squares criterion
- Probability plot correlation coefficient
- Log-likelihood measure

It must be emphasised that the choice of probability distribution should not rely solely on the goodness-of-fit. The fact that many distributions have similar form in their central parts but differ significantly in the tails emphasises that the goodness-of-fit is not sufficient. The choice of probability distribution is generally a compromise between contradictory requirements. Selection of a distribution with few parameters provides robust parameter estimates but the goodness-of-fit may not be satisfactory. On the other hand, when selecting a distribution with more parameters, the goodness-of-fit will generally improve but at the expense of a large sampling uncertainty of the parameter estimates.

Besides an evaluation of the goodness-of-fit statistics, a graphical comparison of the different distributions with the observed extreme value series should be carried out. In this respect the histogram/frequency plot and the probability plot are useful. These plots are described in Section 8.

6.1 Chi-squared test

The χ^2 -test statistic is based on a comparison of the number of observed events and the number of expected events (according to the specified probability distribution) in class intervals covering the range of the variable. The test statistic reads

$$z = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad (6.1)$$

where k is the number of classes, n_i is the number of observed events in class i , n is the sample size, and p_i is the probability corresponding to class i , implying that the number of expected events in class i is equal to np_i . The test is more powerful if the range of the variable is divided into



classes of equal probability, i.e. $p = 1/k$. The corresponding class limits for the considered distributions are obtained from the quantile function cf. (2.3). The number of classes is determined such that the expected number of events in a class is not smaller than 5.

The test statistic is approximately χ^2 -distributed with $k-1-q$ degrees of freedom where q is the number of estimated parameters. Thus, the H_0 hypothesis that data are distributed according to the specified probability distribution is rejected at significance level α if $z > \chi^2(k-1-q)_{1-\alpha}$ where $\chi^2(k-1-q)_{1-\alpha}$ is the $(1-\alpha)$ -quantile in the χ^2 -distribution with $k-1-q$ degrees of freedom.

6.2 Kolmogorov-Smirnov test

The Kolmogorov-Smirnov test is based on the deviation between the empirical and the theoretical distribution function. The test statistic is given by

$$z = \text{Max} |F_n(x) - F(x)| \quad (6.2)$$

where $F(x)$ is the theoretical cumulative distribution function, and $F_n(x)$ is the empirical distribution function defined as

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & , x < x_{(1)} \\ \frac{i}{n} & , x_{(i)} \leq x < x_{(i+1)} \\ 1 & , x \geq x_{(n)} \end{cases} \quad (6.3)$$

For known distribution parameters, the distribution of the Kolmogorov-Smirnov statistic is independent of the considered distribution, and general tables of critical values of the test statistic can be used for evaluation of the significance level. In Table 6.1 critical values are given for the modified form of the test statistic [Stephens, 1986]

$$z^* = z \left(\sqrt{n} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{n}} \right) \quad (6.4)$$

When the distribution parameters are unknown and have to be estimated from the data, the distribution of the test statistic depends on the consid-



ered distribution, the estimated parameters, the estimation method, and the sample size. In this case no general table of critical values of the test statistic exists. In EVA, critical values based on Table 6.1 are calculated. However, since the parameters of the considered distributions are estimated from the data, the outcome of the test should not be used as a strict significance test.

Table 6.1 Critical values of the modified Kolmogorov-Smirnov test statistic in (6.4) [Stephens, 1986].

Significance level	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
Critical value	1.019	1.138	1.224	1.358	1.480	1.628	1.731	1.950

6.3 Standardised least squares criterion

The standardised least squares criterion (SLSC) and the probability plot correlation coefficient described in Section 6.4 are both based on the difference between the ordered observations and the corresponding order statistics for the considered probability distribution. The SLSC is defined using a reduced variate u_i (Takasao et al., 1986)

$$u_i = g(x_i; \theta) \quad (6.5)$$

where $g(\cdot)$ is the transformation function, and θ are the distribution parameters. Expressions of the reduced variate for the different distributions included in EVA are given in Appendix A.

For the ordered observations $x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \dots \geq x_{(n)}$, the reduced variates u_i are calculated from (6.5) using the estimated parameters. The corresponding order statistics are given by

$$u_i^* = g(F^{-1}(p_i)) \quad (6.6)$$

where p_i is the probability of the i 'th largest observation in a sample of n variables. The probability is determined by using a plotting position formula (see Section 8).



The SLSC is calculated as

$$Z = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_{(i)} - u_i^*)^2}}{|u_{1-p}^* - u_p^*|} \quad (6.7)$$

where u_{1-p}^* and u_p^* are the reduced variates calculated from (6.6) using non-exceedance probabilities $1-p$ and p , respectively. The denominator in (6.7) is introduced in order to standardise the measure, so that the SLSC can be used to compare goodness-of-fit between different distributions. Smaller values of SLSC correspond to better fits. In EVA, $p = 0.01$ is used for calculation of SLSC.

Formulae of the reduced variates and corresponding order statistics for the distributions available in EVA are given in Appendix A. For some distributions several formulations of the reduced variate have been proposed. In EVA, the SLSC1 formula is used as main output, whereas the other SLSC measures are given as supplementary output. It should be noted that for a consistent and more direct comparison between different distributions, the same reduced variate should be used, if possible. For instance, for comparing the goodness-of-fit between the Gumbel, Frechét, generalised extreme value, and square-root exponential distributions the SLSC measure based on the Gumbel reduced variate $u_i = -\ln[-\ln(p_i)]$ should be applied. For comparison of the exponential, generalised Pareto, and Weibull distributions the exponential reduced variate $u_i = -\ln(1-p_i)$ should be used.

The distribution of the SLSC statistic depends, in general, on the considered distribution, the estimated parameters, the estimation method, and the sample size. Thus, no general table for critical values of the test statistic exists.

In certain situations, some data points may fall outside the estimated range of the considered distributions (e.g. some observations are smaller (or larger) than the estimated location parameter), implying that the reduced variate is not defined. In EVA, these points are not included in the calculation of the SLSC measure. In such cases one should be careful in using the SLSC measure for comparing the goodness-of-fit of various distributions.



6.4 Probability plot correlation coefficient

The probability plot correlation coefficient (PPCC) [Vogel, 1986] is a measure of the correlation between the ordered observations $x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \dots \geq x_{(n)}$, and the corresponding order statistics

$$M_i = F^{-1}(p_i) \quad (6.8)$$

where p_i is the probability of the i 'th largest observation in a sample of n variables. The probability is determined by using a plotting position formula (see Section 8). The PPCC is given by

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})(M_i - \bar{M})}{\left[\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M})^2 \right]^{1/2}} \quad (6.9)$$

where \bar{x} and \bar{M} are the sample mean values of the x_i and the M_i , respectively. Values of PPCC closer to unity correspond to better fits.

The distribution of the PPCC statistic depends, in general, on the considered distribution, the estimated parameters, the estimation method, and the sample size, and hence no general table for critical values of the test statistic exists. For the log-normal, Gumbel and Pearson Type 3 distributions, the distribution of the test statistic has been evaluated [Vogel, 1986; Vogel and McMartin, 1991].

Another formulation of the PPCC measure is based on the reduced variate defined above [Takara and Stedinger, 1994]. In this case the PPCC is given by

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n (u_{(i)} - \bar{u})(u_i^* - \bar{u}^*)}{\left[\sum_{i=1}^n (u_{(i)} - \bar{u})^2 \sum_{i=1}^n (u_i^* - \bar{u}^*)^2 \right]^{1/2}} \quad (6.10)$$

where $u_{(i)}$ and u_i^* are the ordered reduced variate and the corresponding order statistic defined in (6.5)-(6.6). If the reduced variate is a linear trans-



formation of the variable X , the two PPCC measures in (6.9) and (6.10) are identical.

As for the SLSC measure, in certain situations some data points may fall outside the estimated range of the considered distributions, implying that the reduced variate used in (6.10) is not defined. In EVA, these points are not included in the calculation of the PPCC measure.

6.5 Log-likelihood measure

The log-likelihood measure is given by

$$z = \sum_{i=1}^n \ln[f(x_i; \hat{\theta})] \quad (6.11)$$

where $f(\cdot)$ is the probability density function of the considered distribution, and θ are the estimated parameters. Larger values of the log-likelihood measure correspond to better fits.

As noted above, in some cases data points may fall outside the estimated range of the probability distribution. For such points the probability density function equals zero, implying that (6.11) cannot be evaluated properly. In EVA, a corrected log-likelihood measure is calculated

$$z^* = \frac{n}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} \ln[f(x_i; \hat{\theta})] \quad (6.12)$$

where k is the number of data points for which $f(x) = 0$, and the summation is performed for the $n-k$ data points where $f(x) > 0$.



7 UNCERTAINTY CALCULATIONS

Two different methods are available in EVA for evaluating the uncertainty of quantile estimates

- Monte Carlo simulation
- Jackknife resampling

7.1 Monte Carlo simulation

In Monte Carlo simulation the bias and the standard deviation of the quantile estimate is obtained by randomly generating a large number of samples that has the same statistical characteristics as the observed sample. The algorithm can be summarised as follows:

- 1 Randomly generate a set of m data points from the considered distribution using the estimated parameters, i.e.

$$x_i = F^{-1}(r_i; \hat{\theta}) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (7.1)$$

where r_i is a randomly generated number between 0 and 1.

In the case of AMS or PDS with a fixed number of events, m is set equal to the sample size $m = n$. In the case of PDS with a fixed threshold level, the number of events is a random variable that is assumed to be Poisson distributed. In this case m_j is randomly generated from a Poisson distribution with parameter λt where λ is the estimated average annual number of events for the observed sample, and t is the observation period. The average annual number of events for the generated sample (denoted sample no. j) is estimated as

$$\hat{\lambda}^{(j)} = \frac{m}{t} \quad (7.2)$$

- 2 From the generated sample, the parameters of the distribution are estimated. In the case of AMS, the T -year event estimate is then obtained from (2.5)

$$\hat{x}_T^{(j)} = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}; \hat{\theta}^{(j)}\right) \quad (7.3)$$



where $\hat{\theta}^{(j)}$ are the estimated parameters. In the case of PDS with a fixed threshold level, the T -year event estimate is obtained from (2.8)

$$\hat{x}_T^{(j)} = x_0 + F^{-1}\left(1 - \frac{1}{\hat{\lambda}^{(j)}T}; \hat{\theta}^{(j)}\right) \quad (7.4)$$

For PDS with a fixed number of events, the T -year event estimate is obtained from (2.9)

$$\hat{x}_T^{(j)} = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{\lambda T}; \hat{\theta}^{(j)}\right) \quad (7.5)$$

- 3 Steps (1)-(2) are repeated k times. The mean and the standard deviation s_T of the T -year event estimate are then given by

$$\begin{aligned} \tilde{x}_T &= \bar{x}_T = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{x}_T^{(j)} \\ s_T^2 &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\hat{x}_T^{(j)} - \bar{x}_T\right)^2 \end{aligned} \quad (7.6)$$

Investigations suggest that the Monte Carlo based estimates of the mean and the standard deviation of the T -year event estimator saturate at a sample size in the order of 10,000. Thus, in EVA the number of generated samples is set equal to $k = 10,000$.

In some cases, samples may be generated from which distribution parameters cannot be estimated, e.g. due to the generation of sample moments for which the distribution is not defined or due to the non-existence of an optimum of the likelihood function. Non-convergence of the optimisation algorithm is a common problem for the maximum likelihood procedure and is especially pronounced for small sample sizes [Madsen et al., 1997]. Another problem related to the Monte Carlo method is the generation of unreasonable T -year events, resulting in unreliable estimates of the mean and the standard deviation of the T -year event estimator. To circumvent this problem, samples that result in T -year event estimates larger than the event corresponding to a return period of 10,000 times T are excluded.



7.2 Jackknife resampling

In the jackknife resampling method the bias and the standard deviation of the quantile estimate is calculated by sampling n data sets of $(n-1)$ elements from the original data set. The algorithm can be summarised as follows:

- 1 From the original sample data element no. j is excluded.
- 2 The distribution parameters $\hat{\theta}^{(j)}$ are estimated from the sample $\{x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n\}$. In the case of AMS, the T -year event estimate is then obtained from (2.5)

$$\hat{x}_T^{(j)} = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}; \hat{\theta}^{(j)}\right) \quad (7.7)$$

In the case of PDS with a fixed threshold level, the T -year event estimate is obtained from (2.8)

$$\hat{x}_T^{(j)} = x_0 + F^{-1}\left(1 - \frac{1}{\hat{\lambda}T}; \hat{\theta}^{(j)}\right) \quad (7.8)$$

Note that with this method it is not possible to include the uncertainty in the estimated number of extreme events. For PDS with a fixed number of events, the T -year event estimate is obtained from (2.9)

$$\hat{x}_T^{(j)} = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{\lambda T}; \hat{\theta}^{(j)}\right) \quad (7.9)$$

- 3 Steps (1)-(2) are repeated n times ($j = 1, 2, \dots, n$). The jackknife estimate of the T -year event corrected for bias reads

$$\tilde{x}_T = n\hat{x}_T - (n-1)\bar{x}_T, \quad \bar{x}_T = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{x}_T^{(j)} \quad (7.10)$$



where \hat{x}_T is the T -year event estimate obtained from the original sample. The standard deviation s_T of the jackknife T -year event estimate is given by

$$s_T^2 = \frac{n-1}{n} \sum_{j=1}^n (\hat{x}_T^{(j)} - \bar{x}_T)^2 \quad (7.11)$$



8 FREQUENCY AND PROBABILITY PLOTS

8.1 Plot of histogram and probability density function

A histogram is a plot of the empirical probability density function. The histogram is constructed by dividing the range of the variable in class intervals and counting the number of observations in each class. Denoting by n_i the number of observations in class i , and Δx the size of the interval, the histogram value of class i is given by

$$f_i = \frac{n_i}{n\Delta x} \quad (8.1)$$

where n is the total number of observations. The appropriate number of classes k is determined from the following rule of thumb

$$k = \text{int}(1 + 3.3 \log_{10}(n)) \quad (8.2)$$

where $\text{int}(\cdot)$ denotes nearest integer value.

For evaluating the goodness-of-fit of an estimated probability distribution, the probability density function is compared to the histogram.

8.2 Probability plots

A probability plot is a plot of the ordered observations $\{x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \dots \geq x_{(n)}\}$ versus an approximation of their expected values $F^{-1}(p_i)$, where p_i is the probability of the i 'th largest observation in a sample of n variables. The probability is determined by using a plotting position formula.

The plotting position formulae available in EVA are shown in Table 8.1. These formulae can be written in a general form

$$p_i = \frac{i - a}{n + 1 - 2a} \quad (8.3)$$



Table 8.1 Plotting position formulae.

Name	Formula	a
Weibull	$p_i = \frac{i}{n+1}$	0
Hazen	$p_i = \frac{i-0.5}{n}$	0.5
Gringorten	$p_i = \frac{i-0.44}{n+0.12}$	0.44
Blom	$p_i = \frac{i-0.375}{n+0.25}$	0.375
Cunnane	$p_i = \frac{i-0.40}{n+0.20}$	0.40

For plotting, three different probability papers are available: Gumbel, log-normal, and semi-log papers. In the Gumbel probability paper, the observations are plotted versus the Gumbel reduced variate

$$u_i^* = -\ln[-\ln(p_i)] \quad (8.4)$$

In the log-normal probability paper, the logarithmic transformed observations are plotted versus the standard normal variate

$$u_i^* = \Phi^{-1}(p_i) \quad (8.5)$$

In the semi-log probability paper, the observations are plotted versus the exponential reduced variate

$$u_i^* = -\ln(1 - p_i) \quad (8.6)$$

Probability plots are used for evaluating the goodness-of-fit of the estimated probability distributions. In a Gumbel probability paper, the Gumbel distribution is a straight line, whereas the 2-parameter log-normal and the exponential distributions are straight lines in the log-normal and semi-log probability papers, respectively. For the other distributions available in



EVA, no general probability papers exist, since the shape of these distributions is variable. When plotted in one of the available probability papers, distributions with a variable shape are curved lines.

When evaluating the goodness-of-fit in a probability plot, also confidence levels of the considered distribution can be shown. The T -year event estimate is asymptotically normally distributed with mean \tilde{x}_T and standard deviation s_T which are quantified using Monte Carlo simulation, cf. (7.6) or jackknife resampling, cf. (7.10)-(7.11). Approximate $(1-\alpha)$ -confidence levels are then given by

$$\tilde{x}_T \pm qs_T \quad , \quad q = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (8.7)$$

For instance, approximate 68% and 95% confidence levels correspond to $q = 1$ and $q = 2$, respectively.





9 REFERENCES

- /1/ Bernardo, J.M., 1976, Algorithm AS 103: psi (digamma) function, *Appl. Statist.*, 25, 315-317.
- /2/ Bobée, B., 1975, The log Pearson Type 3 distribution and its application in hydrology, *Water Resour. Res.*, 11(5), 681-689.
- /3/ Bobée, B. and Robitaille, R., 1975, Correction of bias in the estimation of the coefficient of skewness, *Water Resour. Res.*, 11(6), 851-854.
- /4/ Etoh, T., Murota, A. and Nakanishi, M., 1987, SQRT-exponential type distribution of maximum, In: *Hydrologic Frequency Modeling* (ed V.P. Singh), D. Reidel Pub. Co., 253-264.
- /5/ Gumbel, E.J., 1954, Statistical theory of droughts, *Hydraulics Division, ASCE*, 439(HY), 1-19.
- /6/ Hart, J.F. et al., 1968, *Computer Approximations*, Wiley, New York.
- /7/ Hosking, J.R.M., 1985, Algorithm AS215: Maximum-likelihood estimation of the parameters of the generalized extreme-value distribution, *Applied Statist.*, 34, 301-310.
- /8/ Hosking, J.R.M., 1990, L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, *J. Royal Statist. Soc. B*, 52(1), 105-124.
- /9/ Hosking, J.R.M., 1991, Fortran routines for use with the method of L-moments, *Res. Report RC17097*, IBM Research Division, Yorktown Heights, New York.
- /10/ Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R., 1987, Parameter and quantile estimation for the generalized Pareto distribution, *Technometrics*, 29(3), 339-349.
- /11/ Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R., 1997, *Regional Frequency Analysis, An Approach Based on L-Moments*, Cambridge University Press.
- /12/ Hosking, J.R.M., Wallis, J.R. and Wood, E.F., 1985, Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments, *Technometrics*, 27(3), 251-261.
- /13/ Ishihara, T. and Takase, N., 1957, The logarithmic normal distribu-



- tion and its solution based on moment method, *Trans. JSCE*, 47, 18-23 (In Japanese).
- /14/ Iwai, S., 1947, On the asymmetric distribution in hydrology, Collection of Treaties, *J. Civil Eng. Soc.*, 2, 93-116 (In Japanese).
- /15/ Kadoya, 1962, On the applicable ranges and parameters of logarithmic normal distributions of the Slade type, *Nougyou Doboku Kenkyuu, Extra Publication*, 3, 12-27 (In Japanese).
- /16/ Landwehr, J.M, Matalas, N.C. and Wallis, J.R., 1979, Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles, *Water Resour. Res.*, 15(5), 1055-1064.
- /17/ Madsen, H., Rasmussen, P.F. and Rosbjerg, D., 1997, Comparison of annual maximum series and partial duration series methods for modeling extreme hydrologic events. 1. At-site modeling, *Water Resour. Res.*, 33(4), 747-757.
- /18/ Pike, M.C. and Hill, I.D., 1966, Algorithm 291: logarithm of the gamma function, *Commun. Assoc. Comput. Mach.*, 9, 684.
- /19/ Shea, B.L., 1988, Algorithm AS 239: chi-squared and incomplete gamma integral, *Appl. Statist.*, 37, 466-473.
- /20/ Stedinger, J.R., 1980, Fitting log normal distributions to hydrologic data, *Water Resour. Res.*, 16(3), 481-490.
- /21/ Stephens, M.A., 1986, Tests based on EDF statistics, In: *Goodness-of-fit Techniques* (eds. R.B. D'Agostino and M.A. Stephens), Marcel Dekker Inc., 97-193.
- /22/ Takara, K.T. and Stedinger, J.R., 1994, Recent Japanese contributions to frequency analysis and quantile lower bound estimators, In: *Stochastic and Statistical Methods in Hydrology and Environmental Engineering* (ed. K.W. Hipel), Kluwer, Vol .1, 217-234
- /23/ Takasao, T., Takara, K. and Shimizu, A., 1986, A basic study on frequency analysis of hydrologic data in the Lake Biwa basin, *Annals, Disas. Prev. Res. Inst.*, Kyoto University, 29B-2, 157-171 (In Japanese).
- /24/ Vogel, R.M., 1986, The probability plot correlation coefficient test for the normal, lognormal, and Gumbel distributional hypotheses, *Water Resour. Res.*, 22(4), 587-590. Correction, *Water Resour. Res.*,



23(10), 2013.

- /25/ Vogel, R.M. and McMartin, D.E., 1991, Probability plot goodness-of-fit and skewness estimation procedures for the Pearson Type 3 distribution, *Water Resour. Res.*, 27(12), 3149-3158.
- /26/ Wichura, M., 1988, Algorithm AS 241: the percentage points of the normal distribution, *Appl. Statist.*, 37, 477-484.





APPENDIX A

Probability distributions



For each of the distributions available in EVA the following is provided in this appendix

- Probability density function $f(x)$
- Cumulative distribution function $F(x)$
- Quantile function x_p corresponding to the non-exceedance probability p
- Expressions of ordinary moments and L-moments
- Description of parameter estimation by the method of moments, the method of L-moments and the maximum likelihood method
- Reduced variate u_p for calculation of standardised least squares (SLSC) goodness-of-fit criterion

In addition, the appendix includes descriptions of the different auxiliary functions used in EVA

- Gamma function
- Euler's psi function
- Incomplete gamma integral
- Cumulative distribution function of the standard normal distribution
- Quantile function of the standard normal distribution



A.1 EXPONENTIAL DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale)

Range: $\alpha > 0, \xi \leq x < \infty$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{x-\xi}{\alpha}\right] \quad (\text{A.1.1})$$

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\frac{x-\xi}{\alpha}\right] \quad (\text{A.1.2})$$

$$x_p = \xi - \alpha \ln(1-p) \quad (\text{A.1.3})$$

Moments

$$\mu = \xi + \alpha \quad (\text{A.1.4})$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \quad (\text{A.1.5})$$

L-moments

$$\lambda_1 = \xi + \alpha \quad (\text{A.1.6})$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha}{2} \quad (\text{A.1.7})$$

Moment estimates

If ξ is known, α is estimated from the sample mean value

$$\hat{\alpha} = \hat{\mu} - \xi \quad (\text{A.1.8})$$



If ξ is unknown, moment estimates are given by

$$\hat{\alpha} = \hat{\sigma} \quad , \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \hat{\alpha} \quad (\text{A.1.9})$$

L-moment estimates

If ξ is known, the L-moment estimate of α is identical to the moment estimate. If ξ is unknown, L-moment estimates are given by

$$\hat{\alpha} = 2\hat{\lambda}_2 \quad , \quad \hat{\xi} = \hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha} \quad (\text{A.1.10})$$

Maximum likelihood estimates

If ξ is known, the maximum likelihood estimate of α is identical to the moment and the L-moment estimate.

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = \frac{x_p - \xi}{\alpha} = -\ln(1-p) \quad (\text{A.1.11})$$



A.2 GENERALISED PARETO DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale), κ (shape)

Range: $\alpha > 0$, $\xi \leq x < \infty$ for $\kappa < 0$, $\xi \leq x \leq \xi + \alpha/\kappa$ for $\kappa > 0$

Special case: Exponential distribution for $\kappa = 0$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \kappa \frac{x - \xi}{\alpha} \right]^{1/\kappa - 1} \quad (\text{A.2.1})$$

$$F(x) = 1 - \left[1 - \kappa \frac{x - \xi}{\alpha} \right]^{1/\kappa} \quad (\text{A.2.2})$$

$$x_p = \xi + \frac{\alpha}{\kappa} \left[1 - (1 - p)^\kappa \right] \quad (\text{A.2.3})$$

Moments

$$\mu = \xi + \frac{\alpha}{1 + \kappa} \quad (\text{A.2.4})$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha^2}{(1 + \kappa)^2 (1 + 2\kappa)} \quad (\text{A.2.5})$$

$$\gamma_3 = \frac{2(1 - \kappa)\sqrt{1 + 2\kappa}}{(1 + 3\kappa)} \quad (\text{A.2.6})$$

**L-moments**

$$\lambda_1 = \xi + \frac{\alpha}{1+\kappa} \quad (\text{A.2.7})$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha}{(1+\kappa)(2+\kappa)} \quad (\text{A.2.8})$$

$$\tau_3 = \frac{(1-\kappa)}{(3+\kappa)} \quad (\text{A.2.9})$$

Moment estimates

If ξ is known, moment estimates of α and κ are given by

$$\hat{\kappa} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\hat{\mu} - \xi}{\hat{\sigma}} \right)^2 - 1 \right], \quad \hat{\alpha} = (\hat{\mu} - \xi)(1 + \hat{\kappa}) \quad (\text{A.2.10})$$

If ξ is unknown, κ is estimated from the skewness estimator cf. (A.2.6) using a Newton-Raphson iteration scheme. Moment estimates of ξ and α are subsequently obtained from

$$\hat{\alpha} = \hat{\sigma}(1 + \hat{\kappa})\sqrt{1 + 2\hat{\kappa}}, \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \frac{\hat{\alpha}}{1 + \hat{\kappa}} \quad (\text{A.2.11})$$

L-moment estimates

If ξ is known, L-moment estimates of α and κ are given by

$$\hat{\kappa} = \frac{\hat{\lambda}_1 - \xi}{\hat{\lambda}_2} - 2, \quad \hat{\alpha} = (\hat{\lambda}_1 - \xi)(1 + \hat{\kappa}) \quad (\text{A.2.12})$$

If ξ is unknown, L-moment estimates are given by

$$\hat{\kappa} = \frac{1 - 3\hat{\tau}_3}{1 + \hat{\tau}_3}, \quad \hat{\alpha} = \hat{\lambda}_2(1 + \hat{\kappa})(2 + \hat{\kappa}), \quad \hat{\xi} = \hat{\lambda}_1 - \frac{\hat{\alpha}}{1 + \hat{\kappa}} \quad (\text{A.2.13})$$



Maximum likelihood estimates

The log-likelihood function reads

$$L = -n \ln \alpha + \frac{1-\kappa}{\kappa} \sum_{i=1}^n \ln \left[1 - \frac{\kappa}{\alpha} (x_i - \xi) \right] \quad (\text{A.2.14})$$

If ξ is known, the maximum likelihood estimates are obtained by solving

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0 \quad , \quad \frac{\partial L}{\partial \kappa} = 0 \quad (\text{A.2.15})$$

using a modified Newton-Raphson iteration scheme [Hosking and Wallis, 1987].

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = -\frac{1}{\kappa} \ln \left[1 - \kappa \frac{x_p - \xi}{\alpha} \right] = -\ln(1-p) \quad (\text{A.2.16})$$

$$\text{SLSC2:} \quad u_p = \kappa \frac{x_p - \xi}{\alpha} = 1 - (1-p)^\kappa \quad (\text{A.2.17})$$

$$\text{SLSC3:} \quad u_p = \left[1 - \kappa \frac{x_p - \xi}{\alpha} \right]^{1/\kappa} = 1-p \quad (\text{A.2.18})$$





A.3 GUMBEL DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale)

Range: $\alpha > 0$, $-\infty < x < \infty$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \left[-\frac{x-\xi}{\alpha} - \exp \left(-\frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right] \quad (\text{A.3.1})$$

$$F(x) = \exp \left[-\exp \left(-\frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right] \quad (\text{A.3.2})$$

$$x_p = \xi - \alpha \ln[-\ln(p)] \quad (\text{A.3.3})$$

Moments

$$\mu = \xi + \alpha \gamma_E \quad (\text{A.3.4})$$

$$\sigma^2 = \frac{\pi^2 \alpha^2}{6} \quad (\text{A.3.5})$$

where $\gamma_E = 0.5772\dots$ is Euler's constant.

L-moments

$$\lambda_1 = \xi + \alpha \gamma_E \quad (\text{A.3.6})$$

$$\lambda_2 = \alpha \ln 2 \quad (\text{A.3.7})$$

Moment estimates

Moment estimates of ξ and α are obtained from (A.3.4)-(A.3.5)

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}\hat{\sigma}}{\pi}, \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \hat{\alpha}\gamma_E \quad (\text{A.3.8})$$



Gumbel (1954) proposed a least squares estimation method based on the linear relationship between the ordered observations and the corresponding order statistics based on the Gumbel reduced variate. This method can also be interpreted as a finite sample size correction to the moment estimates. The estimates of ξ and α are given by

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}}{s_n}, \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \hat{\alpha} m_n \quad (\text{A.3.9})$$

where m_n and s_n are, respectively, the mean and the standard deviation of the order statistics based on the Gumbel reduced variate using the Weibull plotting position

$$u_i^* = -\ln \left[-\ln \left(\frac{i}{n+1} \right) \right], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.3.10})$$

For $n \rightarrow \infty$ the estimates in (A.3.9) converges to the moment estimates in (A.3.8).

L-moment estimates

L-moment estimates of ξ and α are obtained from (A.3.6)-(A.3.7)

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}_2}{\ln 2}, \quad \hat{\xi} = \hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha} \gamma_E \quad (\text{A.3.11})$$

Maximum likelihood estimates

The maximum likelihood estimate of α is obtained by solving

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i \exp\left(-\frac{x_i}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{x_i}{\alpha}\right)} + \alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{A.3.12})$$

using Newton-Raphson iteration. The estimate of ξ is subsequently obtained from

$$\exp\left(\frac{\xi}{\alpha}\right) \sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{x_i}{\alpha}\right) = n \quad (\text{A.3.13})$$



Reduced variate

$$\text{SLSC1: } u_p = \frac{x_p - \xi}{\alpha} = -\ln[-\ln(p)] \quad (\text{A.3.14})$$

Truncated Gumbel Distribution

A truncated Gumbel distribution for modelling exceedances above the threshold level in the PDS can be defined by truncating the Gumbel distribution at the threshold level. The probability density function $g(x)$, cumulative distribution function $G(x)$ and the quantile function x_p are

$$g(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x_0)} \quad (\text{A.3.15})$$

$$G(x) = \frac{F(x) - F(x_0)}{1 - F(x_0)} \quad (\text{A.3.16})$$

$$x_p = \xi - \alpha \ln \left[-\ln(F(x_0) - (1 - F(x_0))p) \right] \quad (\text{A.3.17})$$

where x_0 is the threshold level, and $f(x)$ and $F(x)$ are the probability density function and cumulative distribution function, respectively, of the Gumbel distribution.

The maximum likelihood estimates of ξ and α are obtained by solving the following equations using Newton-Raphson iteration:

$$n \frac{F(x_0) \ln(F(x_0))}{1 - F(x_0)} + n + \sum_{i=1}^n \ln(F(x_i)) = 0 \quad (\text{A.3.18})$$



$$\xi = \alpha \ln \left[\frac{n \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 - \alpha \right)}{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0) \exp\left(-\frac{x_i}{\alpha}\right)} \right] \quad (\text{A.3.19})$$



A.4 GENERALISED EXTREME VALUE DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale), κ (shape)

Range: $\alpha > 0$, $\xi + \alpha/\kappa \leq x < \infty$ for $\kappa < 0$, $-\infty \leq x \leq \xi + \alpha/\kappa$ for $\kappa > 0$

Special case: Gumbel distribution for $\kappa = 0$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \frac{\kappa(x - \xi)}{\alpha} \right]^{1/\kappa - 1} \exp \left(- \left[1 - \frac{\kappa(x - \xi)}{\alpha} \right]^{1/\kappa} \right) \quad (\text{A.4.1})$$

$$F(x) = \exp \left(- \left[1 - \frac{\kappa(x - \xi)}{\alpha} \right]^{1/\kappa} \right) \quad (\text{A.4.2})$$

$$x_p = \xi + \frac{\alpha}{\kappa} \left(1 - [-\ln(p)]^\kappa \right) \quad (\text{A.4.3})$$

Moments

$$\mu = \xi + \frac{\alpha}{\kappa} [1 - \Gamma(1 + \kappa)] \quad (\text{A.4.4})$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{\alpha}{\kappa} \right)^2 \left[\Gamma(1 + 2\kappa) - [\Gamma(1 + \kappa)]^2 \right] \quad (\text{A.4.5})$$

$$\gamma_3 = \text{sgn}(\kappa) \frac{-\Gamma(1 + 3\kappa) + 3\Gamma(1 + \kappa)\Gamma(1 + 2\kappa) - 2[\Gamma(1 + \kappa)]^3}{[\Gamma(1 + 2\kappa) - [\Gamma(1 + \kappa)]^2]^{3/2}} \quad (\text{A.4.6})$$

where $\text{sgn}(\kappa)$ is plus or minus 1 depending on the sign of κ , and $\Gamma(\cdot)$ is the gamma function.

**L-moments**

$$\lambda_1 = \xi + \frac{\alpha}{\kappa} [1 - \Gamma(1 + \kappa)] \quad (\text{A.4.7})$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha}{\kappa} (1 - 2^{-\kappa}) \Gamma(1 + \kappa) \quad (\text{A.4.8})$$

$$\tau_3 = \frac{2(1 - 3^{-\kappa})}{1 - 2^{-\kappa}} - 3 \quad (\text{A.4.9})$$

Moment estimates

The shape parameter κ is estimated from the skewness estimator cf. (A.4.6) using a Newton-Raphson iteration scheme. In this scheme, an analytic expression of the derivative of the gamma function based on Euler's psi function is used. Moment estimates of ξ and α are subsequently obtained from

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}|\hat{\kappa}|}{\sqrt{\Gamma(1 + 2\hat{\kappa}) - [\Gamma(1 + \hat{\kappa})]^2}}, \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\kappa}} [1 - \Gamma(1 + \hat{\kappa})] \quad (\text{A.4.10})$$

L-moment estimates

For estimation of the shape parameter κ the approximation given by Hosking [1991] is used which is an extension of the approximation presented by Hosking et al. [1985]

$$\hat{\kappa} = 7.817740c + 2.930462c^2 + 13.641492c^3 + 17.206675c^4 \quad (\text{A.4.11})$$

where

$$c = \frac{2}{3 + \hat{\tau}_3} - \frac{\ln 2}{\ln 3} \quad (\text{A.4.12})$$



If $\tau_3 < -0.1$ or $\tau_3 > 0.5$, the approximation is less accurate and Newton-Raphson iteration is applied for further refinement. L-moment estimates of ξ and α are subsequently obtained from

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}_2 \hat{\kappa}}{(1 - 2^{-\hat{\kappa}}) \Gamma(1 + \hat{\kappa})}, \quad \hat{\xi} = \hat{\lambda}_1 - \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\kappa}} [1 - \Gamma(1 + \hat{\kappa})] \quad (\text{A.4.13})$$

Maximum likelihood estimates

Maximum likelihood estimates of the GEV parameters are obtained using the modified Newton-Raphson algorithm presented by Hosking [1985].

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = -\frac{1}{\kappa} \ln \left[1 - \kappa \frac{x_p - \xi}{\alpha} \right] = -\ln[-\ln(p)] \quad (\text{A.4.14})$$

$$\text{SLSC2:} \quad u_p = \kappa \frac{x_p - \xi}{\alpha} = 1 - [-\ln(p)]^\kappa \quad (\text{A.4.15})$$

$$\text{SLSC3:} \quad u_p = \left[1 - \kappa \frac{x_p - \xi}{\alpha} \right]^{1/\kappa} = -\ln(p) \quad (\text{A.4.16})$$





A.5 WEIBULL DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale), κ (shape)

Range: $\alpha > 0$, $\kappa > 0$, $\xi < x < \infty$

Special case: Exponential distribution for $\kappa = 1$

$$f(x) = \frac{\kappa}{\alpha} \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\kappa-1} \exp \left[- \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\kappa} \right] \quad (\text{A.5.1})$$

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\kappa} \right] \quad (\text{A.5.2})$$

$$x_p = \xi + \alpha \left[-\ln(1 - p) \right]^{1/\kappa} \quad (\text{A.5.3})$$

The Weibull distribution is a reverse generalised extreme value distribution with parameters

$$\xi_{GEV} = \xi_{WEI} - \alpha_{WEI} \quad , \quad \alpha_{GEV} = \frac{\alpha_{WEI}}{\kappa_{WEI}} \quad , \quad \kappa_{GEV} = \frac{1}{\kappa_{WEI}} \quad (\text{A.5.4})$$

where subscripts *GEV* and *WEI* refer to generalised extreme value and Weibull distributions, respectively.

**Moments**

$$\mu = \xi + \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (\text{A.5.5})$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\kappa}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \right]^2 \right] \quad (\text{A.5.6})$$

$$\gamma_3 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{\kappa}\right) - 3\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2}{\kappa}\right) + 2\left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)\right]^3}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\kappa}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \right]^2 \right]^{3/2}} \quad (\text{A.5.7})$$

where $\Gamma(\cdot)$ is the gamma function.

L-moments

$$\lambda_1 = \xi + \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (\text{A.5.8})$$

$$\lambda_2 = \alpha \left(1 - 2^{-1/\kappa}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (\text{A.5.9})$$

$$\tau_3 = 3 - \frac{2(1 - 3^{-1/\kappa})}{1 - 2^{-1/\kappa}} \quad (\text{A.5.10})$$

Moment estimates

If ξ is known, the moment estimate of κ is obtained by combining (A.5.5) and (A.5.6)

$$\frac{\hat{\sigma}^2}{(\hat{\mu} - \xi)^2} = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\hat{\kappa}}\right)}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{\kappa}}\right) \right]^2} - 1 \quad (\text{A.5.11})$$



which is solved using Newton-Raphson iteration. In this scheme, an analytic expression of the derivative of the gamma function based on Euler's psi function is used. The moment estimate of α is then given by

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\mu} - \xi}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{\kappa}}\right)} \quad (\text{A.5.12})$$

If ξ is unknown, the moment estimate of κ is obtained from the skewness estimator cf. (A.5.7) using Newton-Raphson iteration. The iterative scheme is similar to the one applied for estimation of the shape parameter of the GEV distribution using $-\gamma_3$ and $\kappa_{GEV} = 1/\kappa$. The skewness estimator is corrected according to the bias correction formula given by Bobée and Robitaille [1975]

$$\hat{\gamma}_3^* = (1 + \beta)\hat{\gamma}_3 \quad , \quad \beta = \left(0.01 + \frac{5.05}{n} + \frac{20.13}{n^2}\right) + \left(\frac{0.69}{n} + \frac{27.15}{n^2}\right)\hat{\gamma}_3^3 \quad (\text{A.5.13})$$

which is valid for $0.25 \leq \gamma_3 \leq 5.0$ and $20 \leq n \leq 90$. The bias correction factor β is shown in Fig A.5.1. If γ_3 or n fall outside the ranges of the Bobée-Robitaille formula, the skewness is corrected using the following general bias correction

$$\hat{\gamma}_3^* = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} \hat{\gamma}_3 \quad (\text{A.5.14})$$

Moment estimates of ξ and α are given by

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\hat{\kappa}}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{\kappa}}\right)\right]^2}} \quad , \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \hat{\alpha}\Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{\kappa}}\right) \quad (\text{A.5.15})$$

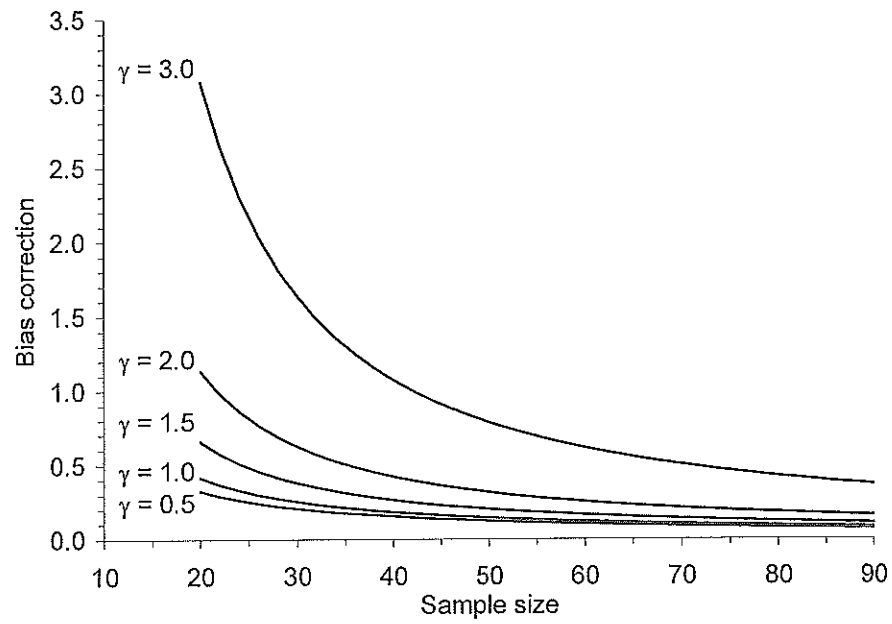


Fig A.5.1 Bias correction factor β of the sample skewness γ for the Weibull distribution.

L-moment estimates

If ξ is known, L-moment estimates of α and κ are given by

$$\hat{\kappa} = -\frac{\ln 2}{\ln \left(1 - \frac{\hat{\lambda}_2}{\hat{\lambda}_1} \right)}, \quad \hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}_1 - \xi}{\Gamma \left(1 + \frac{1}{\hat{\kappa}} \right)} \quad (\text{A.5.16})$$

If ξ is unknown, the shape parameter is estimated from the approximate formula (A.4.11) for estimation of the shape parameter of the GEV distribution using $-\tau_3$ and $\kappa_{GEV} = 1/\kappa$. L-moment estimates of ξ and α are then given by

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}_2}{(1 - 2^{-1/\hat{\kappa}}) \Gamma \left(1 + \frac{1}{\hat{\kappa}} \right)}, \quad \hat{\xi} = \hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha} \Gamma \left(1 + \frac{1}{\hat{\kappa}} \right) \quad (\text{A.5.17})$$



Maximum likelihood estimates

If ξ is known, the maximum likelihood estimate of κ is obtained by solving

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \xi)^\kappa \ln(x_i - \xi)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \xi)^\kappa} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \xi) \quad (\text{A.5.18})$$

using Newton-Raphson iteration. The maximum likelihood estimate of α is subsequently obtained from

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \xi)^{\hat{\kappa}} \right]^{1/\hat{\kappa}} \quad (\text{A.5.19})$$

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = \left(\frac{x_p - \xi}{\alpha} \right)^\kappa = -\ln(1-p) \quad (\text{A.5.20})$$

$$\text{SLSC2:} \quad u_p = \kappa \ln \left(\frac{x_p - \xi}{\alpha} \right) = \ln[-\ln(1-p)] \quad (\text{A.5.21})$$

$$\text{SLSC3:} \quad u_p = \frac{x_p - \xi}{\alpha} = [-\ln(1-p)]^{1/\kappa} \quad (\text{A.5.22})$$





A.6 FRECHÉT DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale), κ (shape)

Range: $\alpha > 0, \kappa > 0, \xi < x < \infty$

$$f(x) = \frac{\kappa}{\alpha} \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{-(\kappa+1)} \exp \left[- \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{-\kappa} \right] \quad (\text{A.6.1})$$

$$F(x) = \exp \left[- \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{-\kappa} \right] \quad (\text{A.6.2})$$

$$x_p = \xi + \alpha [-\ln(p)]^{1/\kappa} \quad (\text{A.6.3})$$

Moments

$$\mu = \xi + \alpha \Gamma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \quad (\text{A.6.4})$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \left[\Gamma \left(1 - \frac{2}{\kappa} \right) - \left[\Gamma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \right]^2 \right] \quad (\text{A.6.5})$$

$$\gamma_3 = \frac{\Gamma \left(1 - \frac{3}{\kappa} \right) - 3 \Gamma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \Gamma \left(1 - \frac{2}{\kappa} \right) + 2 \left[\Gamma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \right]^3}{\left[\Gamma \left(1 - \frac{2}{\kappa} \right) - \left[\Gamma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \right]^2 \right]^{3/2}} \quad (\text{A.6.6})$$

where $\Gamma(\cdot)$ is the gamma function. The Frechét distribution is defined only for skewness larger than the skewness of the Gumbel distribution, i.e. $\gamma_3 > 1.1396$.

**Moment estimates**

For estimation of κ the method proposed by Kadoya [1962] is employed. A reduced variate y is defined as follows

$$y = \frac{x - \xi}{\alpha} = \exp\left(\frac{u}{\kappa}\right), \quad u = -\ln[-\ln(p)] \quad (\text{A.6.7})$$

Since y is a linear transformation of x , the coefficient of skewness of y and x are identical. The expected value of the ordered sample $y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n)}$ is given by

$$E\{y_{(i)}\} = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(i)\Gamma(n-i+1)} \Gamma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) \sum_{r=0}^{n-i} (-1)^r \frac{(n-i)!}{(n-i-r)!r!} (i+r)^{-1+1/\kappa} \quad (\text{A.6.8})$$

An estimate of κ can now be found by solving

$$\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E\{y_{(i)}\} - \overline{E\{y_{(i)}\}})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E\{y_{(i)}\} - \overline{E\{y_{(i)}\}})^2 \right]^{3/2}} = \hat{\gamma}_3, \quad \overline{E\{y_{(i)}\}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E\{y_{(i)}\} \quad (\text{A.6.9})$$

using iteration.

Since the computation of the expected value of y is numerically complicated, an approximation of the non-exceedance probability is introduced

$$F(E\{y_{(i)}\}) = F(E\{y_{(1)}\}) + \frac{i-1}{n-1} [F(E\{y_{(n)}\}) - F(E\{y_{(1)}\})] \quad (\text{A.6.10})$$



where

$$\begin{aligned} E\{y_{(1)}\} &= n\Gamma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) \left[1 - (n-1)2^{-1+1/\kappa} + \frac{(n-1)(n-2)}{2}3^{-1+1/\kappa} - \dots \right] \\ E\{y_{(n)}\} &= n\Gamma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) n^{-1+1/\kappa} \end{aligned} \quad (\text{A.6.11})$$

For sample sizes larger than about 40, numerical rounding errors become dominant for calculation of $E\{y_{(i)}\}$. Hence, for $n > 40$ an asymptotic approximation is used, assuming a symmetric non-exceedance probability

$$F(E\{y_{(1)}\}) = 1 - F(E\{y_{(n)}\}) \quad (\text{A.6.12})$$

The approximated $E\{y_{(i)}\}$ to be used in (A.6.9) is finally obtained from (A.6.7)

$$\begin{aligned} E\{y_{(i)}\} &= \exp\left(\frac{u_{(i)}}{\kappa}\right) \\ u_{(i)} &= -\ln\left[-\ln\left(F(E\{y_{(1)}\}) + \frac{i-1}{n-1}\left[F(E\{y_{(n)}\}) - F(E\{y_{(1)}\})\right]\right)\right] \end{aligned} \quad (\text{A.6.13})$$

The estimation procedure can be interpreted as a bias correction to the skewness estimator. The bias correction factor β is given by

$$\hat{\gamma}_3^* = (1 + \beta)\hat{\gamma}_3, \quad \beta = \frac{\hat{\gamma}_3^*}{\hat{\gamma}_3} - 1 \quad (\text{A.6.14})$$

where $\hat{\gamma}_3^*$ is obtained from (A.6.6) using the estimated value of κ . The bias correction factor is shown in Fig A.6.2.

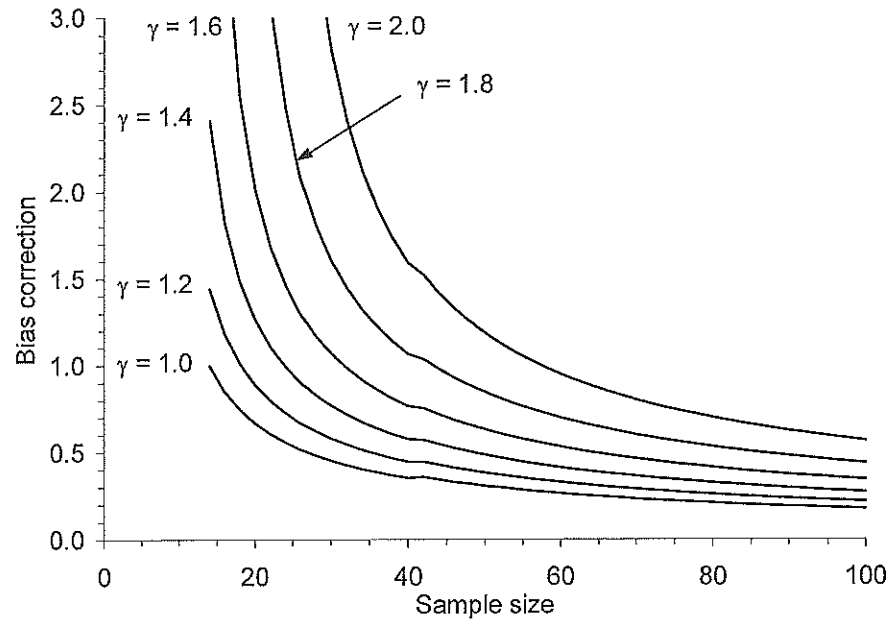


Fig A.6.2 Bias correction factor β of the sample skewness γ for the Frechét distribution.

Having estimated κ , moment estimates of ξ and α are subsequently obtained from

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\Gamma\left(1-\frac{2}{\hat{\kappa}}\right) - \left[\Gamma\left(1-\frac{1}{\hat{\kappa}}\right)\right]^2}}, \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \hat{\alpha}\Gamma\left(1-\frac{1}{\hat{\kappa}}\right) \quad (\text{A.6.15})$$

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = \kappa \ln\left(\frac{x_p - \xi}{\alpha}\right) = -\ln[-\ln(p)] \quad (\text{A.6.16})$$



A.7 GAMMA/PEARSON TYPE 3 DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale), κ (shape)

Range: $\kappa > 0$, $\xi \leq x < \infty$ for $\alpha > 0$, $-\infty \leq x \leq \xi$ for $\alpha < 0$

Special cases: Exponential distribution for $\kappa = 1$ and $\alpha > 0$. Normal distribution for $\gamma = 0$

$$f(x) = \frac{1}{|\alpha| \Gamma(\kappa)} \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\kappa-1} \exp\left(-\frac{x - \xi}{\alpha}\right) \quad (\text{A.7.1})$$

$$F(x) = \begin{cases} G\left(\kappa, \frac{x - \xi}{\alpha}\right) & , \alpha > 0 \\ 1 - G\left(\kappa, \frac{x - \xi}{\alpha}\right) & , \alpha < 0 \end{cases} \quad (\text{A.7.2})$$

$$x_p = \xi + \alpha u_p \quad (\text{A.7.3})$$

where $\Gamma(\cdot)$ is the gamma function, and $G(\cdot, \cdot)$ is the incomplete gamma integral. No explicit expression of the quantile function is available. The standardised quantile u_p is determined as the solution of $F(u) = p$ where $u = (x - \xi)/\alpha$ using Newton-Raphson iteration.

Moments

$$\mu = \xi + \alpha \kappa \quad (\text{A.7.4})$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \kappa \quad (\text{A.7.5})$$

$$\gamma_3 = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{\kappa}} & , \alpha > 0 \\ -\frac{2}{\sqrt{\kappa}} & , \alpha < 0 \end{cases} \quad (\text{A.7.6})$$



L-moments

$$\lambda_1 = \xi + \alpha\kappa \quad (\text{A.7.7})$$

$$\lambda_2 = \frac{|\alpha|}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\kappa + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\kappa)} \quad (\text{A.7.8})$$

$$\tau_3 = \begin{cases} 6I_{1/3}(\kappa, 2\kappa) - 3 & , \alpha > 0 \\ -6I_{1/3}(\kappa, 2\kappa) + 3 & , \alpha < 0 \end{cases} \quad (\text{A.7.9})$$

where $I_x(.,.)$ is the incomplete beta function ratio. Rational-function approximations of τ_3 as a function of κ are given by Hosking and Wallis [1997].

Moment estimates

If ξ is known, moment estimates of α and κ are obtained from (A.7.4)-(A.7.5)

$$\hat{\kappa} = \frac{(\hat{\mu} - \xi)^2}{\hat{\sigma}^2}, \quad \hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\mu} - \xi} \quad (\text{A.7.10})$$

If ξ is unknown, the shape parameter κ is estimated from the skewness estimator cf. (A.7.6). The skewness estimator is corrected according to the bias correction formula given by Bobée and Robitaille [1975]

$$\hat{\gamma}_3^* = (1 + \beta)\hat{\gamma}_3, \quad \beta = \left(\frac{6.51}{n} + \frac{20.2}{n^2}\right) + \left(\frac{1.48}{n} + \frac{6.77}{n^2}\right)\hat{\gamma}_3^2 \quad (\text{A.7.11})$$

which is valid for $0.25 \leq \gamma_3 \leq 5.0$ and $20 \leq n \leq 90$. The bias correction factor β is shown in Fig A.7.3. If γ_3 or n fall outside the ranges of the Bobée-Robitaille formula, the skewness is corrected using the following general bias correction

$$\hat{\gamma}_3^* = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} \hat{\gamma}_3 \quad (\text{A.7.12})$$



Moment estimates of ξ and α are obtained from (A.7.4)-(A.7.5)

$$\hat{\alpha} = \text{sgn}(\hat{\gamma}_3^*) \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\hat{\kappa}}} \quad , \quad \hat{\xi} = \hat{\mu} - \hat{\alpha} \hat{\kappa} \quad (\text{A.7.13})$$

where $\text{sgn}(\cdot)$ is plus or minus 1, depending on the sign of $\hat{\gamma}_3^*$.

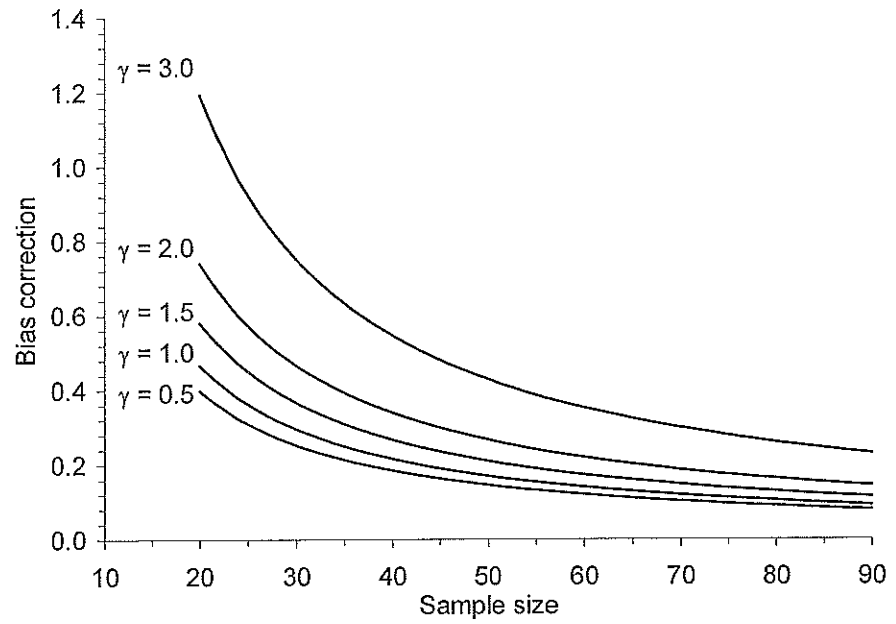


Fig A.7.3 Bias correction factor β of the sample skewness γ for the Pearson Type 3 distribution.

L-moment estimates

If ξ is known, L-moment estimates of α and κ are obtained from (A.7.7)-(A.7.8). For estimation of κ , rational-function approximations of κ as a function of the L-coefficient of variation τ_2 are applied [Hosking, 1991]

For $\tau_2 < 1/2$:

$$\kappa = \frac{1 + A_1 z}{z + A_2 z^2 + A_3 z^3} \quad , \quad z = \pi \tau_2^2 \quad , \quad \tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \xi} \quad (\text{A.7.14})$$



For $\tau_2 \geq 1/2$:

$$\kappa = \frac{B_1 z + B_2 z^2}{1 + B_3 z + B_4 z^2} \quad , \quad z = 1 - \tau_2 \quad , \quad \tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \xi} \quad (\text{A.7.15})$$

The coefficients of the rational functions are shown in Table A.7.1. The estimate of α is subsequently obtained from

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}_1 - \xi}{\hat{\kappa}} \quad (\text{A.7.16})$$

For estimation of κ when ξ is unknown, rational-function approximations of κ as a function of the L-skewness are applied [Hosking and Wallis, 1997]

For $|\tau_3| < 1/3$:

$$\kappa = \frac{1 + C_1 z}{z + C_2 z^2 + C_3 z^3} \quad , \quad z = 3\pi\tau_3^2 \quad (\text{A.7.17})$$

For $|\tau_3| \geq 1/3$:

$$\kappa = \frac{D_1 z + D_2 z^2 + D_3 z^3}{1 + D_4 z + D_5 z^2 + D_6 z^3} \quad , \quad z = 1 - |\tau_3| \quad (\text{A.7.18})$$

The coefficients of the rational functions are shown in Table A.7.1. The estimates of ξ and α are subsequently obtained from

$$\hat{\alpha} = \text{sgn}(\hat{\tau}_3) \frac{\hat{\lambda}_2 \sqrt{\pi} \Gamma(\hat{\kappa})}{\Gamma\left(\hat{\kappa} + \frac{1}{2}\right)} \quad , \quad \hat{\xi} = \hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha} \hat{\kappa} \quad (\text{A.7.19})$$

where $\text{sgn}(\cdot)$ is plus or minus 1, depending on the sign of $\hat{\tau}_3$.



Table A.7.1 Coefficients of the rational-function approximations (A.7.14)-(A.7.15) and (A.7.17)-(A.7.18).

A_i	B_i	C_i	D_i
$A_1=-0.3080$	$B_1=0.7213$	$C_1=0.2906$	$D_1=0.36067$
$A_2=-0.05812$	$B_2=-0.5947$	$C_2=0.1882$	$D_2=-0.59567$
$A_3=0.01765$	$B_3=-2.1817$	$C_3=0.0442$	$D_3=0.25361$
	$B_4=1.2113$		$D_4=-2.78861$
			$D_5=2.56096$
			$D_6=-0.77045$

Maximum likelihood estimates

If ξ is known, maximum likelihood estimates are obtained from the following set of equations

$$\sum_{i=1}^n \ln(x_i - \xi) - n \ln \alpha - n \psi(\kappa) = 0, \quad \alpha = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \xi) \quad (\text{A.7.20})$$

where $\psi(\cdot)$ is Euler's psi function. An estimate of κ is found from the first equation using bisection.

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = \frac{x_p - \xi}{\alpha}, \quad p = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\kappa)} G(\kappa, u_p) & , \alpha > 0 \\ 1 - \frac{1}{\Gamma(\kappa)} G(\kappa, u_p) & , \alpha < 0 \end{cases} \quad (\text{A.7.21})$$





A.8 LOG-PEARSON TYPE 3 DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), α (scale), κ (shape)

Range: $\kappa > 0$, $\exp(\xi) \leq x < \infty$ for $\alpha > 0$, $0 \leq x \leq \exp(\xi)$ for $\alpha < 0$

Special case: 2-parameter log-normal distribution for $\gamma_s = 0$

If X is distributed according to a log-Pearson Type 3 distribution, then $Y = \ln(X)$ is Pearson Type 3 distributed. The parameters ξ , α and κ are, respectively, the location, scale and shape parameter of the corresponding Pearson Type 3 distribution.

$$f(x) = \frac{1}{x|\alpha|\Gamma(\kappa)} \left(\frac{\ln(x) - \xi}{\alpha} \right)^{\kappa-1} \exp\left(-\frac{\ln(x) - \xi}{\alpha}\right) \quad (\text{A.8.1})$$

$$F(x) = \begin{cases} G\left(\kappa, \frac{\ln(x) - \xi}{\alpha}\right) & , \alpha > 0 \\ 1 - G\left(\kappa, \frac{\ln(x) - \xi}{\alpha}\right) & , \alpha < 0 \end{cases} \quad (\text{A.8.2})$$

$$x_p = \exp(\xi + \alpha u_p) \quad (\text{A.8.3})$$

where $\Gamma(\cdot)$ is the gamma function, and $G(\cdot, \cdot)$ is the incomplete gamma integral. No explicit expression of the quantile function is available. The standardised quantile u_p is determined as the solution of $F(u) = p$ where $u = (\ln(x) - \xi)/\alpha$ using Newton-Raphson iteration

Moment estimates

Moments in log-space

Parameter estimates are obtained from the sample moments of the logarithmic transformed data $\{y_i = \ln(x_i), i = 1, 2, \dots, n\}$ using (A.7.11)-(A.7.13).

**Moments in real space**

Bobée [1975] proposed an estimation method based on the moments in real space. The moments about the origin are given by

$$\nu_r = \frac{\exp(r\xi)}{(1-r\alpha)^\kappa} \quad , \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.8.4})$$

The estimate of α is obtained from

$$\frac{3\ln(1-\hat{\alpha}) - \ln(1-3\hat{\alpha})}{2\ln(1-\hat{\alpha}) - \ln(1-2\hat{\alpha})} = \frac{\ln \hat{\nu}_3 - 3\ln \hat{\nu}_1}{\ln \hat{\nu}_2 - 2\ln \hat{\nu}_1} \quad (\text{A.8.5})$$

where the sample moments are calculated as

$$\hat{\nu}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad (\text{A.8.6})$$

Eq. (A.8.5) is solved using a Newton-Raphson iteration scheme. Estimates of ξ and κ are subsequently obtained from

$$\hat{\kappa} = \frac{\ln \hat{\nu}_2 - 2\ln \hat{\nu}_1}{2\ln(1-\hat{\alpha}) - \ln(1-2\hat{\alpha})} \quad , \quad \hat{\xi} = \ln \hat{\nu}_1 + \hat{\kappa} \ln(1-\hat{\alpha}) \quad (\text{A.8.7})$$

These estimates are corrected using a bias correction of the equivalent Pearson Type 3 skewness cf. (A.7.6) according to the Bobée and Robitaille [1975] formula.

L-moment estimates

Parameter estimates are obtained from the sample L-moments of the logarithmic transformed data $\{y_i = \ln(x_i), i = 1, 2, \dots, n\}$ using (A.7.17)-(A.7.19).

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = \frac{\ln(x_p) - \xi}{\alpha} \quad , \quad p = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\kappa)} G(\kappa, u_p) & , \alpha > 0 \\ 1 - \frac{1}{\Gamma(\kappa)} G(\kappa, u_p) & , \alpha < 0 \end{cases} \quad (\text{A.8.8})$$



A.9 LOG-NORMAL DISTRIBUTION

Definition

Parameters: ξ (location), μ_y (mean), σ_y (standard deviation)

Range: $\sigma_y > 0, x > \xi$

If X is distributed according to a log-normal distribution, then $Y = \ln(X - \xi)$ is normally distributed. The parameters μ_y and σ_y^2 are the population mean and variance of Y .

$$f(x) = \frac{1}{(x - \xi)\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x - \xi) - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right] \quad (\text{A.9.1})$$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x - \xi) - \mu_y}{\sigma_y}\right) \quad (\text{A.9.2})$$

$$x_p = \xi + \exp(\mu_y + \sigma_y \Phi^{-1}(p)) \quad (\text{A.9.3})$$

where $\Phi(\cdot)$ and $\Phi^{-1}(\cdot)$ are, respectively, the cumulative distribution function and the quantile function of the standard normal distribution.

Moments

$$\mu_x = \xi + \exp\left[\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y^2\right] \quad (\text{A.9.4})$$

$$\sigma_x^2 = (\exp[2\mu_y + \sigma_y^2])(\exp(\sigma_y^2) - 1) \quad (\text{A.9.5})$$

$$\gamma_{3x} = 3\phi + \phi^3, \quad \phi = \sqrt{\exp(\sigma_y^2) - 1} \quad (\text{A.9.6})$$

**L-moments**

$$\lambda_{1,y} = \mu_y \quad (\text{A.9.7})$$

$$\lambda_{2,y} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\pi}} \quad (\text{A.9.8})$$

Moment estimates

If ξ is known, moment estimates of μ_y and σ_y are given by the sample mean and standard deviation of the logarithmic transformed data $\{y_i = \ln(x_i/\xi), i=1,2,\dots,n\}$.

If ξ is unknown, four different estimation methods are available. Two methods based on a lower bound quantile estimator of ξ , and two methods based on the sample moments in real space $\{x_i, i=1,2,\dots,n\}$ where a bias correction of the sample skewness is adopted.

Lower bound quantile estimators

The lower bound quantile estimator of ξ proposed by Iwai [1947] is given by

$$\hat{\xi} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{x_{(i)}x_{(n+i-1)} - x_g^2}{x_{(i)} + x_{(n+i-1)} - 2x_g} \quad (\text{A.9.9})$$

where $x_{(n)} \leq x_{(n-1)} \leq \dots \leq x_{(1)}$ is the ordered sample, M is the truncated integer value of $n/10$, and $x_g = (x_1 x_2 \dots x_n)^{1/n}$ is the geometric mean. The restriction $x_{(i)} + x_{(n+i-1)} - 2x_g > 0$ must be satisfied to obtain an estimate of ξ .

Stedinger [1980] proposed a slightly different estimator, which uses the sample median instead of the geometric mean and includes only the largest and the smallest observed values, i.e.

$$\hat{\xi} = \frac{x_{(1)}x_{(n)} - x_{med}^2}{x_{(1)} + x_{(n)} - 2x_{med}} \quad (\text{A.9.10})$$

where x_{med} is the sample median equal to $x_{((n+1)/2)}$ for odd sample sizes, and $1/2(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)})$ for even sample sizes.



Having estimated the location parameter, estimates of μ_y and σ_y are given by the sample mean and standard deviation of the logarithmic transformed data $\{y_i = \ln(x_i - \xi), i = 1, 2, \dots, n\}$.

Sample moments in real space

For estimation of the three parameters from the sample moments of $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ a bias correction of the sample skewness is adopted

$$\hat{\gamma}_3^* = (1 + \beta)\hat{\gamma}_3 \quad (\text{A.9.11})$$

Two different bias correction formulae are employed (1) the Ishihara-Takase formula, and (2) the Bobée-Robitaille formula.

In the bias correction procedure proposed by Ishihara and Takase [1957] an estimation method based on order statistics is employed. In this case the following parameterisation of the log-normal distribution is applied

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^u \exp(-t^2) dt, \quad u = \kappa \ln \frac{x - \xi}{x_0 - \xi} \quad (\text{A.9.12})$$

A reduced variate y is defined as follows

$$y = \frac{x - \xi}{x_0 - \xi} = \exp\left(\frac{u}{\kappa}\right) \quad (\text{A.9.13})$$

Since y is a linear transformation of x , the coefficient of skewness of y and x are identical. The expected value of the ordered sample $u_{(1)} \leq u_{(2)} \leq \dots \leq u_{(n)}$ is determined by using the Hazen plotting position

$$E\{u_{(i)}\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi^{-1}\left(\frac{i - 0.5}{n}\right) \quad (\text{A.9.14})$$



An estimate of κ can now be found by solving

$$\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{(i)}^* - \overline{y_{(i)}^*})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{(i)}^* - \overline{y_{(i)}^*})^2 \right]^{3/2}} = \hat{\gamma}_{3x} \quad , \quad y_{(i)}^* = \exp\left(\frac{E\{u_{(i)}\}}{\kappa}\right) \quad , \quad \overline{y_{(i)}^*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{(i)}^* \quad (\text{A.9.15})$$

using an iterative scheme. The bias correction factor β is then given by

$$\hat{\gamma}_3^* = (1 + \beta) \hat{\gamma}_3 \quad , \quad \beta = \frac{\hat{\gamma}_3^*}{\hat{\gamma}_3} - 1 \quad (\text{A.9.16})$$

where $\hat{\gamma}_3^*$ is obtained from

$$\hat{\gamma}_3^* = \frac{\exp\left(\frac{9}{4\hat{\kappa}^2}\right) - 3\exp\left(\frac{5}{4\hat{\kappa}^2}\right) + 2\exp\left(\frac{3}{4\hat{\kappa}^2}\right)}{\left[\exp\left(\frac{1}{\hat{\kappa}^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{2\hat{\kappa}^2}\right) \right]^{3/2}} \quad (\text{A.9.17})$$

The bias correction factor is shown in Fig A.9.4.

The parameter σ_y is estimated from the bias-corrected skewness estimator cf. (A.9.6) using a Newton-Raphson iteration scheme. Estimates of ξ and μ_y are subsequently obtained from (A.9.4)-(A.9.5)

The bias correction proposed by Bobée and Robitaille [1975] reads

$$\beta = \left(0.01 + \frac{7.01}{n} + \frac{14.66}{n^2} \right) + \left(\frac{1.69}{n} + \frac{74.66}{n^2} \right) \hat{\gamma}_3^3 \quad (\text{A.9.18})$$

which is valid for $0.25 \leq \gamma_3 \leq 5.0$ and $20 \leq n \leq 90$. The bias correction factor β is shown in Fig A.9.5. If γ_3 or n fall outside the ranges of the Bobée-



Robitaille formula, the skewness is corrected using the following general bias correction

$$\hat{\gamma}_3^* = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} \hat{\gamma}_3 \quad (\text{A.9.19})$$

$$\hat{\mu}_y = \ln \hat{\sigma}_x - \frac{1}{2} \left[\ln(\exp(\hat{\sigma}_y^2) - 1) + \hat{\sigma}_y^2 \right], \quad \hat{\xi} = \hat{\mu}_x - \exp \left[\hat{\mu}_y + \frac{1}{2} \hat{\sigma}_y^2 \right] \quad (\text{A.9.20})$$

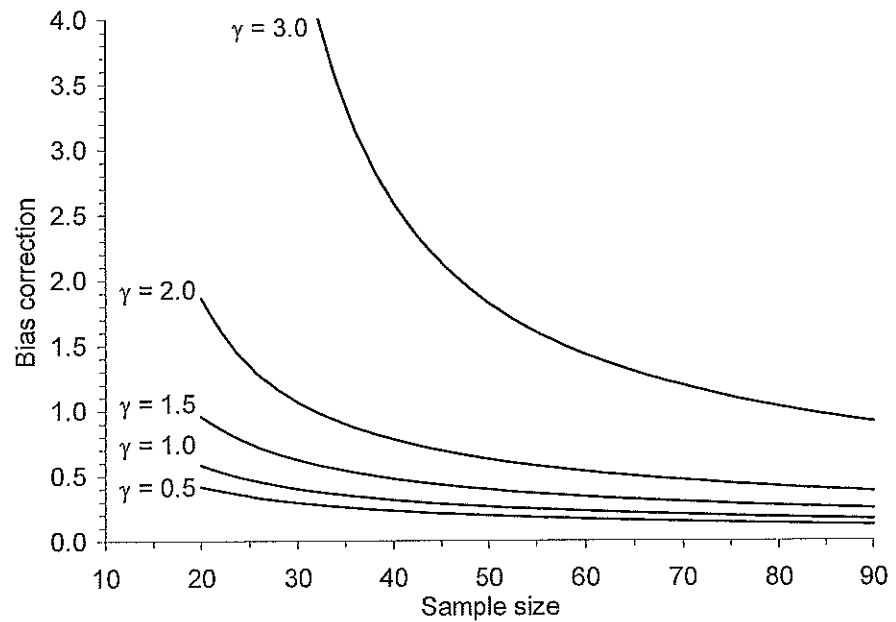


Fig A.9.4 Bias correction factor β of the sample skewness γ for the log-normal distribution [Ishihara and Takase, 1957].

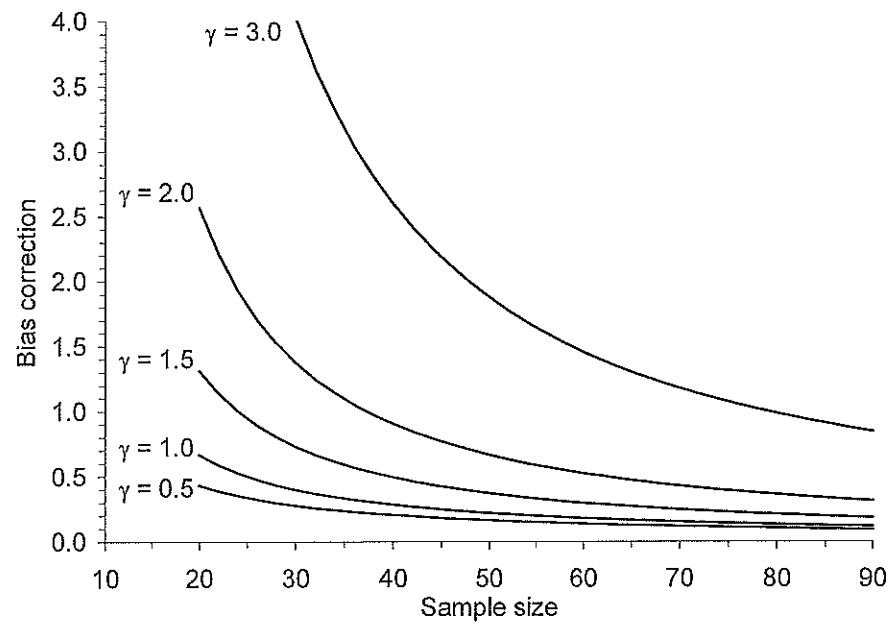


Fig A.9.5 Bias correction factor β of the sample skewness γ for the log-normal distribution [Bobée and Robitaille, 1975].

L-moment estimates

If ξ is known, μ_y and σ_y are estimated from the sample L-moments of the logarithmic transformed data $\{y_i = \ln(x_i - \xi), i = 1, 2, \dots, n\}$.

$$\hat{\mu}_y = \hat{\lambda}_{1,y} \quad , \quad \hat{\sigma}_y = \sqrt{\pi} \hat{\lambda}_{2,y} \quad (\text{A.9.21})$$

Maximum likelihood estimates

If ξ is known, maximum likelihood estimates of μ_y and σ_y are given by

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \xi) \quad , \quad \hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\ln(x_i - \xi) - \hat{\mu}_y]^2} \quad (\text{A.9.22})$$



If ξ is unknown, the maximum likelihood estimate of ξ is obtained by solving

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sum_{i=1}^n \ln(\sqrt{2\pi}\sigma(x_i - \xi)) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\ln(x_i - \xi) - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) = 0 \quad (\text{A.9.23})$$

using a bisection iteration scheme. The parameter estimates of μ_y and σ_y are subsequently obtained from (A.9.22).

Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = \frac{\ln(x_p - \xi) - \mu}{\sigma} = \Phi^{-1}(p) \quad (\text{A.9.24})$$





A.10 SQUARE ROOT EXPONENTIAL DISTRIBUTION

Definition

Parameters: α (scale), κ (shape)

Range: $\alpha > 0, \kappa > 0, x \geq 0$

The distribution was defined by Etoh et al. [1987].

$$f(x) = \frac{\alpha\kappa}{2} \exp\left[-\sqrt{\alpha x} - \kappa(1 + \sqrt{\alpha x})\exp(-\sqrt{\alpha x})\right] \quad (\text{A.10.1})$$

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left[-\kappa(1 + \sqrt{\alpha x})\exp(-\sqrt{\alpha x})\right] & , \quad x > 0 \\ \exp(-\kappa) & , \quad x = 0 \end{cases} \quad (\text{A.10.2})$$

$$(1 + \sqrt{\alpha x_p})\exp(-\sqrt{\alpha x_p}) + \frac{1}{\kappa} \ln p = 0 \quad (\text{A.10.3})$$

The square root exponential distribution is a mixed distribution with a finite probability mass placed at $x = 0$. The remaining probability is continuously distributed for $x > 0$. No explicit expression of the quantile function exists. The quantile is calculated from (A.10.3) using Newton-Raphson iteration.

Maximum likelihood estimates

The maximum likelihood estimate of α is obtained from

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} - \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \sum_{i=1}^n \sqrt{x_i} + \frac{n \sum_{i=1}^n x_i \exp(-\sqrt{\alpha x_i})}{2 \sum_{i=1}^n (1 + \sqrt{\alpha x_i}) \exp(-\sqrt{\alpha x_i})} = 0 \quad (\text{A.10.4})$$

using Newton-Raphson iteration. The estimate of κ is subsequently found from

$$\hat{\kappa} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (1 + \sqrt{\hat{\alpha} x_i}) \exp(-\sqrt{\hat{\alpha} x_i})} \quad (\text{A.10.5})$$



Reduced variate

$$\text{SLSC1:} \quad u_p = \sqrt{\alpha x_p} - \ln[\kappa(1 + \sqrt{\alpha x_p})] = -\ln[-\ln(p)] \quad (\text{A.10.6})$$

$$\text{SLSC2:} \quad u_p = \alpha x_p \quad , \quad (1 + \sqrt{u_p}) \exp(-\sqrt{u_p}) = -\frac{1}{\kappa} \ln(p) \quad (\text{A.10.7})$$



A.11 AUXILIARY FUNCTIONS

Gamma function

For calculation of the gamma function, a numerical function that calculates the logarithm of the gamma function is employed. The applied numerical method is that of Pike and Hill [1966].

Euler's psi function

Euler's psi function is the derivative of the logarithm of the gamma function

$$\psi(x) = \frac{d}{dx}(\ln(\Gamma(x))) \quad (\text{A.11.1})$$

The applied numerical method for calculation of Euler's psi function is that of Bernardo [1976].

Incomplete gamma integral

The incomplete gamma integral is defined as

$$G(\kappa, x) = \frac{1}{\Gamma(\kappa)} \int_0^x t^{\kappa-1} \exp(-t) dt \quad (\text{A.11.2})$$

The applied numerical method is that of Shea [1988].

Cumulative distribution function of standard normal distribution

The cumulative distribution function of the standard normal distribution $\Phi(\cdot)$ can be expressed in terms of the error function $\text{erf}(\cdot)$

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (\text{A.11.3})$$

For calculation of the error function the numerical method in Hart et al. [1968] based on a rational function approximation is applied.

Quantile function of standard normal distribution

The numerical method applied for calculation of the quantile of the standard normal distribution is that of Wichura [1988] which is based on a rational function approximation.



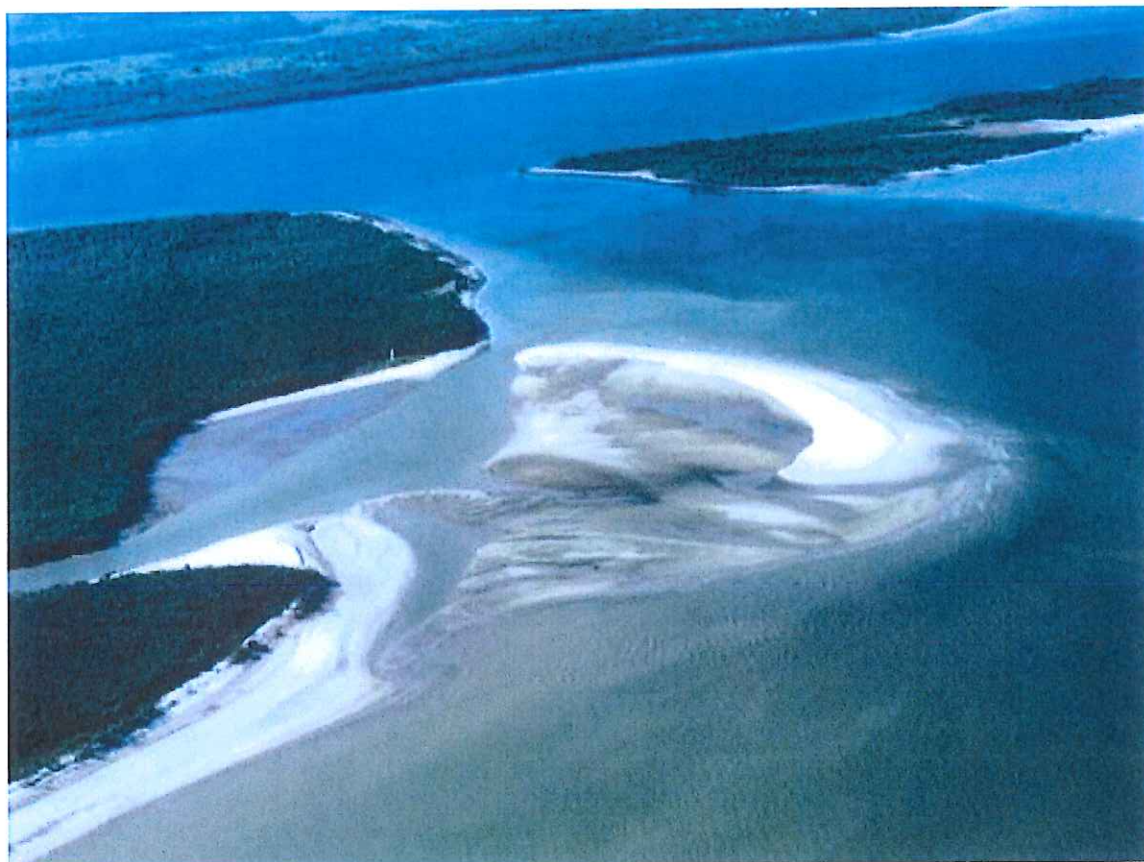






ALLEGATO C

Descrizione del modello MIKE 21



MIKE 21

Modello bidimensionale
per fiumi, laghi, aree
costiere ed offshore

1. PREMESSA	1
2. MODULO IDRODINAMICO (HD FM)	5
3. MODULO AVVEZIONE/DISPERSIONE (TR)	9
4. MODULO TRASPORTO SOLIDO – SEDIMENTI NON COESIVI (ST)	12
5. MODULO TRASPORTO SOLIDO – SEDIMENTI COESIVI (MT)	14
6. MODULO D'ONDA (SW)	18
7. MODULO DI BOUSSINESQ (BW)	22

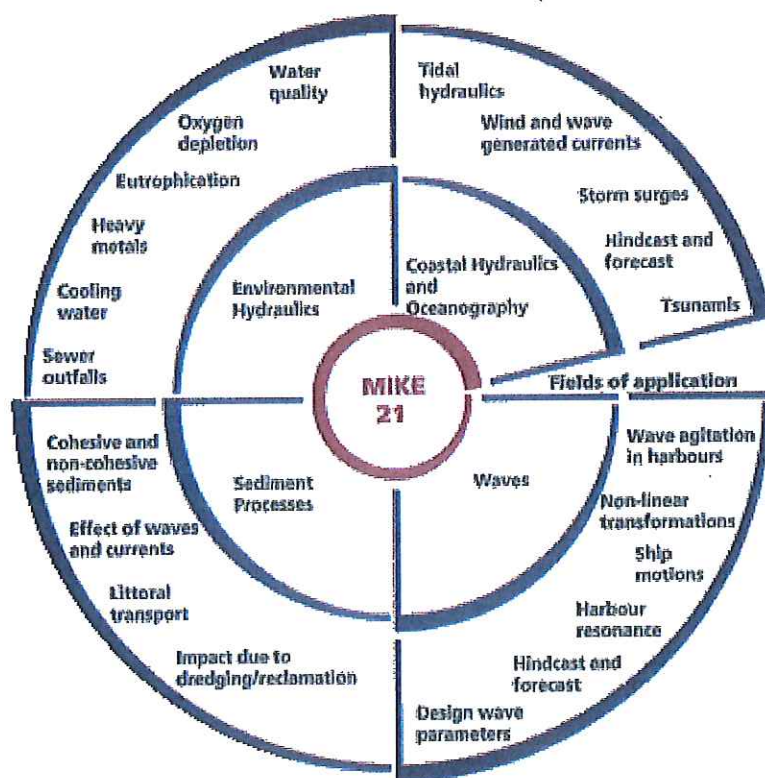
1. PREMESSA

Il MIKE 21 è un programma modulare contenente diversi codici per la simulazione di corpi idrici per i quali sia possibile adottare l'approssimazione idrodinamica bidimensionale, piana, per fluidi verticalmente omogenei. Infatti, il numero "21" che contraddistingue il codice, indica proprio la bidimensionalità nel piano ("2") e la monodimensionalità lungo la verticale ("1").

Il sistema modellistico è stato sviluppato per applicazioni complesse in aree costiere, mare aperto e in corrispondenza di estuari. Tuttavia, essendo un codice di calcolo per la simulazione delle correnti a pelo libero, può essere anche applicato per la simulazione di fenomeni correlati all'idraulica in fiumi, laghi o invasi. I principali campi di applicazione sono:

- modellazione idrodinamica del trasporto solido e della qualità delle acque in fiumi,
- laghi ed aree golenali;
- studio del moto ondoso in aree costiere, bacini portuali ed offshore;
- analisi idrodinamica del trasporto solido e morfologica in aree costiere;
- analisi della qualità delle acque al largo e sottocosta;
- supporto alla pianificazione e progettazione di opere costiere ed offshore;
- supporto alla pianificazione e progettazione di opere di difesa fluviale;
- supporto all'ottimizzazione di layout portuali;
- analisi impatto ambientale;
- previsione degli stati di mare a supporto della navigazione;
- analisi di allagamenti in aree costiere e fenomeni di storm surge.

In generale il MIKE 21 offre un ambiente di lavoro completo, efficace e robusto a supporto dell'ingegneria e della pianificazione e gestione territoriale a diverse scale spaziali. La combinazione di un'interfaccia grafica avanzata con un motore di calcolo robusto ed affidabile, frutto di un pluriennale e continuo sviluppo da parte del DHI, rende questo software lo strumento più utilizzato ed efficace per l'ingegneria fluviale e marittima in tutto il mondo.



Il pacchetto MIKE 21 è disponibile in 4 versioni che si differenziano in base alla schematizzazione geometrica adottata:

- **SINGLE GRID** (Griglia singola): le equazioni di continuità e del moto sono risolte con una tecnica implicita alle differenze finite su una griglia rettangolare, uniforme in tutto il dominio di calcolo;
- **MULTIPLE GRID** (Griglia multipla): questo schema utilizza lo stesso approccio della griglia singola, con la possibilità di innestare nel dominio griglie a risoluzione crescente nelle aree ove sia richiesto un maggiore dettaglio;
- **FLEXIBLE MESH** (Griglia flessibile): questo schema utilizza un metodo ai volumi finiti per la discretizzazione delle equazioni di flusso e trasporto con valori centrati sul singolo elemento. Il dominio di calcolo è discretizzato nelle dimensioni orizzontali attraverso una maglia non strutturata. La griglia non strutturata garantisce il massimo della flessibilità nella rappresentazione di geometrie complesse, in particolare per domini di calcolo estesi in cui sia necessario adottare una risoluzione spaziale variabile;
- **CURVILINEAR** (Griglia curvilinea): è la griglia adottata da MIKE 21C, codice di calcolo studiato appositamente per applicazioni di morfologia fluviale.

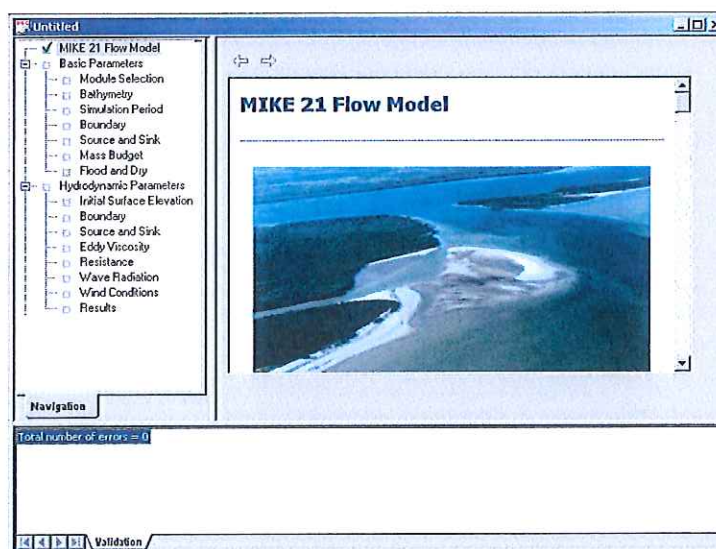
In campo fluviale MIKE 21 può essere utilizzato in modo integrato con altri codici di calcolo del DHI, in particolare:

- MIKE 11, grazie al modulo MIKE FLOOD, che consente di condurre simulazioni idrodinamiche accoppiando gli approcci 1d e 2d in modo totalmente integrato;
- MIKE URBAN CS per la simulazione di allagamenti in ambito urbano dalla rete di drenaggio.

In campo marittimo e costiero, dove risulta più efficace l'uso della versione FM, il MIKE 21 consente di studiare in modo integrato il moto ondoso (moduli SW, PMS, NSW, BW, EMS), le correnti e le variazioni di livello superficiale (HD), il trasporto solido e la morfologia di sedimenti non coesivi e coesivi (ST, MT), la dispersione di soluti (AD/TR).

L'utilizzo di formati comuni a tutti i codici del mondo MIKE garantisce la possibilità di utilizzare i file di MIKE 21 anche in input ad altri modelli quali LITPACK e MIKE 3.

Infine, attraverso l'utilizzo di EcoLab, MIKE 21 consente di studiare anche i processi più complessi in termini di qualità delle acque, in presenza di composti e reagenti.



Breve descrizione dei moduli MIKE 21	
Modulo	Descrizione
PP (Pre and Post Processing)	Il modulo PP è l'ambiente di lavoro di base e fornisce un insieme di tool per l'importazione e processamento dei dati di input nonché l'elaborazione degli output e la preparazione di immagini ed animazioni. PP è necessario per tutti i moduli di MIKE 21.
HD (Hydrodynamics)	Il modulo idrodinamico simula le variazioni di livello e corrente in risposta alle differenti tipologie di forzanti considerate. HD consente la simulazione di un'ampia gamma di fenomeni idraulici e può essere utilizzato per la rappresentazione di ogni corrente a pelo libero non stratificata.
TR (AD) (Advection – Dispersion)	Il modulo simula il trasporto, dispersione e decadimento di sostanze disciolte o sospese in acqua. Può essere utilizzato per studi di dispersione di soluti non reagenti (o caratterizzati da decadimento dipendente dal solo fattore tempo) o per studi di eccesso di temperatura o salinità.
ST (Sediment Transport)	E' il modulo avanzato per il trasporto solido di materiale non coesivo generato da correnti o dall'azione combinata di onde e correnti. ST include svariate formulazioni di trasporto e può essere utilizzato indistintamente in campo marittimo-costiero o fluviale.
MT (Mud Transport)	Modulo multifrazione e multistrato in grado di descrivere l'erosione, il trasporto e la rideposizione di materiale coesivo e di sedimenti misti coesivi e non. Particolarmente adatto per studi di dispersione di sedimento conseguenti a dragaggi dei fondali.
CAMS (Coastal Morphology)	E' uno strumento disponibile solo per la versione Single Grid, combina in modo dinamico i moduli d'onda, idrodinamico e di trasporto solido di MIKE 21, costituendo un modello morfologico, a fondo mobile, particolarmente utile per le analisi di dettaglio in aree costiere. Nella versione FM di MIKE 21 il modulo morfologico è invece attivabile direttamente dai moduli HD, SW, ST.
Oil Spill	Simula la diffusione e dispersione di sostanze oleose in corpi idrici, considerandone i processi di decadimento.
PA/PT (Particle Tracking)	Simula il trasporto e decadimento di sostanze disciolte o sospese in acqua. E' utilizzato in particolare per analisi di rischio, versamenti accidentali e monitoraggio delle attività di dragaggio. Utilizza un approccio Lagrangiano.
SW (Spectral Waves)	Modulo di propagazione spettrale di onde sea ed onde swell in aree offshore e costiere. Permette di simulare rifrazione, diffrazione, shoaling, attrito con il fondo, frangimento, riflessione semplice utilizzando un approccio con maglia FM. E' il modulo d'onda oggi più utilizzato per applicazioni costiere e offshore.
NSW (Near Shore Spectral Wind-Wave Model)	Modulo di propagazione del moto ondoso in aree costiere e offshore. Include rifrazione, shoaling, attrito con il fondo e frangimento utilizzando un approccio alle differenze finite.
PMS (Parabolic Mild Slope Wave Model)	Modulo di propagazione spettrale in aree costiere. Include rifrazione, shoaling, attrito con il fondo, diffrazione e frangimento utilizzando un approccio alle differenze finite. Viene utilizzato in particolare per lo studio del moto ondoso in presenza di opere di difesa sia emergenti che soffolte.

Breve descrizione dei moduli MIKE 21	
Modulo	Descrizione
BW (Boussinesq Wave Model)	E' il modulo d'onda più completo, in grado di simulare anche gli effetti di riflessione in ogni direzione e di diverso ordine; per questo viene utilizzato principalmente per le analisi di agitazione ondosa all'interno di bacini portuali. Attraverso il modello di Boussinesq sono simulati contestualmente anche gli aspetti idrodinamici (distribuzione del flusso di corrente); il modello utilizza griglie rettangolari.
EMS (Elliptic Mild Slope Wave Model)	Modulo semplificato per lo studio dell'agitazione interna a bacini portuali in risposta ad onde monocromatiche.
EcoLab	Modulo avanzato per studi di qualità delle acque ed idroecologia in presenza di reazioni, decadimenti complessi, eutrofizzazione e trasporto di metalli pesanti.

2. MODULO IDRODINAMICO (HD FM)

Il modulo idrodinamico (HD), cuore del codice MIKE 21, simula le variazioni di livello e corrente in risposta alle differenti tipologie di forzanti considerate. MIKE 21 HD FM può essere utilizzato da solo o insieme ad altri moduli che, pur finalizzati alla simulazione di altri fenomeni (es. trasporto di sedimenti) richiedono la risoluzione contestuale degli aspetti idrodinamici.

In particolare, il modulo HD di MIKE 21 permette di tenere in considerazione i seguenti aspetti:

- flooding and drying;
- gradienti di densità;
- attrito al fondo;
- forza di Coriolis;
- effetto del vento;
- gradienti di pressione;
- coperture di ghiaccio;
- effetto delle maree;
- precipitazioni/evaporazione;
- moto ondoso (attraverso i radiation stress);
- apporti puntuali (pozzi e sorgenti).

Il modulo idrodinamico, utilizzato assieme al modulo di trasporto TR, è utilizzato per simulare la dispersione di sostanze disciolte o in sospensione. Analogamente, il modulo idrodinamico può essere accoppiato al modulo di qualità delle acque ed idro-ecologia (ECO Lab) per gli studi ed applicazioni nel settore ecologico.

Inoltre, il modulo HD può essere utilizzato insieme ai moduli Sand Transport e Mud Transport per simulare il trasporto rispettivamente di materiale non coesivo e coesivo.

Nelle aree costiere, laddove il trasporto è in gran parte dominato dalle correnti indotte dal moto ondoso, il modulo idrodinamico può essere forzato dai campi di radiation stress ottenuti mediante l'utilizzo del modulo SW (Spectral Wave).

EQUAZIONI DEL MODELLO

Il sistema modellistico si basa sulla soluzione numerica delle equazioni dei Navier-Stokes mediate (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) sotto le ipotesi di Boussinesq e in condizioni di pressione idrostatica.

Il modello risolve le equazioni di continuità, quantità di moto, temperatura, salinità e densità. La densità non dipende dalla pressione ma dai soli gradienti di temperatura e salinità. Per il modello 3D, la superficie libera è modellata utilizzando l'approccio di trasformazione delle coordinate sigma o combinato sigma-z. A seguire si presentano in coordinate cartesiane, le equazioni utilizzate.

Equazione di continuità:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = S$$

Equazione della quantità di moto lungo la componente x:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} = r_x - g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_u}{\partial x} - \frac{g}{\rho_0} \int_z^{\eta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + F_u + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + u_s S$$

Equazione della quantità di moto lungo la componente y:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial wv}{\partial z} = f_u - g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_s}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0} \int_z^\eta \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + F_v + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial z} \right) + v_s S$$

Il calcolo degli scambi di temperatura (T) e di salinità (s) è modellato secondo le equazioni generali del trasporto:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} + \frac{\partial wT}{\partial z} = F_T + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_v \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \hat{H} + T_s S$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial us}{\partial x} + \frac{\partial vs}{\partial y} + \frac{\partial ws}{\partial z} = F_s + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_v \frac{\partial s}{\partial z} \right) + \hat{H} + s_s S$$

I termini di diffusività orizzontale sono definiti da:

$$(F_T, F_s) = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_h \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_h \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] (T, s)$$

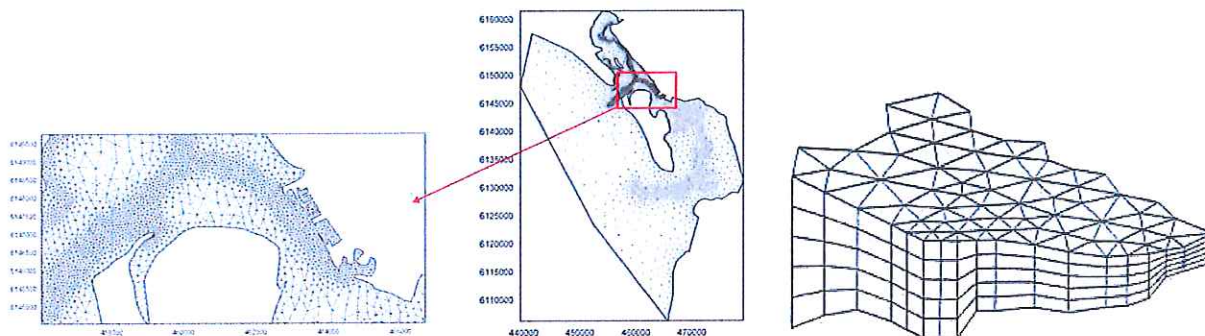
Le equazioni per l'idrodinamica bidimensionale sono ottenute integrando le equazioni lungo la verticale. Possono essere considerati anche gli scambi termici con l'atmosfera.

Symbol list

t	time
x, y, z :	Cartesian coordinates
u, v, w :	flow velocity components
T, s :	temperature and salinity
D_v :	vertical turbulent (eddy) diffusion coefficient
\hat{H} :	source term due to heat exchange with atmosphere
S :	magnitude of discharge due to point sources
T_s, s_s :	temperature and salinity of source
F_T, F_s, F_c :	horizontal diffusion terms
D_h :	horizontal diffusion coefficient
h :	depth

TECNICHE DI SOLUZIONE

La versione FM utilizza un metodo ai volumi finiti per la discretizzazione delle equazioni di flusso e trasporto con valori centrati sul singolo elemento. Il dominio spaziale è discretizzato tramite la suddivisione del continuo in elementi/celle non sovrapposte.

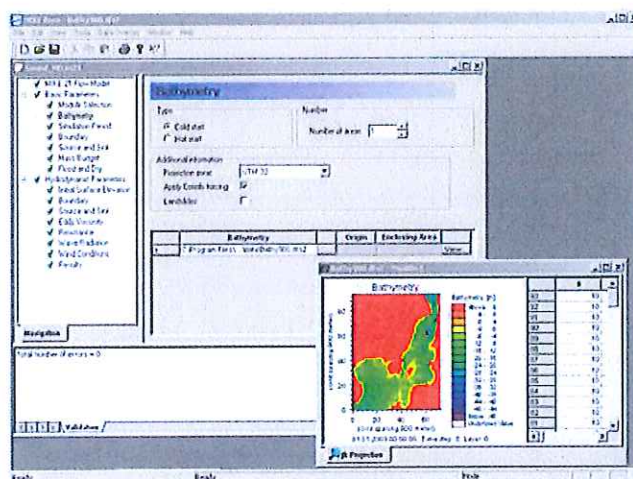


Il dominio di calcolo è discretizzato nelle dimensioni orizzontali attraverso una maglia non strutturata costituita da triangoli. Nel modello 2D gli elementi possono essere triangolari o quadrilateri.

INPUT AL MODELLO

Il modello MIKE 21 HD necessita di una serie di dati di input che si possono raggruppare in differenti categorie, ovvero:

- parametri di base (es. mesh di calcolo, durata della simulazione);
- fattori di calibrazione (es. scabrezza, viscosità turbolenta);
- condizioni iniziali (es. livelli e campi di corrente);
- condizioni al contorno (es. oscillazioni di marea, portate);
- altre forzanti (es. campi di vento, radiation stress, apporti puntuali di portata).

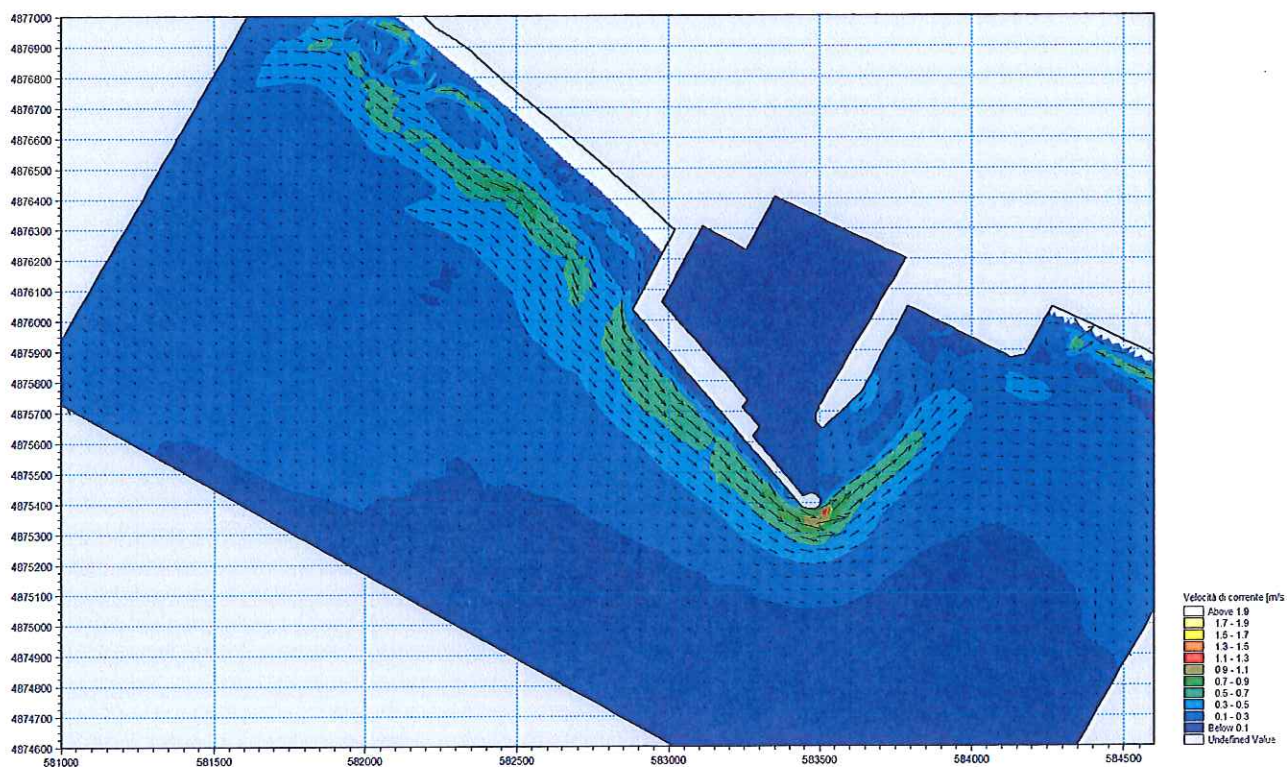


OUTPUT DEL MODELLO

I risultati di un'applicazione modellistica bidimensionale possono essere rappresentati con i molteplici strumenti di visualizzazione statica e dinamica a corredo dello strumento modellistico utilizzato. Gli strumenti di post processing consentono di creare animazioni da esportare ed utilizzare in ambiente di lavoro esterno alla piattaforma modellistica utilizzata per il calcolo numerico.

L'utilizzo di un approccio di tipo bidimensionale, permette di indagare non solo l'intensità del fenomeno ma anche direzione e verso del vettore velocità in ogni cella della matrice. Per ciascuna cella/elemento di calcolo (griglia classica o flessibile), è possibile ottenere le variazioni temporali delle seguenti variabili:

- profondità e livelli idrici;
- flussi di corrente nelle direzioni principali;
- densità, temperatura e salinità;
- velocità di corrente e direzione;
- velocità del vento;
- pressione atmosferica.



3. MODULO AVVEZIONE/DISPERSIONE (TR)

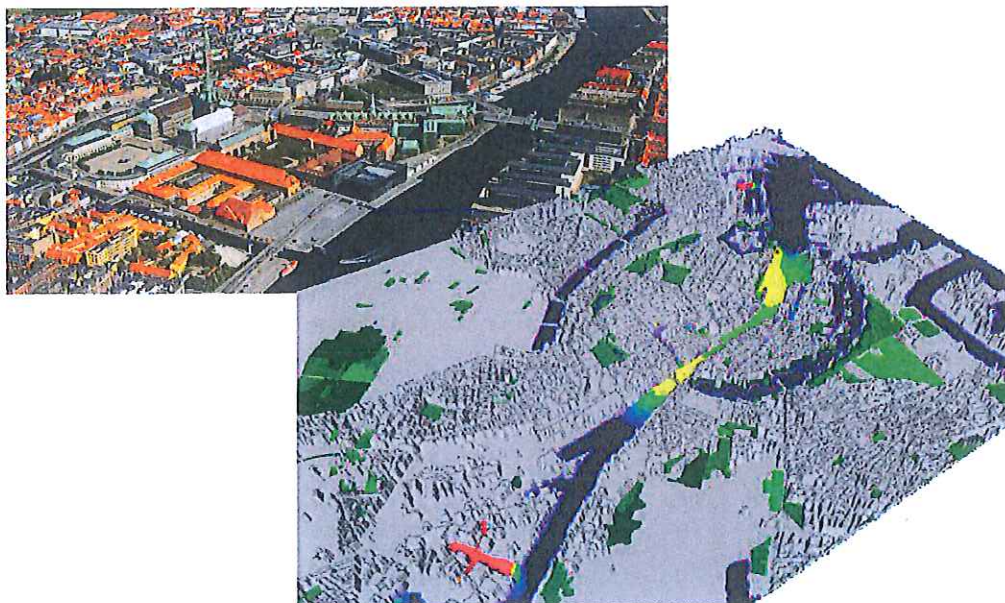
Il Modulo TR di MIKE 21 simula il comportamento di sostanze in sospensione o disciolte in acqua per effetto del flusso idrodinamico (avvezione) e dei processi di dispersione. Le sostanze possono essere conservative o non-conservative, organiche o inorganiche. Le reazioni di sostanze non-conservative possono essere simulate attraverso l'introduzione di un semplice decadimento dipendente dal solo fattore tempo.

La base idrodinamica per TR è costituita dal modulo idrodinamico HD, il quale può essere applicato sia per il flusso barotropico (densità costante) sia baroclinico. In quest'ultimo caso l'effetto della densità variabile è incluso ed il modello risolve anche le equazioni di trasporto per salinità e temperatura.

Il modulo di avvezione/dispersione può essere applicato ad un'ampia gamma di fenomeni idraulici. Le aree di applicazione sono generalmente legate all'idrodinamica e al trasporto di sostanze disciolte, simulazioni di traccianti, studi di ricircolo e semplici studi di qualità delle acque.

Un'importante applicazione del modulo TR, a supporto della progettazione di darsene commerciali o turistiche, è rappresentata dallo studio della circolazione interna al bacino portuale, finalizzata a stimare i tempi necessari al ricambio completo e parziale delle acque interne al bacino stesso.

Il modulo TR è strettamente correlato a ECOLab, il codice di calcolo del DHI per la modellazione dei processi ecologici ed ambientali, il quale permette di simulare reazioni chimiche complesse e decadimento non lineare delle sostanze.



EQUAZIONI DEL MODELLO

Il sistema modellistico del modulo TR, legato dinamicamente al modulo idrodinamico HD, è basato sulla soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes valide per fluidi incomprimibili e soggette all'assunzione di Boussinesq e alla pressione idrostatica. L'equazione di continuità utilizzata per il calcolo del trasporto di una grandezza scalare è riportata di seguito:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} + \frac{\partial wC}{\partial z} = F_C + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_v \frac{\partial C}{\partial z} \right) - k_p C + C_s S$$

Il termine di diffusività orizzontale è dato da:

$$F_C = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_h \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_h \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] C$$

Per le simulazioni 2D, l'equazione di continuità è mediata sulla profondità ed è definita in maniera seguente:

$$\frac{\partial h \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial h \bar{u} \bar{C}}{\partial x} + \frac{\partial h \bar{v} \bar{C}}{\partial y} = h F_C - h k_p \bar{C} + h C_s S$$

Symbol list

t	time
x, y, z :	Cartesian coordinates
D_v :	vertical turbulent (eddy) diffusion coefficient
S :	magnitude of discharge due to point sources
F_C :	horizontal diffusion term
D_h :	horizontal diffusion coefficient
h :	depth
\bar{u}, \bar{v} :	depth-averaged velocity components
C :	concentration of scalar quantity
k_p :	linear decay rate of scalar quantity
C_s :	concentration of scalar quantity in source

TECNICHE DI SOLUZIONE

La soluzione delle equazioni del trasporto è strettamente legata alla soluzione delle condizioni idrodinamiche. La discretizzazione spaziale è effettuata utilizzando metodo ai volumi finiti con valori centrati sul singolo elemento. Il dominio spaziale è discretizzato tramite la suddivisione del continuo in elementi/celle non sovrapposte.

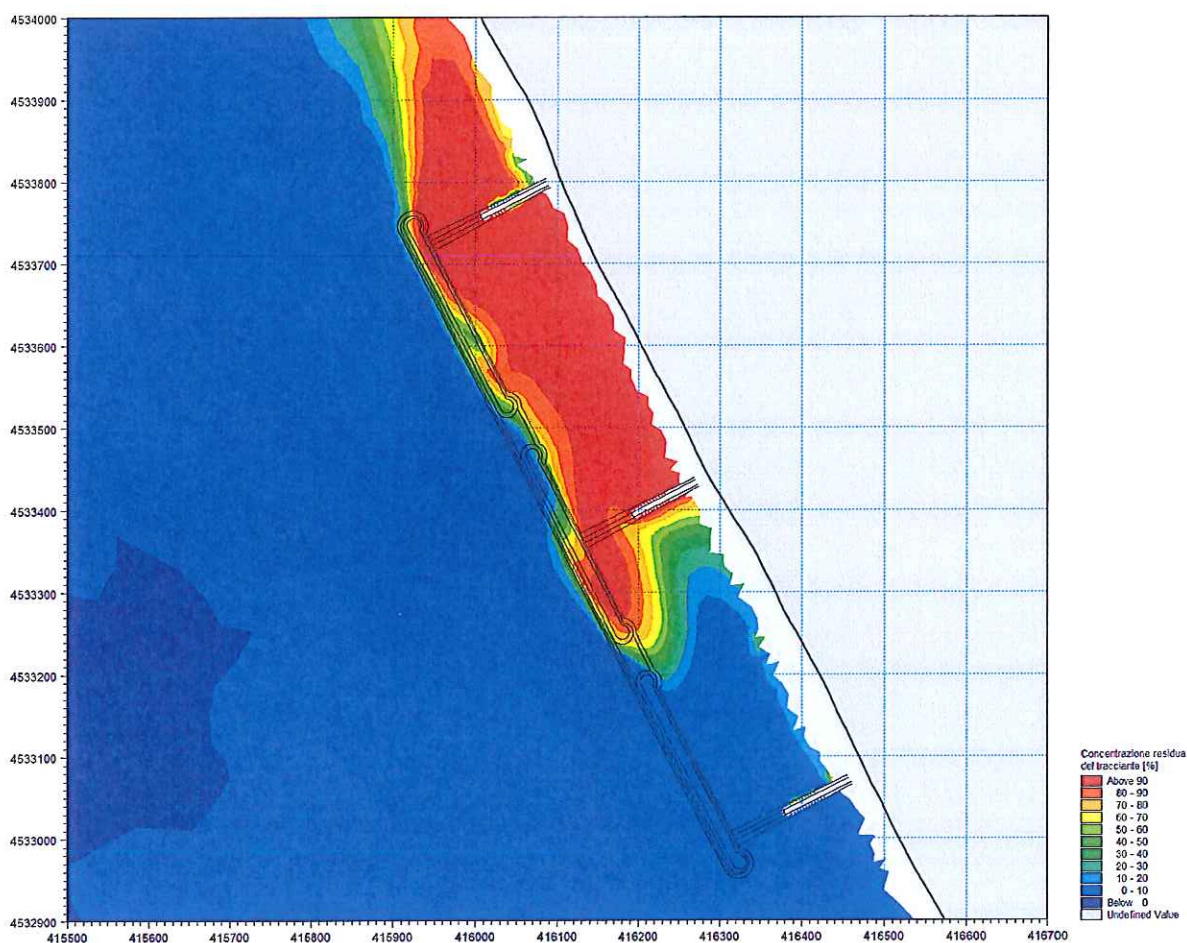
Il dominio di calcolo è discretizzato nelle dimensioni orizzontali attraverso una maglia non strutturata costituita da triangoli. Nel modello 2D gli elementi possono essere triangolari o quadrilateri. L'integrazione temporale è effettuata utilizzando uno schema esplicito.

INPUT AL MODELLO

I dati di input al modello sono relativi ai componenti da simulare, in particolare è necessario specificare: il tipo di componente, la formulazione scelta per il calcolo dei coefficienti di dispersione, la legge di decadimento, le condizioni iniziali e le condizioni al contorno (in termini di concentrazione del componente).

OUTPUT DEL MODELLO

L'output del modello è rappresentato dalla distribuzione nel tempo della concentrazione dei componenti simulati.



4. MODULO TRASPORTO SOLIDO – SEDIMENTI NON COESIVI (ST)

ST (Sand Transport) è il modulo di MIKE 21 per il calcolo della capacità di trasporto di sedimenti non coesivi, per effetto dell'azione combinata onde-correnti o delle sole correnti. MIKE 21 ST include svariate formulazioni di trasporto e può essere utilizzato indistintamente in campo marittimo-costiero o fluviale. In ambito fluviale MIKE 21 ST può essere sostituito dal MIKE 21 C che, utilizzando una griglia di calcolo curvilinea, rappresenta lo stato dell'arte tra i codici di calcolo per la morfologia fluviale.

Il modulo ST calcola il trasporto solido sulla base delle simulazioni idrodinamiche effettuate con il modulo HD ed eventualmente delle simulazioni di moto ondoso effettuate con SW. Per effettuare simulazioni a fondo mobile è possibile includere il feedback degli effetti dell'idrodinamica e della propagazione del moto ondoso sulla batimetria utilizzando i moduli HD, SW ed ST in maniera accoppiata.

Il modulo ST può essere applicato per la quantificazione della capacità di trasporto laddove il moto ondoso e/o le correnti causano trasporto di sedimenti non coesivi. ST può essere utilizzato per applicazioni a larga scala oppure a scala locale, laddove si desidera studiare l'impatto di strutture costiere sulla dinamica litoranea con risoluzioni dell'ordine del metro. Aree di applicazione tipiche sono: gestione e protezione dei litorali; ottimizzazione di layout portuali; studi di insabbiamento dei bacini portuali, morfologia costiera etc.



TECNICHE DI SOLUZIONE

Il modulo ST di MIKE 21 presenta due diverse implementazioni numeriche a seconda che sia utilizzato in modalità "solo correnti" o modalità combinata onde-correnti.

Modalità combinata onda-corrente - approccio quasi 3D

Nel caso di effetto combinato di moto ondoso e correnti, i valori del trasporto solido sono calcolati attraverso la generazione di una tabella (Sediment Table) creata precedentemente alla simulazione. La generazione della tabella si basa su un approccio quasi-3D (metodo STP), tenendo conto delle condizioni locali di moto ondoso, del profilo di corrente e delle caratteristiche sedimentologiche. Nel modello possono essere inclusi alcuni effetti secondari che possono avere una influenza sul trasporto solido, quali: la formazione di ripples, la pendenza del fondale, l'undertow, l'asimmetria del moto ondoso, lo streaming.

Per approccio "quasi 3D" si intende la possibilità di considerare (parametrizzandoli) alcuni aspetti tipicamente tridimensionali del trasporto solido anche se il calcolo del trasporto stesso viene effettuato attraverso un metodo, l'STP, che si basa su un approccio tipicamente 2D.

In particolare il modello tiene conto:

- della caratterizzazione del profilo di corrente lungo la verticale: il valore di velocità di corrente mediato, preso in input da ST, viene ridistribuito lungo la verticale in modo tale da effettuare correttamente il calcolo del trasporto tenendo conto del reale profilo verticale di corrente;
- della discretizzazione dell'onda infra-periodo: l'intero periodo dell'onda viene suddiviso in diversi step, per ciascuno dei quali viene effettuato il calcolo del trasporto.

Modalità "solo corrente"

Il modulo ST nella modalità "pure currents" offre la possibilità di includere il calcolo esplicito del trasporto in sospensione, attraverso la risoluzione dell'equazione di avvezione dispersione. In pratica, vengono tenuti in considerazione quegli effetti del trasporto che non si esauriscono nell'ambito di ciascuno step di calcolo del modello (formulazione di non-equilibrio, lag).

INPUT AL MODELLO

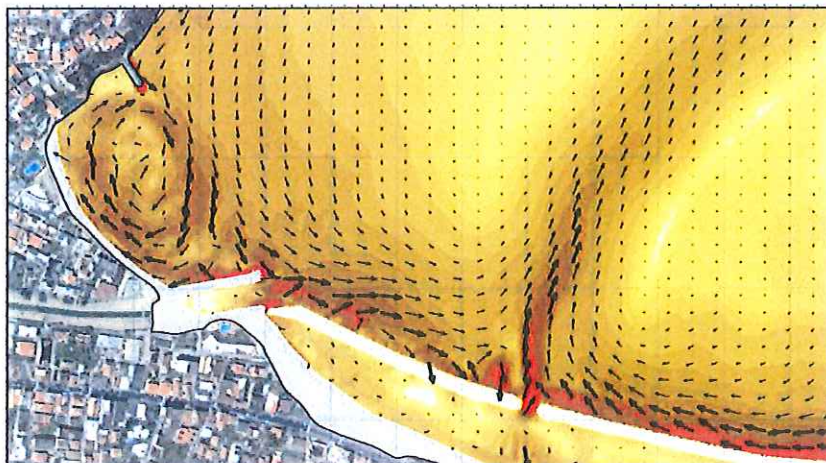
I dati di input da inserire nel modello possono essere raggruppati in differenti categorie, ovvero:

- parametri di base (es. mesh di calcolo, durata della simulazione);
- dati idrodinamici (livelli e campi di corrente calcolati con HD);
- dati di moto ondoso (campi di altezza d'onda significativa, periodo di picco e direzione media di propagazione calcolati con SW);
- dati sedimentologici (diametro medio variabilità del fuso);
- parametri morfologici (tra cui la frequenza di upgrade della batimetria).

Input fondamentale per il modello è la cosiddetta "Sediment Table", un database che include i valori di capacità di trasporto calcolati al variare di: profondità, altezza dell'onda, velocità della corrente, granulometria del materiale di fondo ecc., in un range ipotizzato per tali grandezze. Durante la simulazione vera e propria, il modulo MIKE 21 ST "legge" le condizioni locali delle grandezze di interesse e preleva le informazioni dalla Sediment Table, calcolando il valore di capacità di trasporto da associare alla singola cella per interpolazione a partire dalle condizioni più prossime. La Sediment Table deve essere generata utilizzando l'apposito applicativo "Generation of Q3D Sediment Tables".

OUTPUT DEL MODELLO

In output vengono rappresentati il campo vettoriale della capacità di trasporto (direzione ed entità del trasporto) i tassi di sedimentazione/erosione del fondo e, nel caso di simulazione a fondo mobile, le variazioni effettive della batimetria.



5. MODULO TRASPORTO SOLIDO – SEDIMENTI COESIVI (MT)

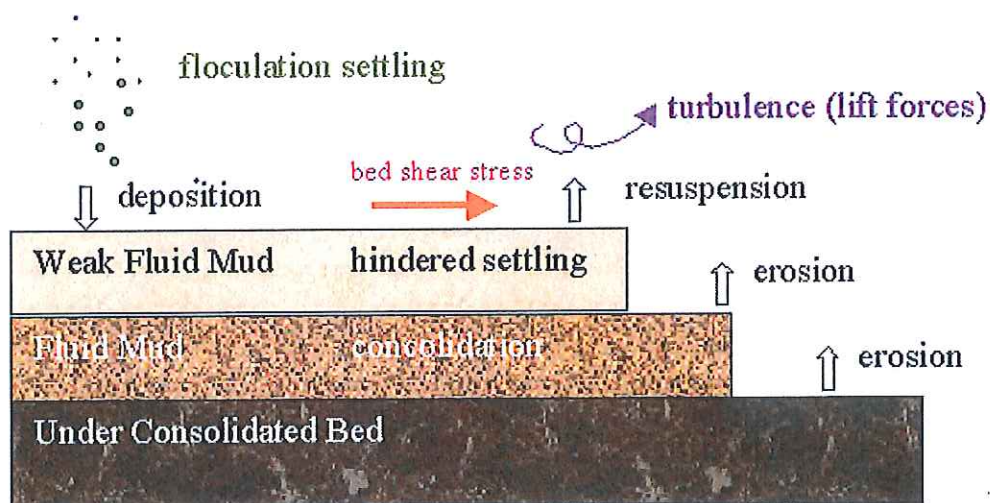
MT (Mud Transport) è il modulo di MIKE 21 che descrive l'erosione, il trasporto e la deposizione di limi e misture sabbie/limi sotto l'azione di correnti e di onde.

Il modulo MT calcola il trasporto solido sulla base delle simulazioni idrodinamiche effettuate con il modulo HD ed eventualmente delle simulazioni di moto ondoso effettuate con SW. Per effettuare simulazioni a fondo mobile è possibile includere il feedback degli effetti dell'idrodinamica sulla batimetria utilizzando i moduli HD, SW ed MT in maniera accoppiata.

Il Modulo MT può essere applicato in svariati casi, laddove si verificano fenomeni di erosione, deposizione e dispersione di sedimenti fini. In particolare: per studi di trasporto solido per materiali coesivi o per misture sabbie/limi in estuari o aree costiere, nelle quali sono importanti gli aspetti ambientali e può facilmente diminuire la qualità dell'acqua; insabbiamento nei porti, canali navigabili, fiumi, invasi; studi di dragaggio di fondali e del relativo plume.



E' possibile includere in MIKE 21 MT: simulazione di frazioni multiple di sedimenti; simulazione di diversi "bed layers"; flocculazione; inclusione di sedimenti non-coesivi; bed shear stress risultanti dall'azione combinata onde-correnti; update morfologico del fondale; consolidamento;



EQUAZIONI DEL MODELLO

Le equazioni del modulo MT sono basate essenzialmente su *Mehta et al.* (1989), che riguardano il movimento del sedimento fine in un fluido e la sua interazione con il fondo. L'azione del moto ondoso è introdotta mediante il "bed shear stress". L'equazione del trasporto è descritta di seguito (*Teisson* 1991):

$$\frac{\partial c^i}{\partial t} + \frac{\partial u c^i}{\partial x} + \frac{\partial v c^i}{\partial y} + \frac{\partial w c^i}{\partial z} - \frac{\partial w_s c^i}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_{Tx}}{\sigma_{Tx}^i} \frac{\partial c^i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_{Ty}}{\sigma_{Ty}^i} \frac{\partial c^i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{Tz}}{\sigma_{Tz}^i} \frac{\partial c^i}{\partial z} \right) + S^i$$

Symbol list

t	time
x, y, z :	Cartesian co-ordinates
u, v, w :	flow velocity components
D_v :	vertical turbulent (eddy) diffusion coefficient
c^i :	the i 'th scalar component (defined as the mass concentration)
w_s^i :	fall velocity
σ_{Tx}^i :	turbulent Schmidt number
ν_{Tx} :	anisotropic eddy viscosity
S^i :	source term

La velocità di sedimentazione, descritta dal termine $\frac{\partial w_s c^i}{\partial z}$, può essere specificata come un valore costante se la concentrazione del sedimento risulta inferiore ad un determinato valore ($c < c_{floc}$). Al di sotto di tale valore di concentrazione, la flocculazione può essere ritenuta trascurabile e pertanto si può applicare un valore costante della velocità di sedimentazione ($w_s = k$).

Nel momento in cui $c > c_{floc}$, il sedimento inizia a flocculare e la velocità di sedimentazione viene descritta dalla relazione seguente (Burt 1986):

$$w_s = k \times \left(\frac{c}{\rho_{sediment}} \right)^\gamma$$

laddove k è una costante, $\rho_{sediment}$ è la densità del sedimento e γ è un coefficiente che regola la sedimentazione.

Nel momento in cui viene raggiunta una concentrazione di sedimenti relativamente alta ($c > c_{hindered}$) i fiocchi di sedimento iniziano ad ostacolarsi l'un l'altro, per tale motivo la velocità di sedimentazione si riduce. Tale riduzione è implementata nel codice secondo le formulazioni di Richardshon e Zaki (1954) e Winterwerp (1999).

La Deposizione è descritta nel modo seguente (Krone, 1962):

$$S_D = w_s c_b p_D$$

Dove w_s è la velocità di sedimentazione, c_b è la concentrazione di sedimento sospeso al fondo e p_D è espressione della probabilità di deposizione:

$$p_D = 1 - \frac{\tau}{\tau_{cd}}$$

L'erosione è trattata nel modello in due modi differenti, in funzione della consistenza del fondale. Per fondali consolidati, il tasso di erosione S_E viene definito nel modo seguente (Partheniades, 1965):

$$S_E = E \left(\frac{\tau_b}{\tau_c} - 1 \right)^n$$

Dove E è l'erodibilità, n rappresenta la potenza dell'erosione, τ_b è il "bed shear stress" mentre τ_c è il "bed shear stress" critico.

Nel caso di fondale parzialmente consolidato il tasso di erosione viene definito secondo Parchure e Mehta (1985):

$$S_E = E \left(\alpha \sqrt{\tau_b - \tau_c} \right)$$

Nel caso simulazioni a lungo termine la consolidazione di sedimenti depositati può ricoprire un ruolo importante. Nel caso in cui si utilizzino diversi "bed layers" è possibile applicare un tasso di transizione (T_i) che consente ai sedimenti degli strati superiori di passare agli strati inferiori (consolidamento).

TECNICHE DI SOLUZIONE

La soluzione delle equazioni del trasporto è strettamente legata alla soluzione delle condizioni idrodinamiche. La discretizzazione spaziale delle equazioni di base viene effettuata utilizzando un approccio ai volumi finiti. Il dominio spaziale è discretizzato da una suddivisione del continuo in celle non sovrapposte. Nel piano orizzontale viene utilizzata una mesh non strutturata mentre nel dominio verticale (nel caso di modello 3D) viene utilizzata una mesh strutturata. L'integrazione temporale è effettuata utilizzando uno schema esplicito.

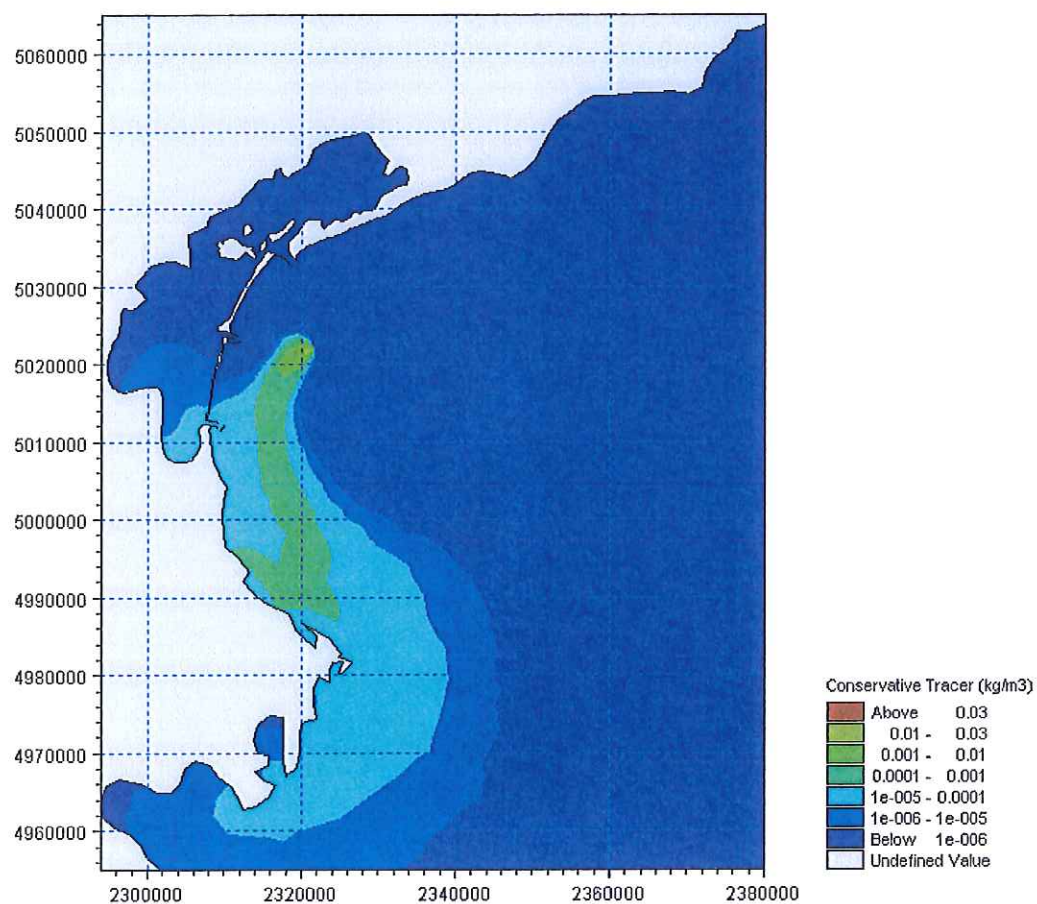
INPUT AL MODELLO

Premesso che la dinamica dei sedimenti coesivi è tale da richiedere sempre un grande lavoro di calibrazione, i principali parametri da inserire in input sono i seguenti:

- velocità di sedimentazione;
- "shear stress" critico per l'erosione e la deposizione;
- caratteristiche dell'erosione (coefficienti di erosione e potenza);
- concentrazioni dei sedimenti ai contorni aperti;
- coefficienti di dispersione;
- spessore dei "bed layers";
- coefficienti di transizione tra i layers;
- densità dei "bed layers"

OUTPUT DEL MODELLO

I principali output che fornisce il modello sono: concentrazioni di sedimenti sospesi nel tempo e nello spazio; spessori o massa di sedimenti che costituiscono i "bed layers"; tasso di sedimentazione netta, ecc..



6. MODULO D'ONDA (SW)

MIKE 21 SW rappresenta lo stato dell'arte tra i modelli numerici spettrali di nuova generazione per vento ed onde sviluppato da DHI. Il codice di calcolo simula la crescita, la trasformazione e la dissipazione di onde corte e onde lunghe in aree costiere e offshore.

MIKE 21 SW comprende due differenti formulazioni:

- fully spectral formulation;
- directional decoupled parametric formulation.

La prima è basata sulla "wave action conservation equation" sviluppata da Komen et al. (1994) e Young (1999). La seconda, è basata su una parametrizzazione della "wave action conservation equation" introdotta nel dominio delle frequenze. Le equazioni di base sono formulate sia nelle coordinate cartesiane, per domini di calcolo a scala limitata, sia nelle coordinate polari per applicazioni a larga scala. La discretizzazione spaziale delle equazioni di base è effettuata utilizzando l'approccio ai volumi finiti, attraverso l'utilizzo di una mesh di calcolo non strutturata.

Il modello, nella formulazione "fully spectral", include i seguenti fenomeni fisici:

- crescita dell'onda per effetto del vento;
- interazione non lineare tra onde;
- dissipazione dovuta al white capping;
- dissipazione dovuta all'attrito col fondo;
- frangimento dell'onda su profondità limitate;
- rifrazione e shoaling dovuti alle variazioni batimetriche;
- effetto delle variazioni del fondale;
- diffrazione;
- riflessione semplice;

MIKE 21 SW è utilizzato per la valutazione del clima ondoso off-shore ed in aree costiere, per scopi previsionali e analisi storiche. Una tipica applicazione di SW è il supporto alla progettazione di un'opera costiera o portuale, partendo dalla disponibilità di dati meteo marini off-shore (boe ondometriche o modelli a larga scala) individuando il clima ondoso ordinario sotto costa o le condizioni estreme di progetto.



MIKE 21 SW è inoltre utilizzato, sempre a supporto della progettazione di un'opera costiera, come strumento di base del calcolo sia delle correnti sia del trasporto solido litoraneo indotti dall'azione del moto ondoso. I campi di corrente e di trasporto sono infatti determinati, a partire dai campi di radiation stress forniti in output da MIKE 21 SW, mediante l'utilizzo di altri moduli del pacchetto MIKE21.

EQUAZIONI DEL MODELLO

Fully spectral formulation

L'equazione alla base di MIKE 21 SW è la "wave action balance equation", sviluppata in coordinate cartesiane e sferiche. Tale equazione, in coordinate cartesiane, è indicata di seguito:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{v} N) = \frac{S}{\sigma}$$

dove $N(\bar{x}, \sigma, \theta, t)$ è la "density action", t è il tempo, $\bar{x} = (x, y)$ rappresenta le coordinate cartesiane, $\bar{v} = (c_x, c_y, c_\sigma, c_\theta)$ è la velocità di propagazione di gruppo delle onde in quattro dimensioni (x, y, θ, σ) . S è il termine di generazione di energia. Le celerità dell'onda sono date dalle equazioni della cinematica lineare:

$$(c_x, c_y) = \frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{c}_g + \bar{U} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right) \frac{\sigma}{k} + \bar{U}$$

$$c_\sigma = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial \sigma}{\partial d} \left(\frac{\partial d}{\partial t} + \bar{U} \cdot \nabla_{\bar{x}} d \right) - c_{gk} \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial s}$$

$$c_\theta = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{k} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial m} + \bar{c}_k \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial m} \right)$$

dove s ed m sono le coordinate spaziali rispettivamente parallele e perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda θ , d è la profondità, \bar{k} è il vettore del numero di onde di magnitudo k , \bar{U} è il vettore di velocità di corrente.

Il termine di generazione, S , a secondo membro della "wave action balance equation" è dato da:

$$S = S_{in} + S_{nl} + S_{ds} + S_{bot} + S_{surf}$$

Dove S_{in} rappresenta il trasferimento di quantità di moto dovuta al vento, S_{nl} il contributo dovuto all'interazione non lineare tra onde, S_{ds} la dissipazione dovuta al white capping, S_{bot} la dissipazione dovuta all'attrito col fondo e S_{surf} la dissipazione dovuta al frangimento.

Il contributo del vento è basato sulla quasi-linear theory of wind-wave generation (Janssen's 1989, 1991), dove la quantità di moto trasferita dal vento alla superficie libera non dipende solo dalle tensioni del vento ma anche dallo stato di mare stesso. Il contributo legato all'interazione non lineare tra onde è approssimato mediante l'approccio DIA (Hasselmann et al. 1985). Il termine di generazione relativo alla dissipazione da white capping è basato sulla teoria di Hasselmann (1974) e Janssen (1989). La dissipazione dovuta all'attrito col fondo è modellata usando l'approccio di Johnson e Kofoed-Hansen (2000), che dipende dal moto ondoso e dalle caratteristiche dei sedimenti. Il frangimento è basato sull'approccio di Battjes e Janssen (1978) e Eldeberky e Battjes (1996).

Directional decupled parametric formulation

Questa formulazione del modello è basata su una parametrizzazione della "wave action balance equation" (Holthuijsen 1989) nel dominio delle frequenze introducendo come variabile dipendente il momento di ordine zero e di ordine uno. Le equazioni quindi diventano le seguenti:

$$\frac{\partial(m_0)}{\partial t} + \frac{\partial(c_x m_0)}{\partial x} + \frac{\partial(c_y m_0)}{\partial y} + \frac{\partial(c_\theta m_0)}{\partial \theta} = T_0$$

$$\frac{\partial(m_1)}{\partial t} + \frac{\partial(c_x m_1)}{\partial x} + \frac{\partial(c_y m_1)}{\partial y} + \frac{\partial(c_\theta m_1)}{\partial \theta} = T_1$$

dove $m_0(x, y, \theta)$ e $m_1(x, y, \theta)$ sono rispettivamente i momenti di ordine zero e ordine uno della "action spectrum" $N(x, y, \sigma, \theta)$. $T_0(x, y, \theta)$ e $T_1(x, y, \theta)$ sono i termini di generazione basati sulla action spectrum. I momenti $m_n(x, y, \theta)$ sono definiti dall'equazione:

$$m_n(x, y, \theta) = \int_0^\infty \omega^n N(x, y, \omega, \theta) d\omega$$

I termini di generazione T_0 e T_1 tengono conto dell'effetto del vento (solo per la modalità stazionaria) attraverso una relazione empirica (Johnson 1998) della dissipazione di energia dovuta all'attrito col fondo e al frangimento, e dell'effetto di interazione onde-correnti.

TECNICHE DI SOLUZIONE

La discretizzazione spaziale e spettrale è effettuata utilizzando un metodo ai volumi finiti con valori centrati sul singolo elemento. Il dominio di calcolo è discretizzato attraverso una maglia non strutturata costituita da triangoli. Il dominio delle frequenze può essere discretizzato sia in maniera lineare che logaritmica.

La discretizzazione nel dominio temporale è fatta mediante time-steps, la propagazione della "wave action" è fatta attraverso un metodo esplicito in multi frequenza.

INPUT AL MODELLO

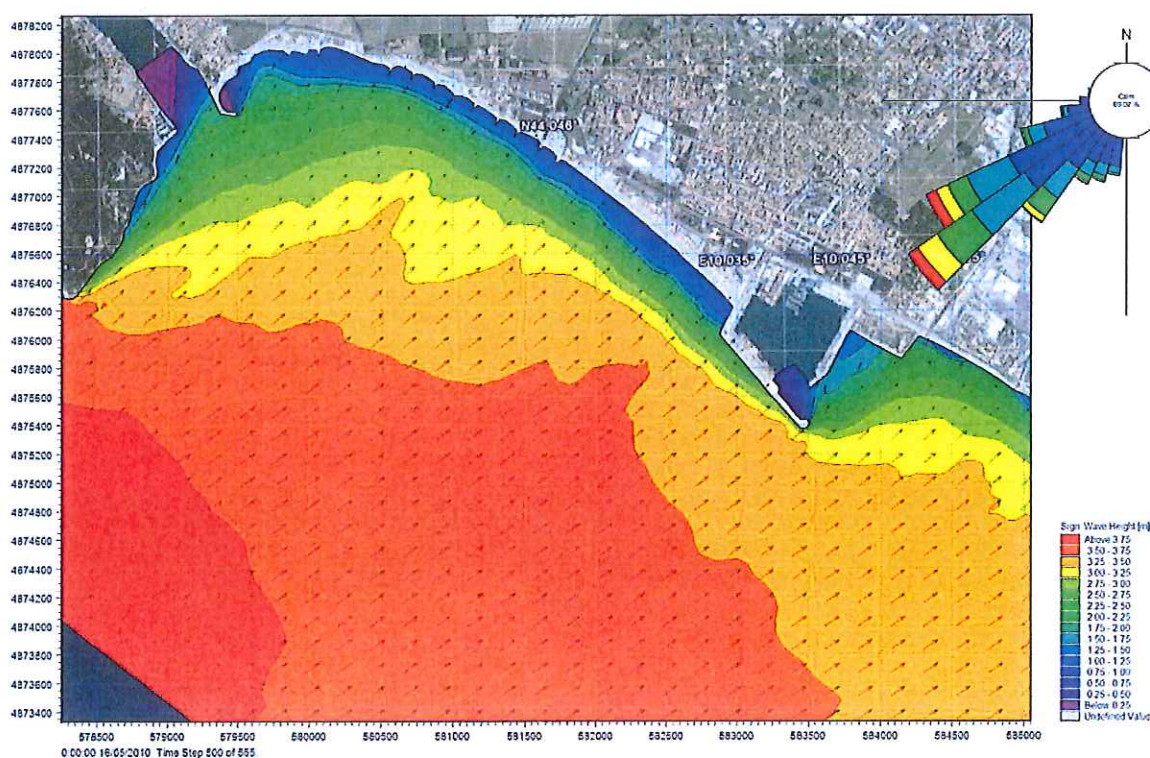
I dati di input da inserire nel modello possono essere raggruppati in differenti categorie, ovvero:

- parametri di base (es. mesh di calcolo, durata della simulazione);
- scelta del tipo di formulazione, discretizzazione nel dominio delle frequenze e delle direzioni, tecniche di soluzione
- forzanti (livelli, vento, correnti);
- parametri di dissipazione (frangimento, white-capping, attrito al fondo);
- condizioni iniziali (stato di mare iniziale);
- condizioni al contorno (onde al largo o alternativamente contorno chiuso).

OUTPUT DEL MODELLO

I risultati ottenuti, per ognuno degli elementi della mesh e per ciascun time step, si dividono essenzialmente nelle seguenti categorie.

- parametri caratteristici dell'onda: altezza d'onda significativa H_{m0} , periodo di picco T_p , Periodo medio T_{01} , periodo di zero up crossing T_{02} , Periodo dell'energia T_{-10} , Direzione di picco PWD , Direzione media MWD , Deviazione standard direzionale σ , Tensore dei radiation stress S_{xx} S_{xy} S_{yy} . Se il modello è utilizzato in modalità fully spectral, ciascuna delle variabili sopra riportate possono essere suddivise in componente swell e wind sea. La divisione può essere effettuata mediante l'introduzione di una soglia fissa o dinamica;
- output spettrali: spettro combinato frequenza-direzione, spettro direzionale, spettro di frequenza.



7. MODULO DI BOUSSINESQ (BW)

Il modulo Boussinesq Wave (BW) del codice di calcolo MIKE 21 è attualmente uno dei più completi strumenti per la modellazione matematica di onde corte e lunghe in ambito costiero ed in aree portuali. Il modello è in grado di riprodurre l'effetto combinato della maggior parte dei fenomeni che intervengono nella propagazione del moto ondoso in aree costiere e nei porti. Questi includono: shoaling, rifrazione, diffrazione, attrito del fondo, frangimento, riflessione parziale e trasmissione di spettri d'onda (direzione e frequenza) che si propagano in batimetrie complesse.

MIKE 21 BW include la possibilità di considerare la porosità delle strutture per la simulazione della riflessione parziale e la trasmissione attraverso pali o frangiflutti. Inoltre è possibile applicare dei contorni assorbenti laddove sia necessario simulare l'assorbimento dell'energia dell'onda (ad esempio una spiaggia). L'immissione delle onde all'interno del dominio di calcolo può avvenire attraverso i contorni aperti o direttamente da linee di generazione interne.

MIKE 21 BW include sia la modalità bidimensionale sia quella monodimensionale, ed è basato sulla soluzione numerica nel dominio del tempo delle equazioni di Boussinesq attraverso uno schema implicito alle differenze finite. Le equazioni includono i termini non lineari e la dispersione in frequenza che è introdotta nelle equazioni del moto considerando gli effetti delle accelerazioni verticali sulla distribuzione di pressione. Le equazioni di Boussinesq sono risolte in riferimento ad una formulazione basata sul flusso con un miglioramento nella descrizione della dispersione lineare. Queste equazioni di Boussinesq "estese" rendono il modello adatto alla simulazione di onde direzionali che viaggiano da acque profonde a basse. La profondità massima rappresentabile con le equazioni di Boussinesq estese è pari a circa mezza lunghezza d'onda, mentre con le equazioni classiche tale rapporto si riduce a 0.22.

Il principale campo di applicazione di MIKE 21 BW è l'analisi delle dinamiche del moto ondoso nei porti e nelle aree costiere in genere. L'output principale fornito da MIKE 21 BW è il campo di agitazione residua (wave disturbance), che è la variabile di riferimento più importante per la progettazione di un porto in fase di definizione del layout ottimale.



Tipiche applicazioni sono:

- determinazione del campo di agitazione residua all'interno del porto causata da onde corte e/o swell;
- studi di risonanza (seiching) per l'effetto di onde a bassa frequenza;
- trasformazione del clima ondoso in aree costiere laddove i fenomeni di riflessione e diffrazione sono dominanti;
- modellazione della surf-zone per il calcolo del run-up e della circolazione indotta;
- modellazione della propagazione e trasformazione di transitori, quali onde generate da imbarcazioni e tsunamis.

EQUAZIONI DEL MODELLO

Il modulo BW risolve le equazioni di Boussinesq estese in una o due dimensioni in termini di superficie libera ξ e le velocità di corrente mediate lungo la verticale, P e Q.

$$n \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0$$

$$n \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{h} \right) + \frac{\partial R_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial R_{xy}}{\partial x} + n^2 g h \frac{\partial \xi}{\partial x} + n^2 P \left[\alpha + \beta \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{h} \right] + \frac{g P \sqrt{P^2 + Q^2}}{h^2 C^2} + n \psi_1 = 0$$

$$n \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{h} \right) + \frac{\partial R_{xx}}{\partial y} + \frac{\partial R_{xy}}{\partial y} + n^2 g h \frac{\partial \xi}{\partial y} + n^2 Q \left[\alpha + \beta \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{h} \right] + \frac{g Q \sqrt{P^2 + Q^2}}{h^2 C^2} + n \psi_2 = 0$$

Dove i termini di dispersione ψ_1 e ψ_2 sono definiti in questo modo:

$$\psi_1 = - \left(B + \frac{1}{3} \right) d^2 (P_{xxt} + Q_{xyt}) - n B g d^3 (\xi_{xxx} + \xi_{xyy}) - d d_x \left(\frac{1}{3} P_{xt} + \frac{1}{6} Q_{yt} + n B g d (2\xi_{xx} + \xi_{yy}) \right) - d d_y \left(\frac{1}{6} Q_{xt} + n B g d \xi_{xy} \right)$$

$$\psi_2 = - \left(B + \frac{1}{3} \right) d^2 (Q_{yyt} + P_{xyt}) - n B g d^3 (\xi_{yyy} + \xi_{xxy}) - d d_y \left(\frac{1}{3} Q_{yt} + \frac{1}{6} P_{xt} + n B g d (2\xi_{yy} + \xi_{xx}) \right) - d d_x \left(\frac{1}{6} P_{yt} + n B g d \xi_{xy} \right)$$

Gli indici x,y e t denotano rispettivamente i differenziali spaziali rispetto allo spazio e al tempo.

Symbol list

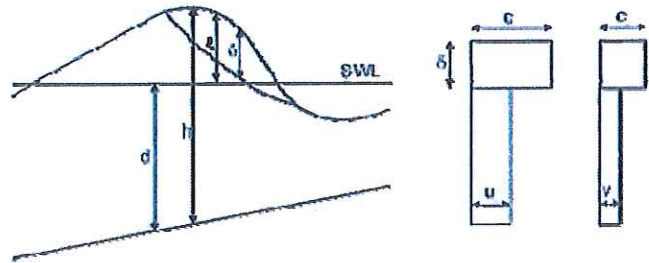
P	flux density in the x-direction ($m^3/m/s$)
Q	flux density in the y-direction ($m^3/m/s$)
B	Boussinesq dispersion coefficient (-)
x, y	Cartesian co-ordinates (m)
t	time (s)
h	total water depth ($=d+\xi$)
d	still water depth (m)
g	gravitational acceleration ($= 9.81 m/s^2$)
n	porosity (-)
C	Chezy resistance number ($m^{0.5}/s$)
α	resistance coefficient for laminar flow in porous media (-)
β	resistance coefficient for turbulent flow in porous media (-)
ξ	water surface elevation above datum (m)

L'inclusione del frangimento è basata sul concetto di "surface rollers", dove i termini R_{xx} , R_{xy} e R_{yy} sono definiti nel modo seguente:

$$R_{xx} = \frac{\delta}{1 - \delta/h} \left(c_x - \frac{P}{h} \right)^2$$

$$R_{xy} = \frac{\delta}{1 - \delta/h} \left(c_x - \frac{P}{h} \right) \left(c_y - \frac{Q}{h} \right)$$

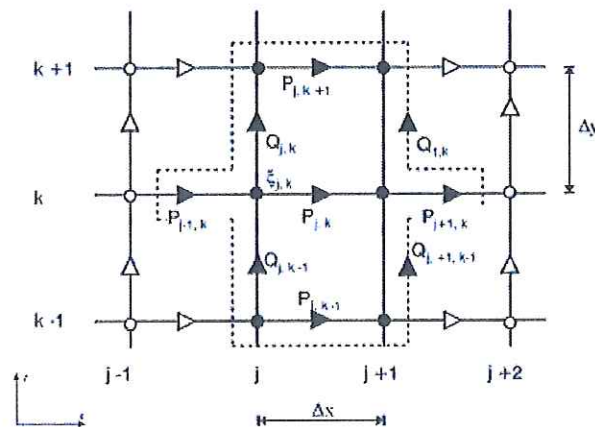
$$R_{yy} = \frac{\delta}{1 - \delta/h} \left(c_y - \frac{Q}{h} \right)^2$$



Dove $\delta = \delta(t, x, y)$ è lo spessore del "surface roller" e c_x e c_y sono le componenti della celerità del roller.

TECNICHE DI SOLUZIONE

Le equazioni differenziali sono discretizzate su una griglia rettangolare sfalsata illustrata nell'immagine seguente. Le grandezze scalari (ad es. la superficie libera) sono definite ai nodi, mentre le componenti del flusso sono definiti a metà strada tra nodi adiacenti nelle rispettive direzioni.



L'approssimazione alle differenze finite è effettuata direttamente a centro-cella, eccetto per i termini convettivi (Madsen and Sørensen 1992 e Madsen et al. 1997a). L'integrazione temporale è fatta utilizzando uno schema implicito non iterativo.

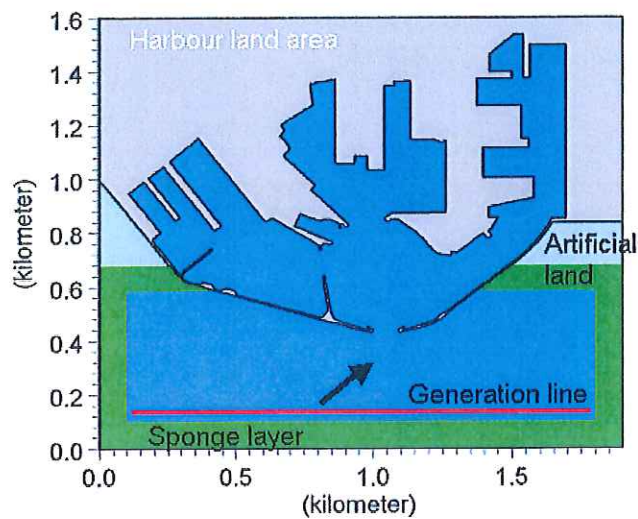
INPUT AL MODELLO

I dati di input da inserire nel modello possono essere raggruppati in differenti categorie, ovvero:

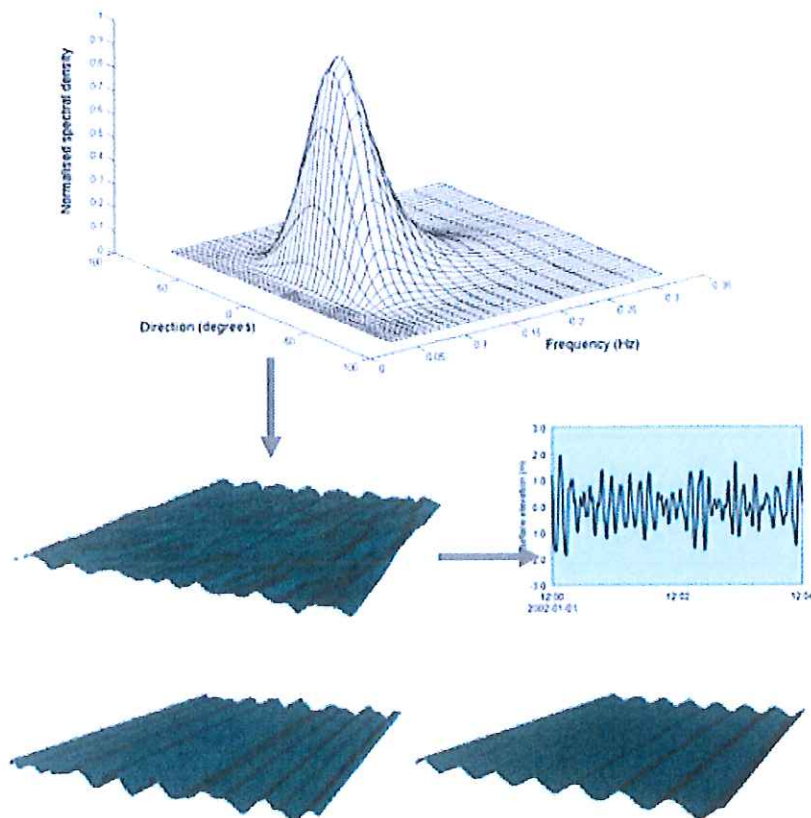
- parametri base (Batimetria, tipo di modello e scelta della formulazione, parametri numerici, tipo di boundaries, time step e durata della simulazione);
- altri dati (condizioni iniziali, condizioni al contorno, linee di generazione interne, frangimento, moving shoreline, attrito al fondo, riflessione e trasmissione, strati assorbenti).

Le attività più onerose in fase di set-up del modello consistono nella generazione della batimetria, delle mappe di porosità e sponge. Tali operazioni vengono effettuate

rispettivamente attraverso l'impiego del "Bathymetry Editor", incluso nel modulo PP (pre-post processing) e uno specifico tool di MIKE 21 toolbox.

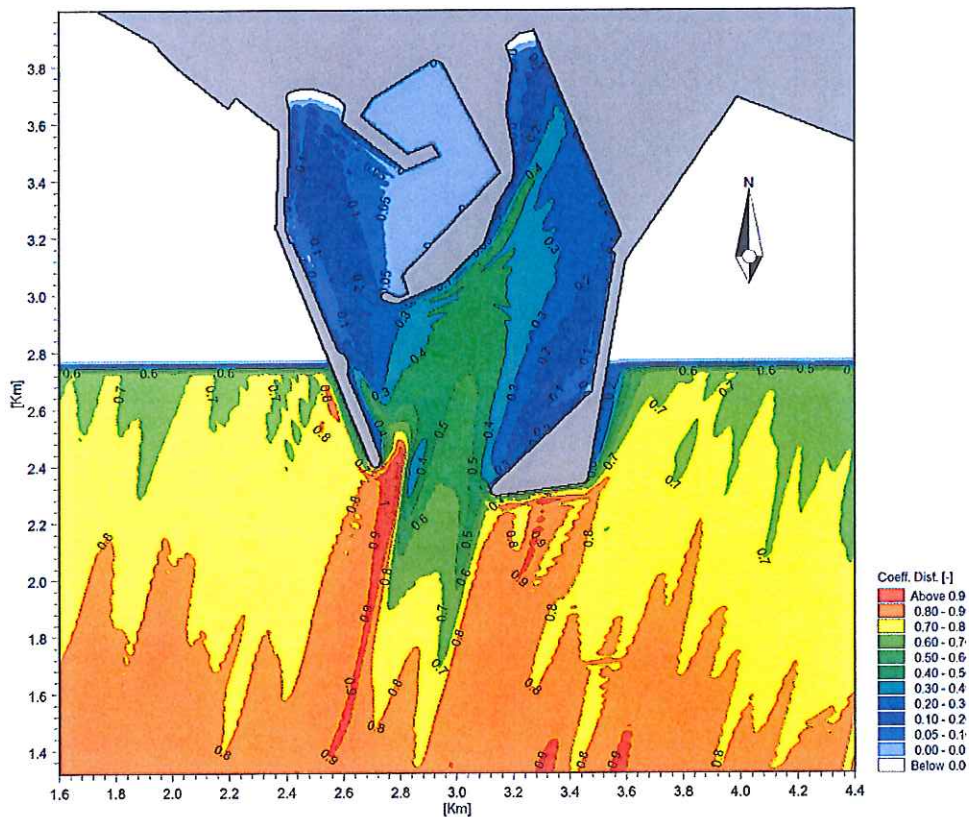
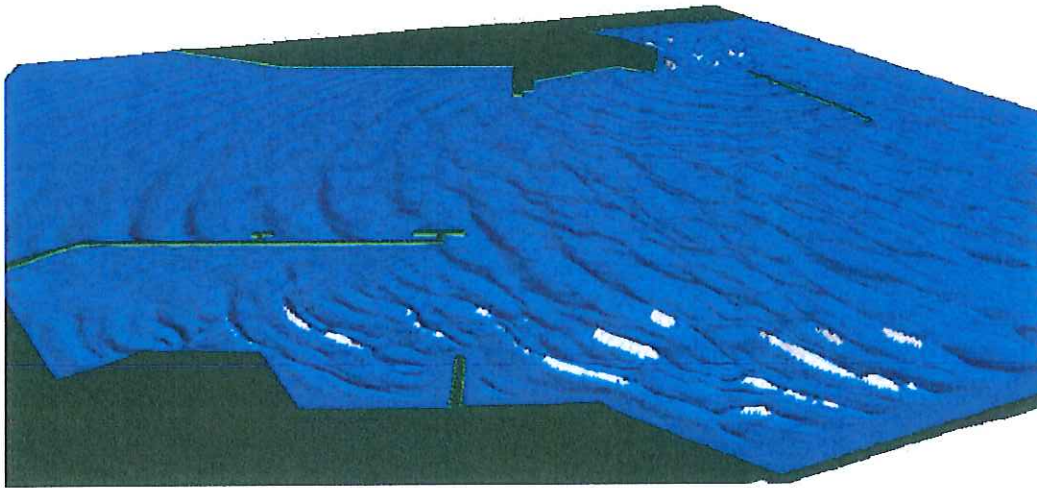


Le onde incidenti, in termini di variazione di superficie libera e flusso in ingresso, possono essere introdotte in due modi: attraverso i contorni aperti oppure mediante l'introduzione di linee di generazione interne. Le onde, monodirezionali regolari e irregolari, possono essere generate mediante uno specifico tool incluso in MIKE21 toolbox.



OUTPUT DEL MODELLO

Diversi tipi output possono essere ottenuti dal modello. Possono essere ricavati parametri deterministici (superficie libera, livelli, flussi e parametri relativi al frangimento); parametri mediati sulla fase (altezza d'onda significativa e massima, livello di superficie libera minima massima e media, velocità mediate sulla verticale, etc.); parametri relativi all'agitazione ondosa (altezza d'onda significativa, coefficiente di disturbo, tempo di arrivo della prima onda).





ALLEGATO D

**Distribuzione delle velocità di corrente
e tracking delle particelle**

Stato attuale – Mareggiata E_B

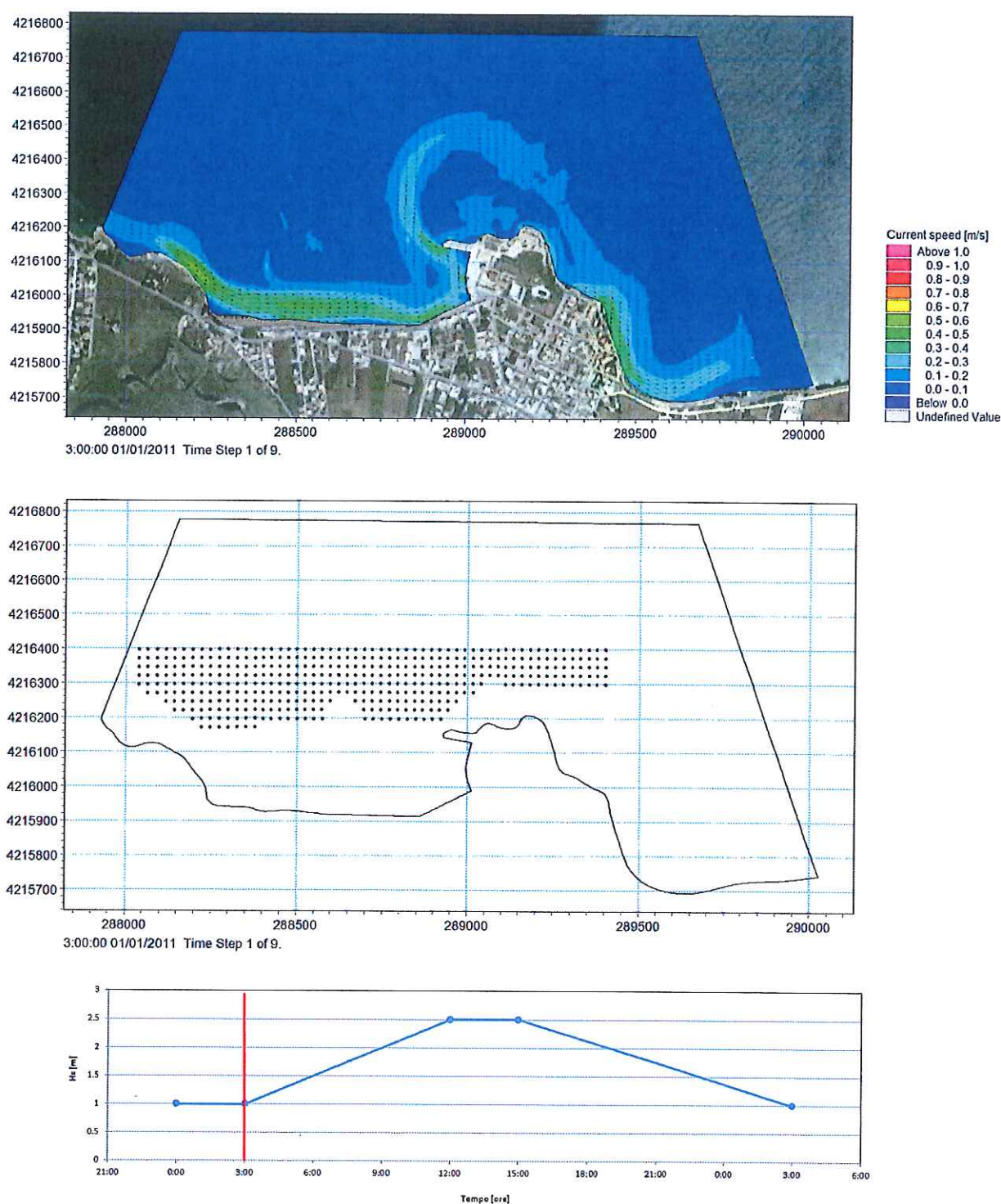


Figura 1 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

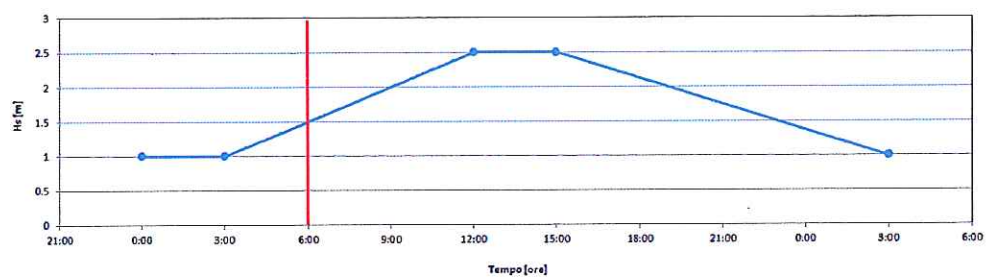
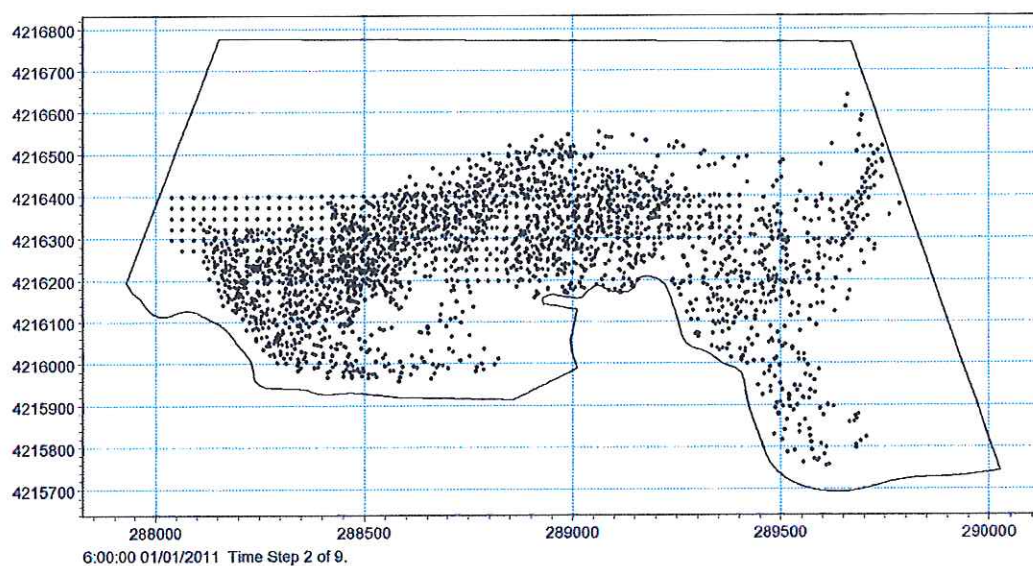
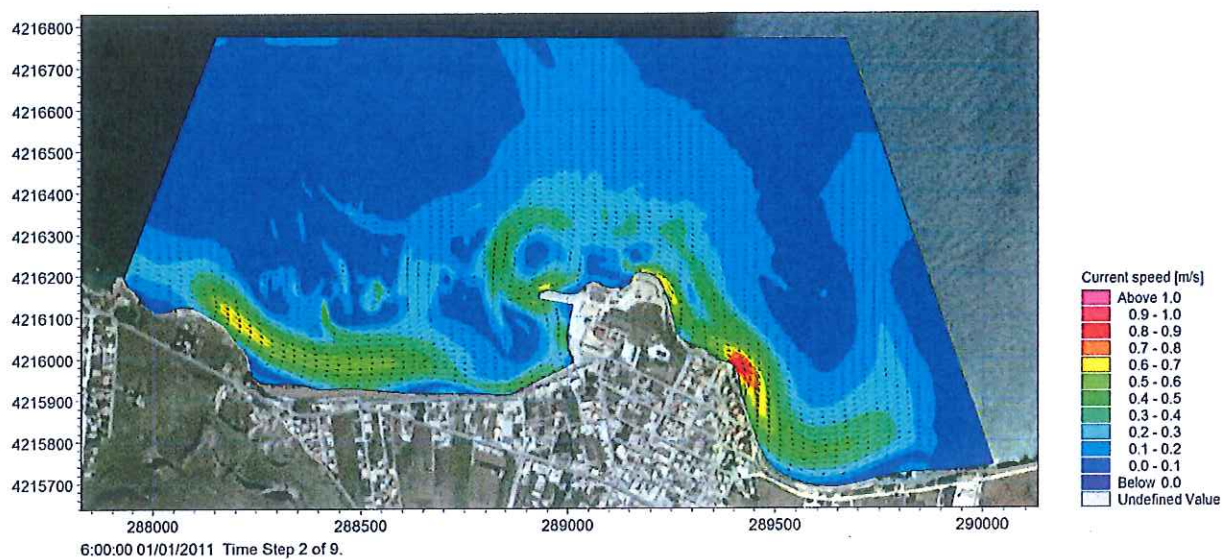


Figura 2

Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

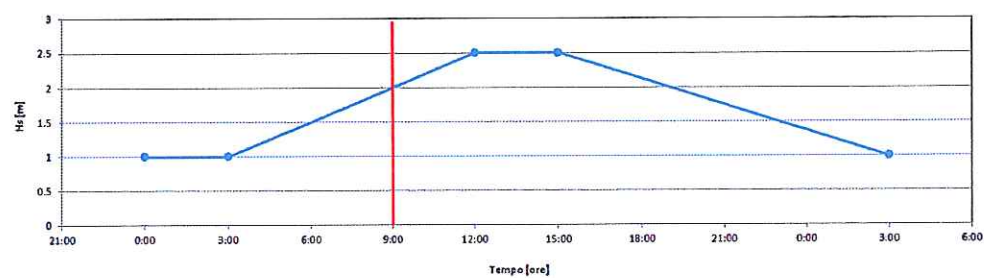
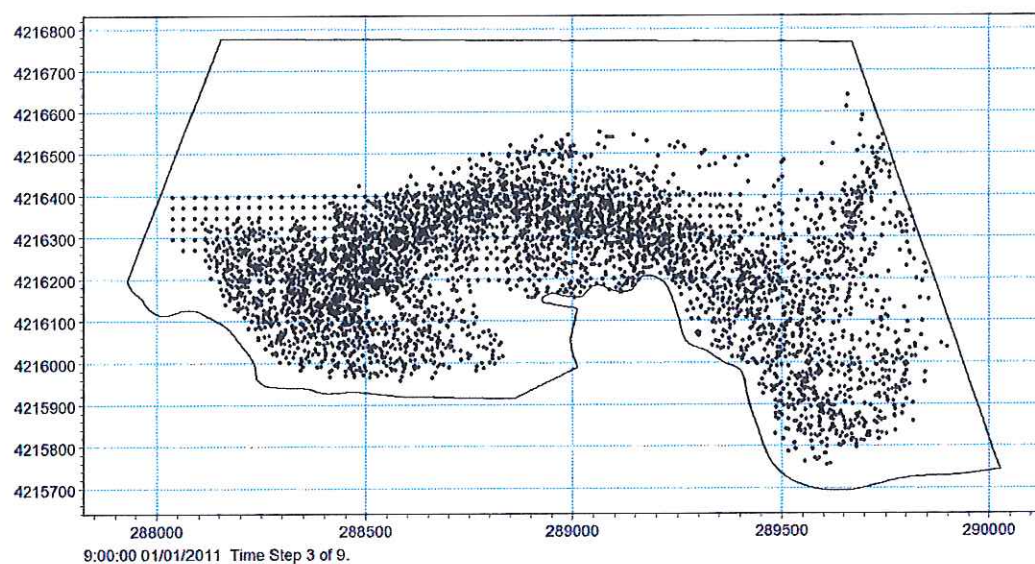
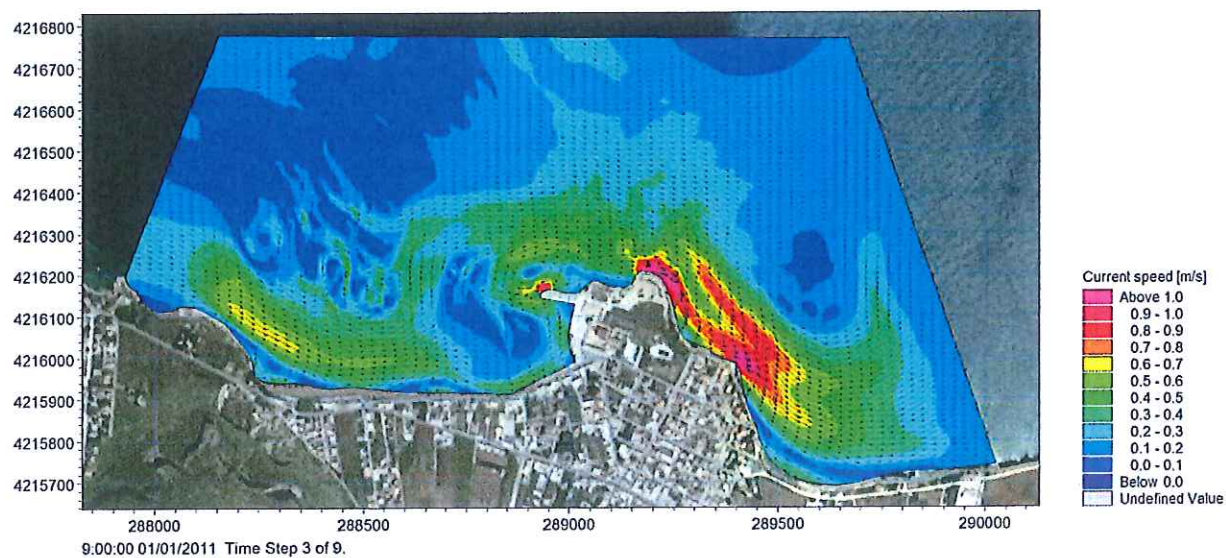


Figura 3 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

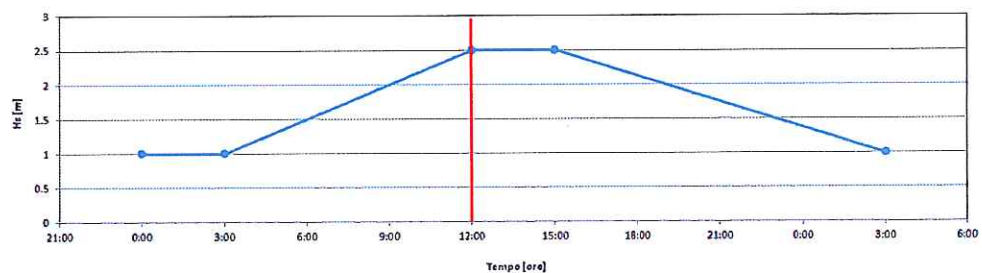
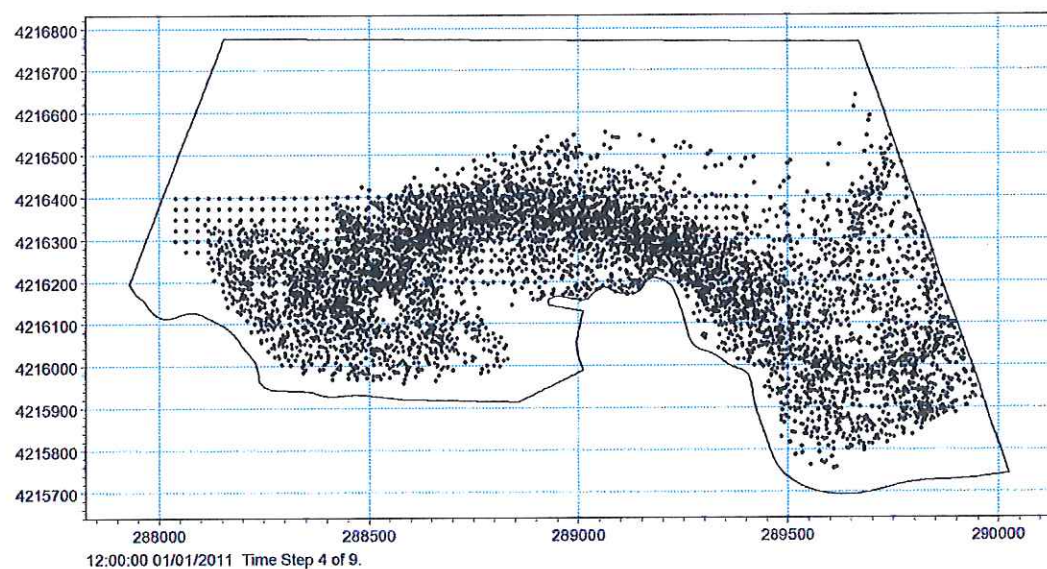
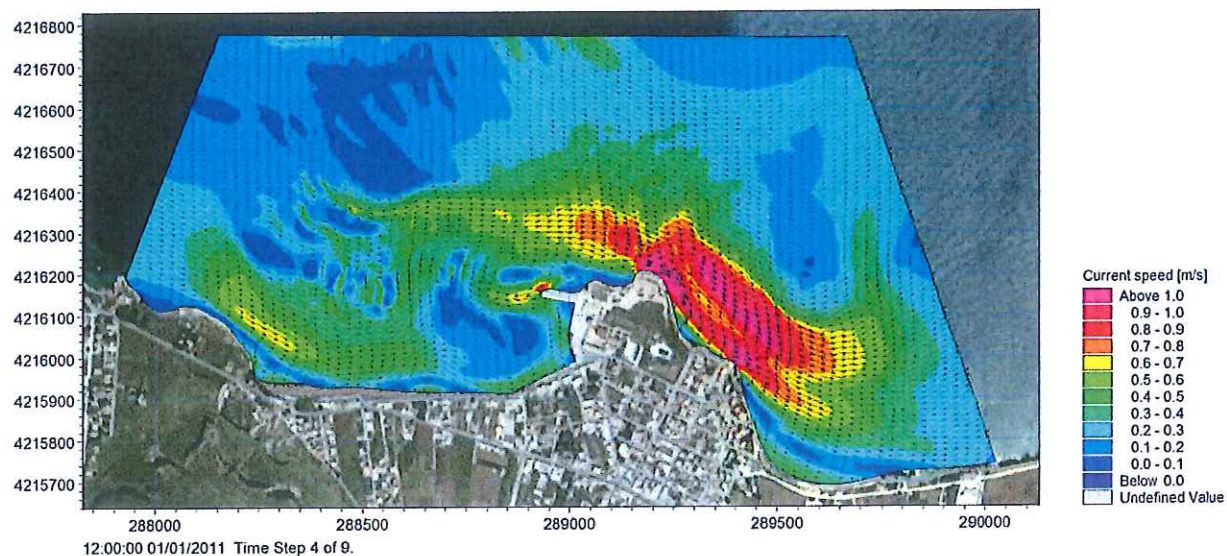


Figura 4 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

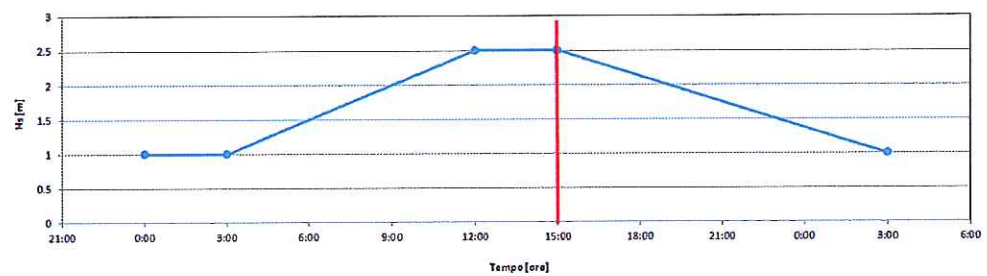
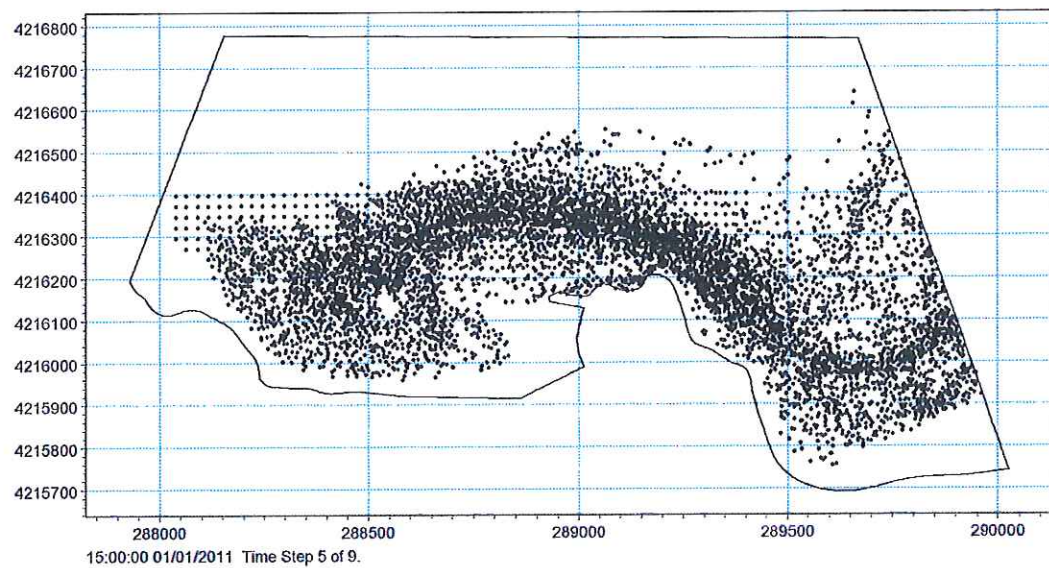
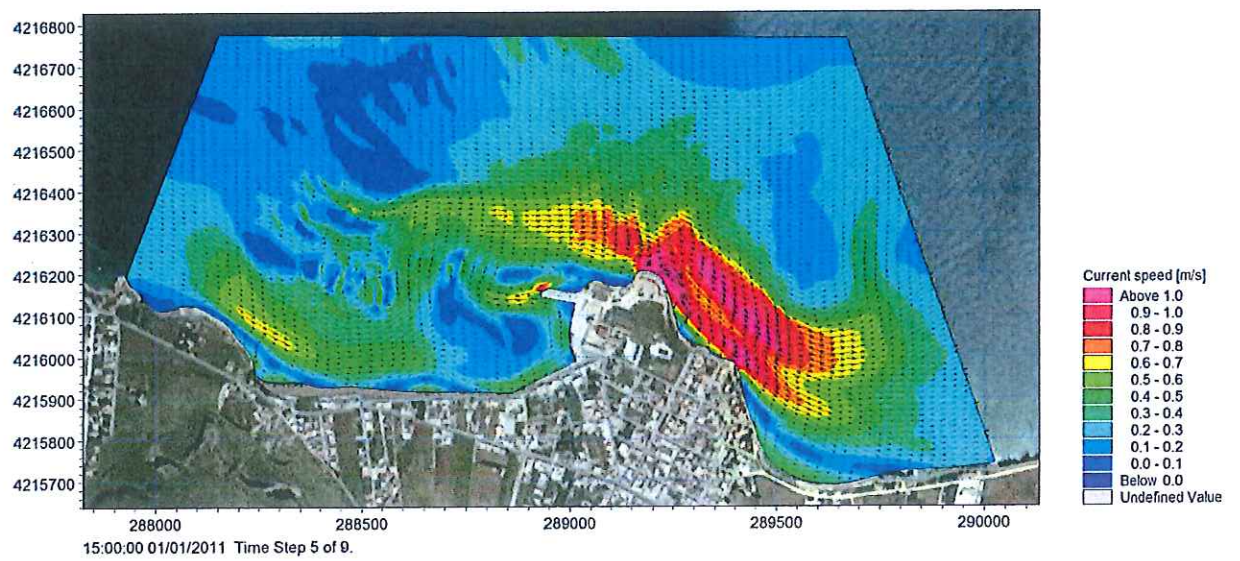


Figura 5 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

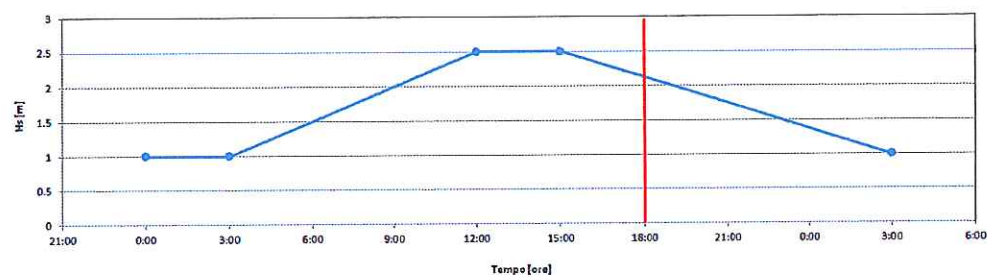
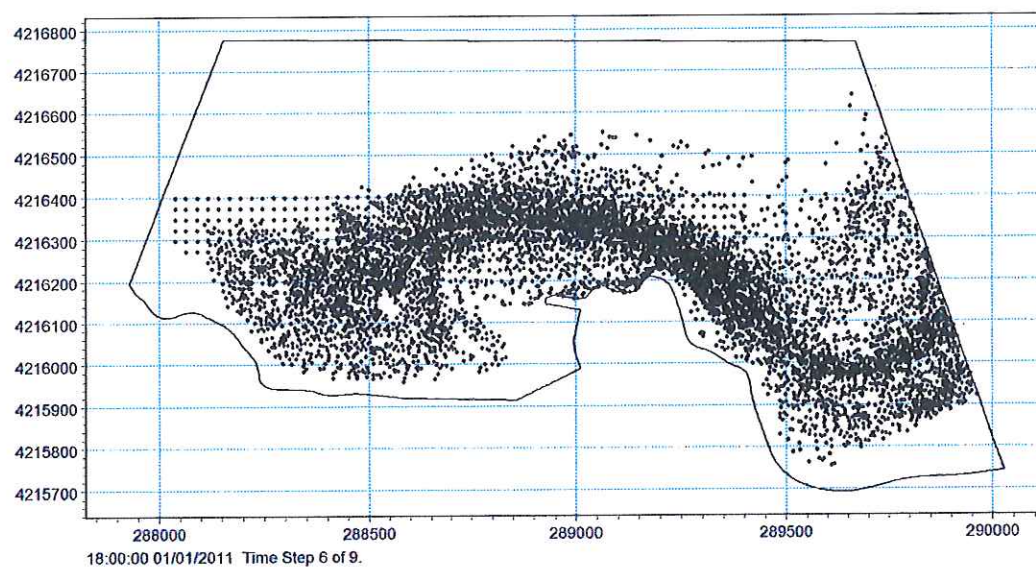
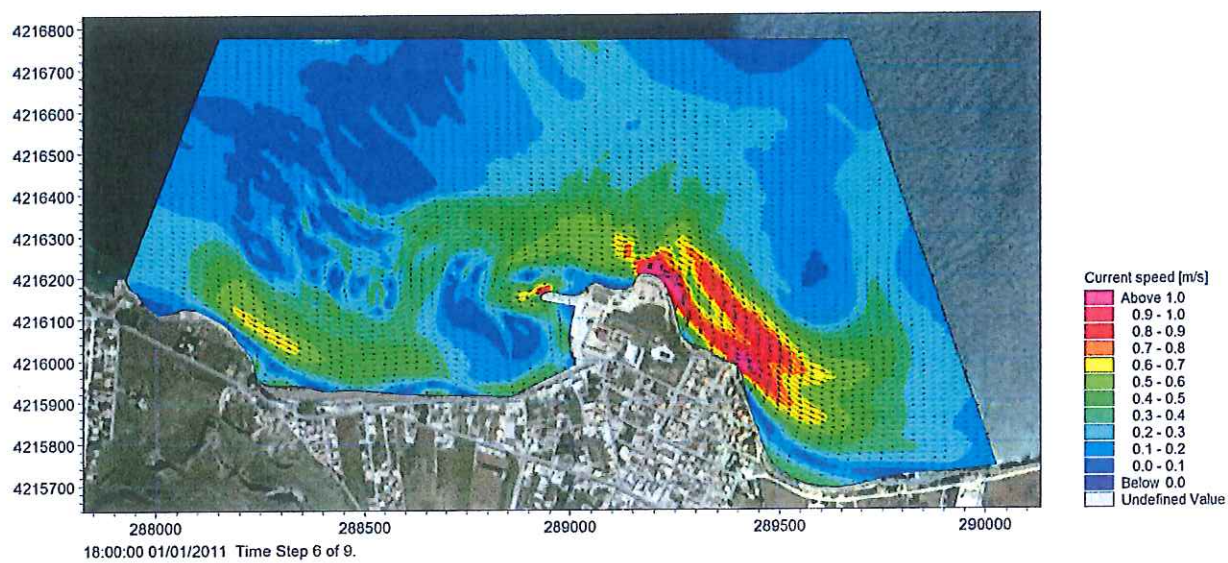


Figura 6 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

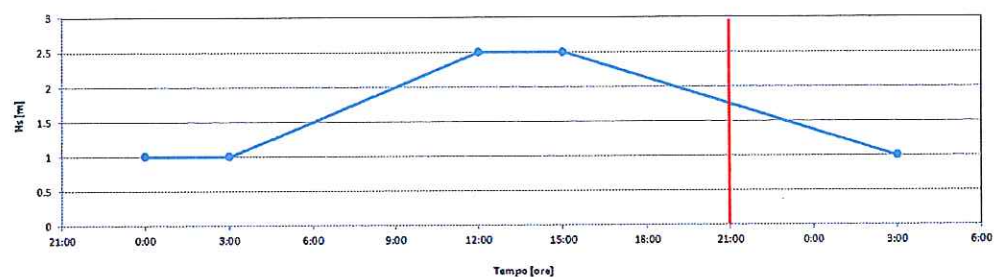
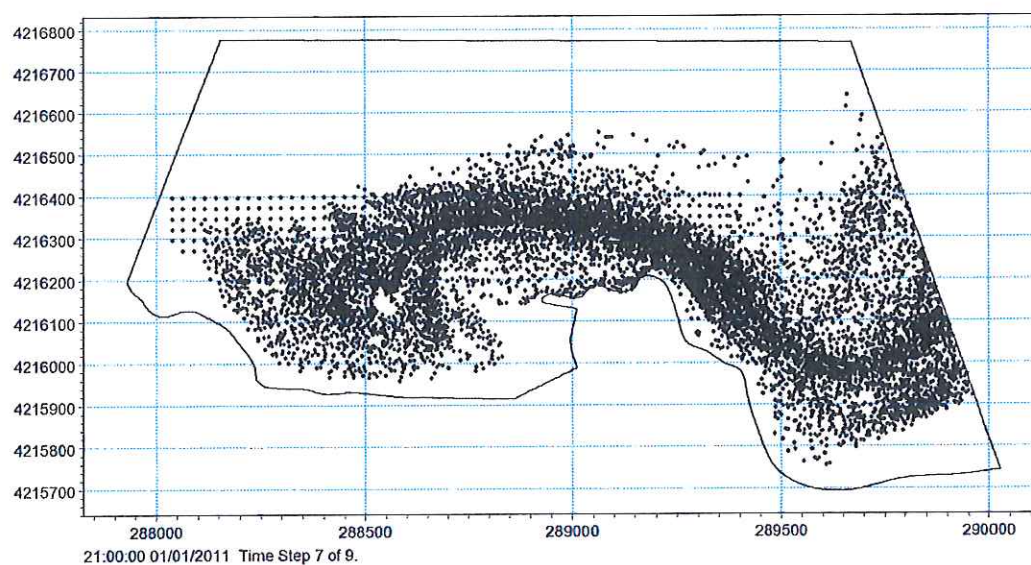
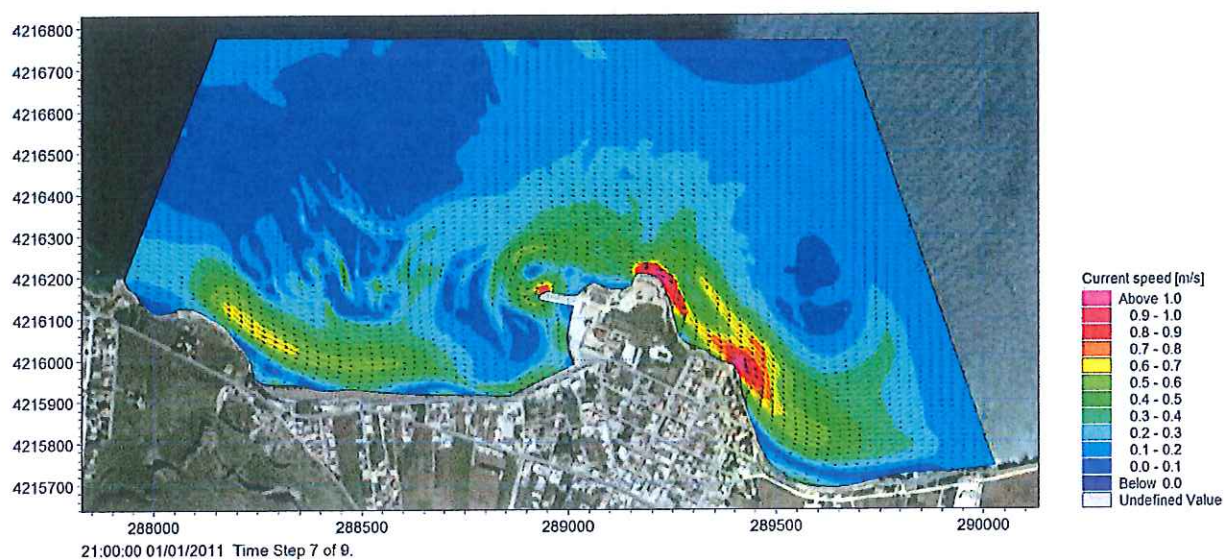


Figura 7 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

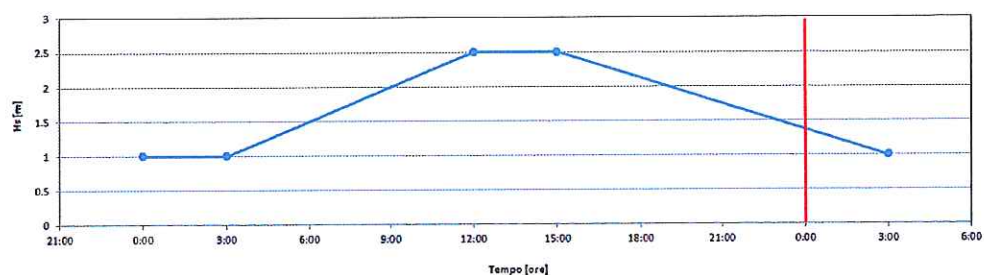
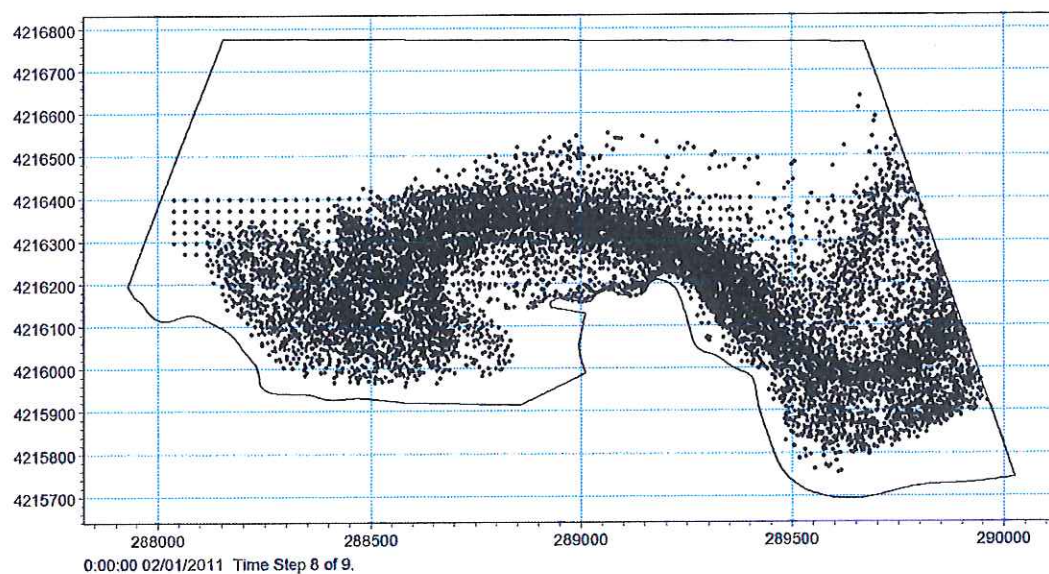
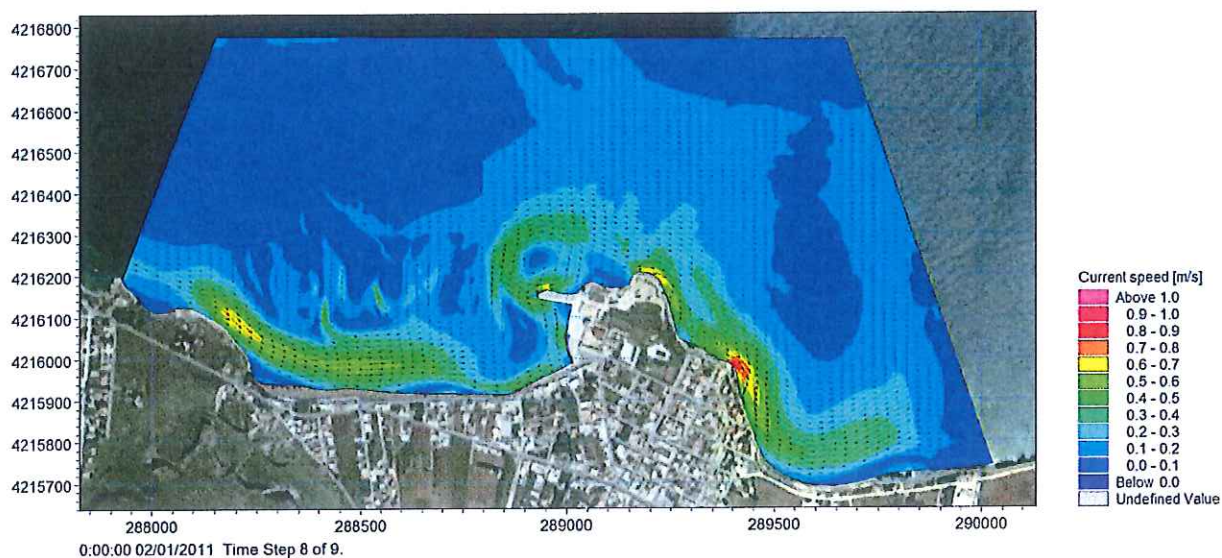


Figura 8 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

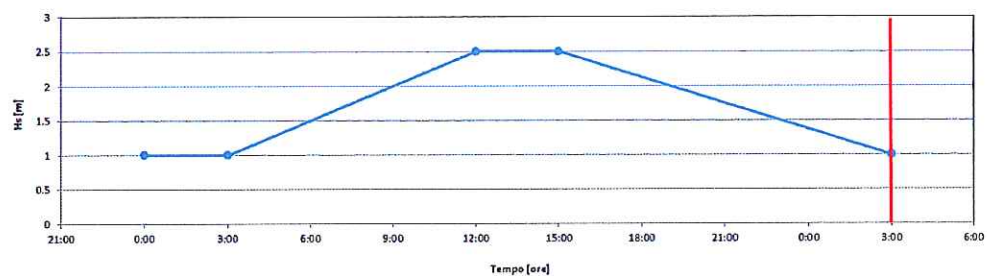
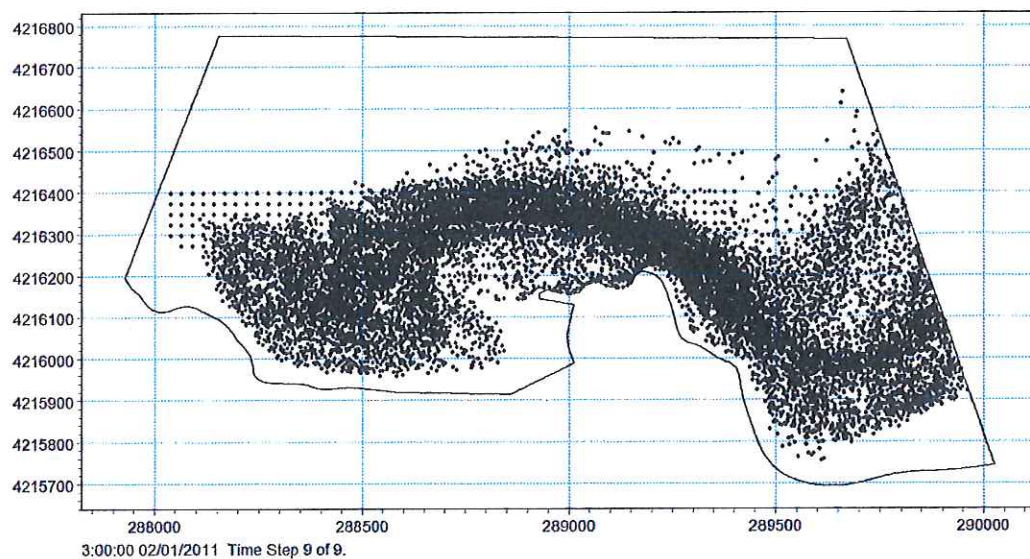
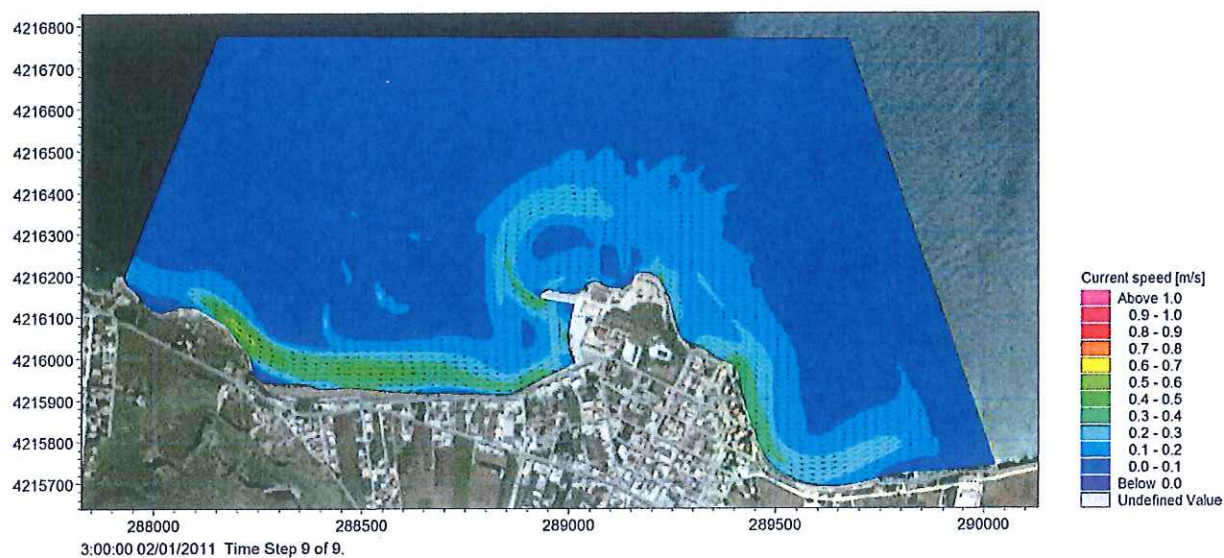


Figura 9 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.

Stato di progetto – Mareggiata E_B

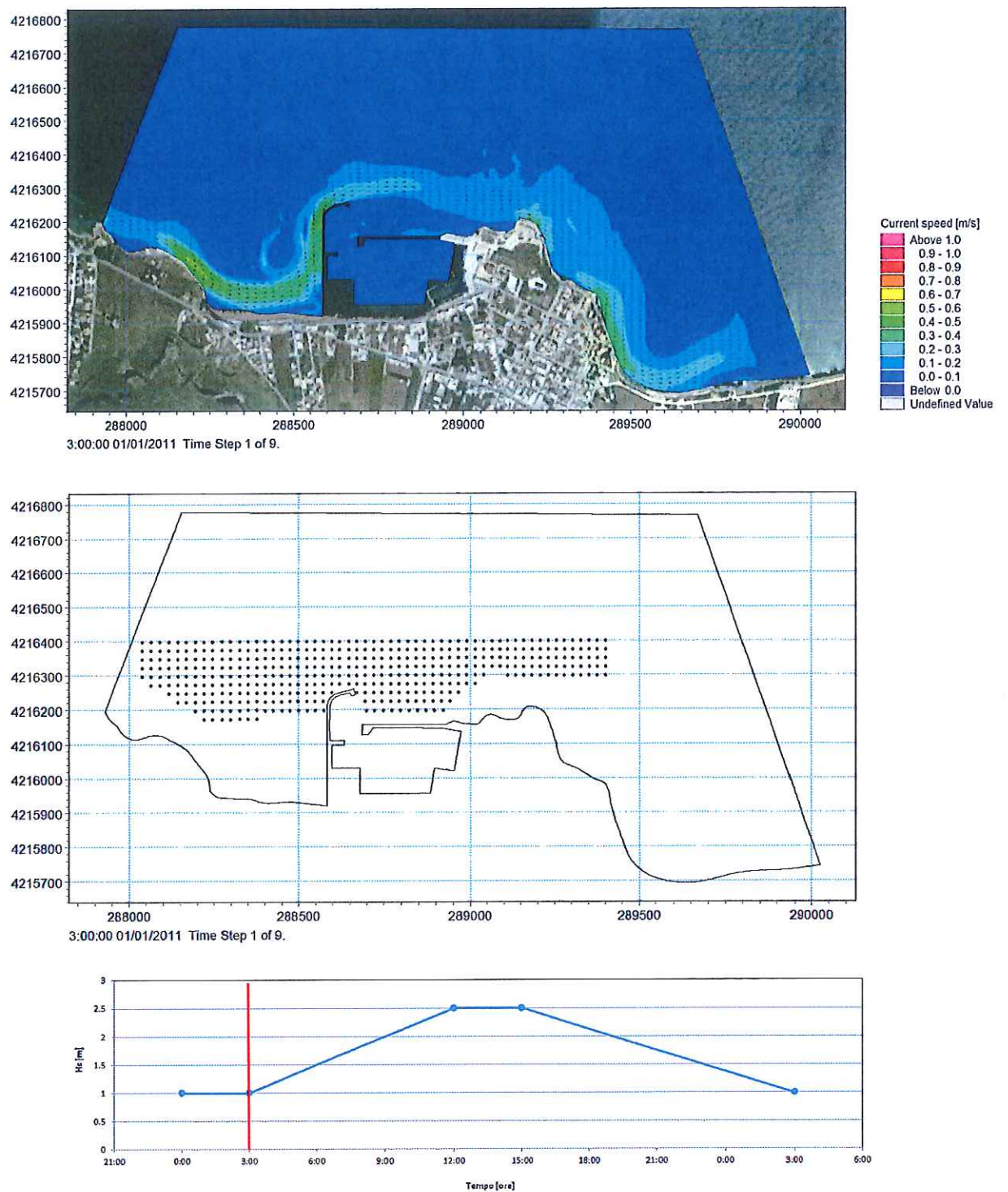


Figura 10 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

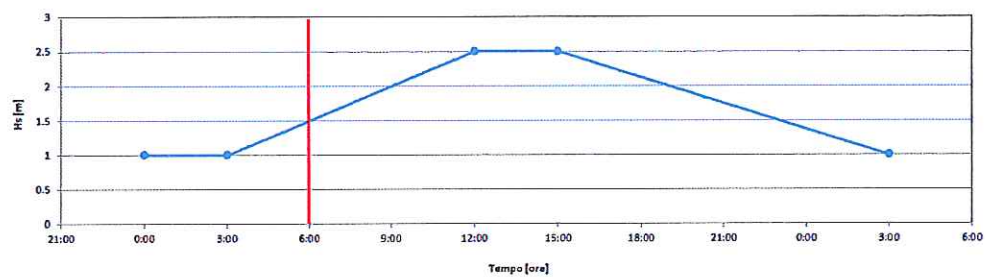
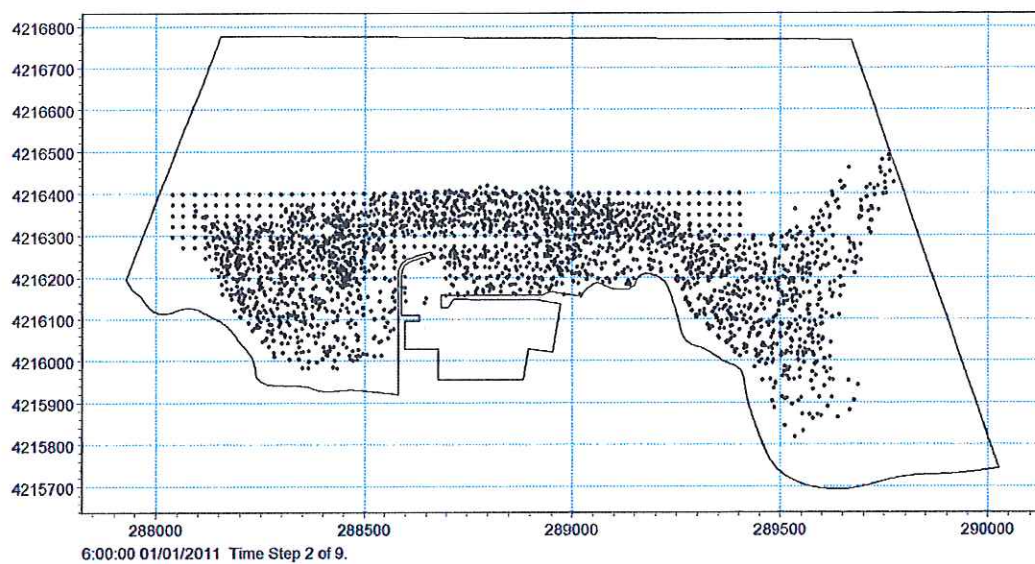
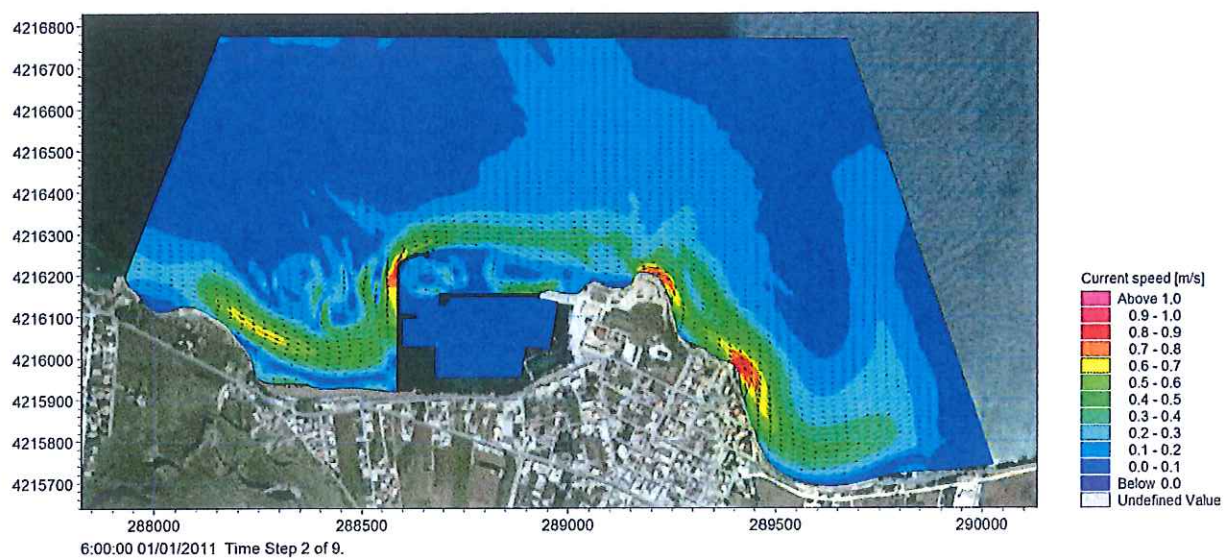


Figura 11 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

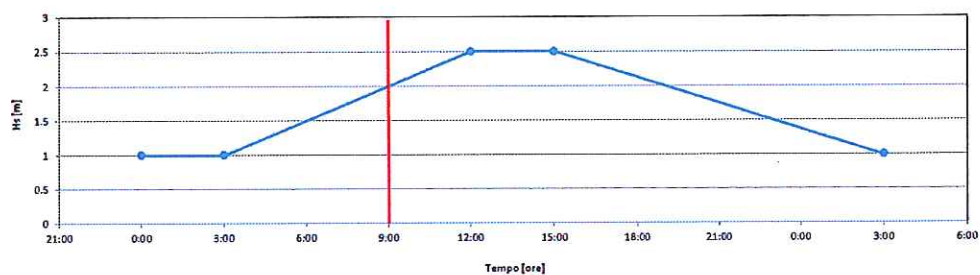
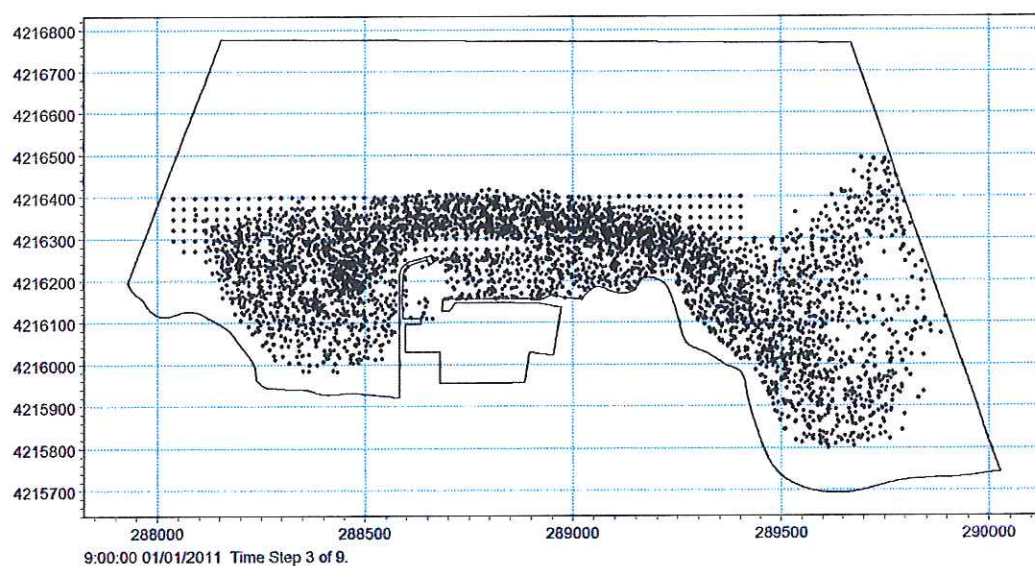
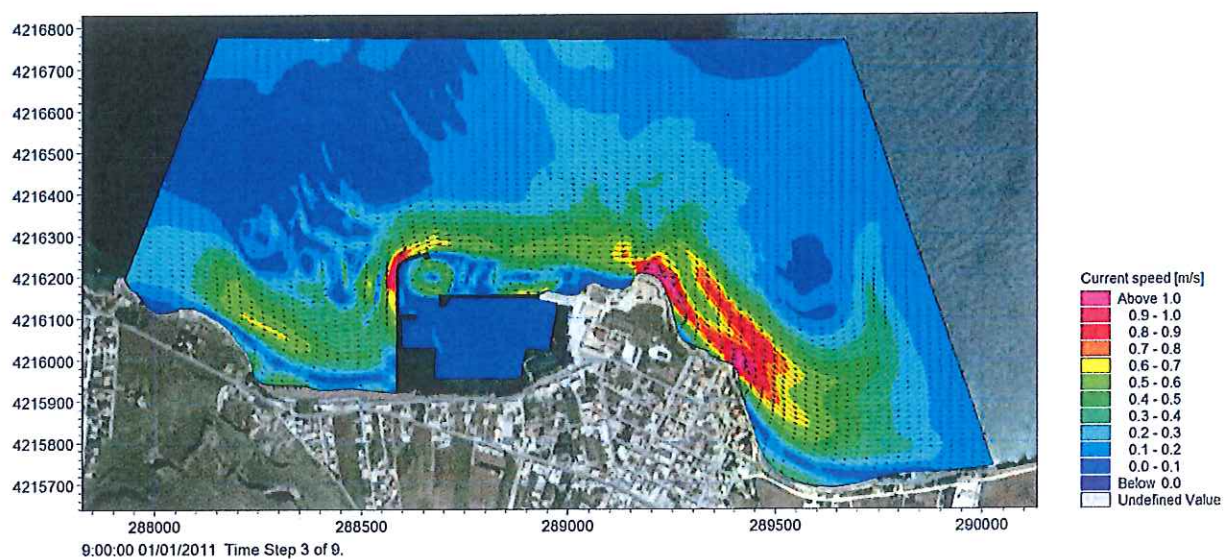


Figura 12 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

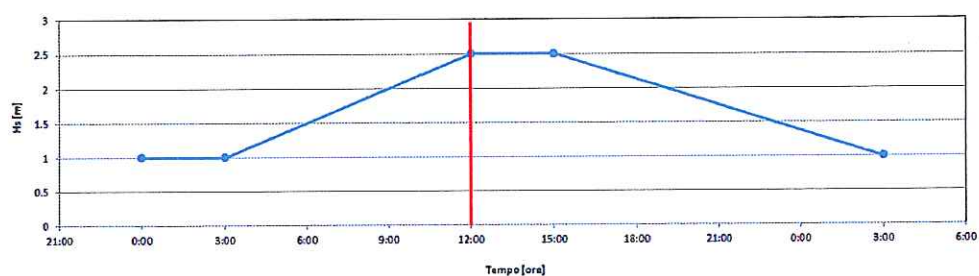
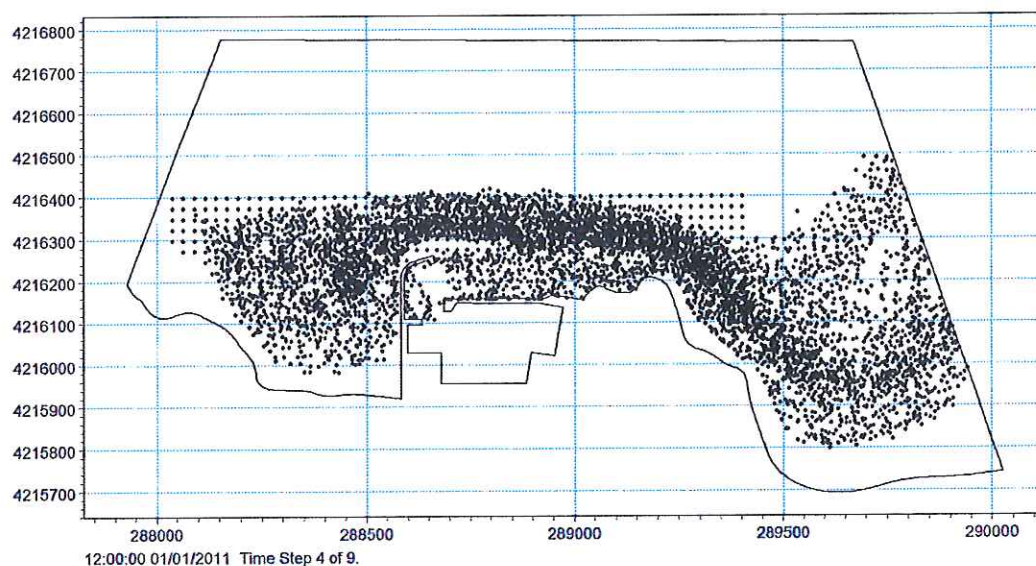
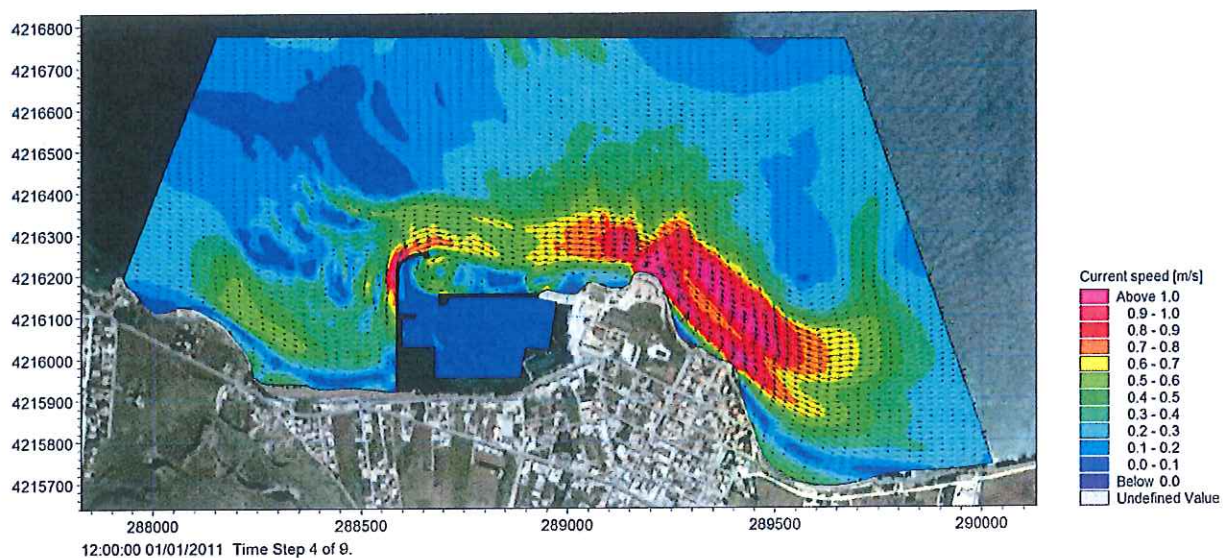


Figura 13 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

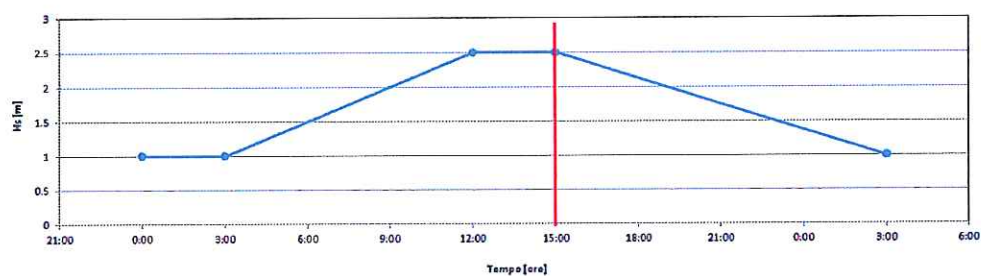
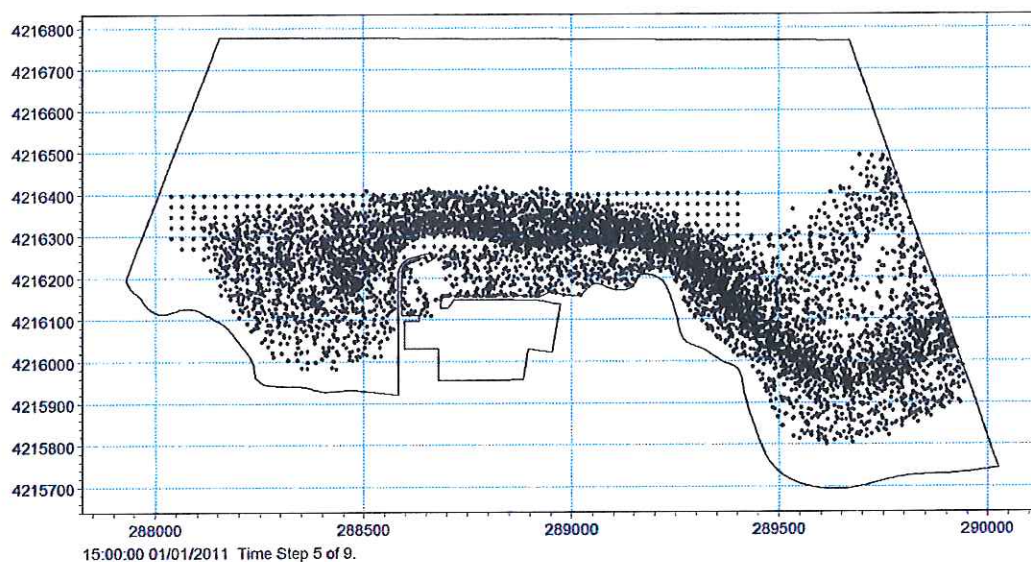
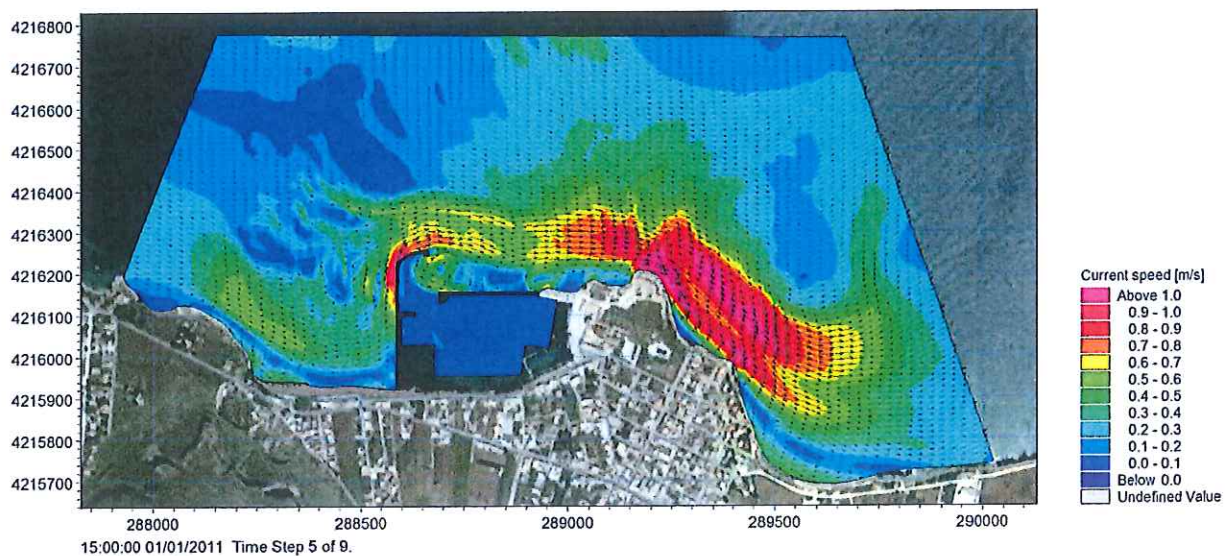


Figura 14 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

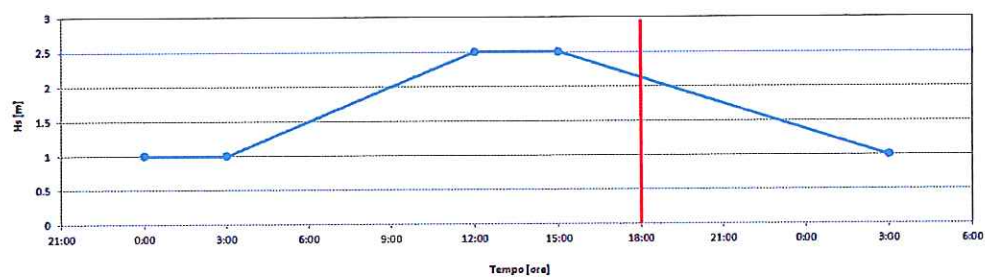
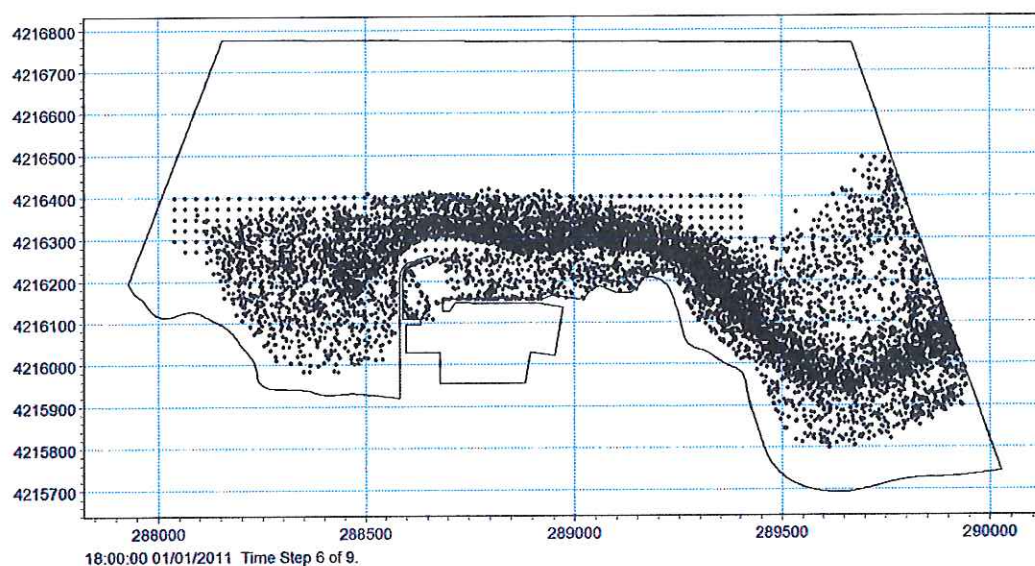
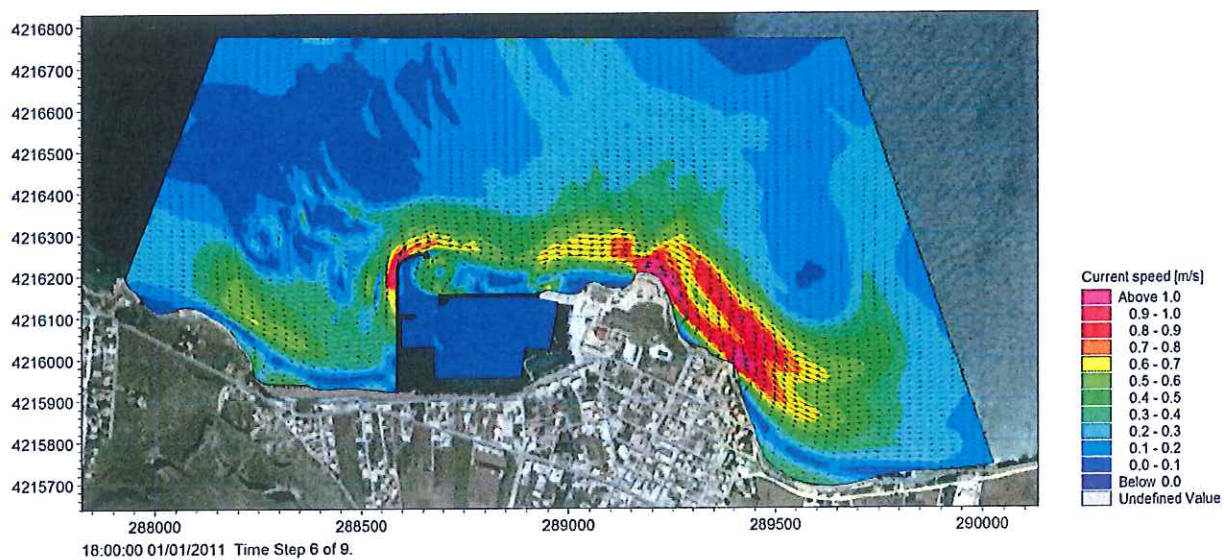


Figura 15 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

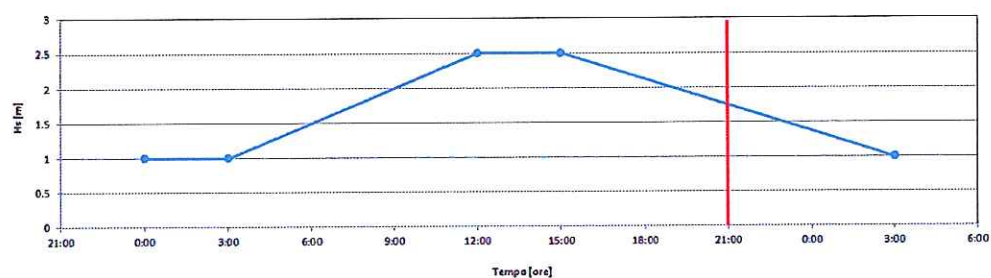
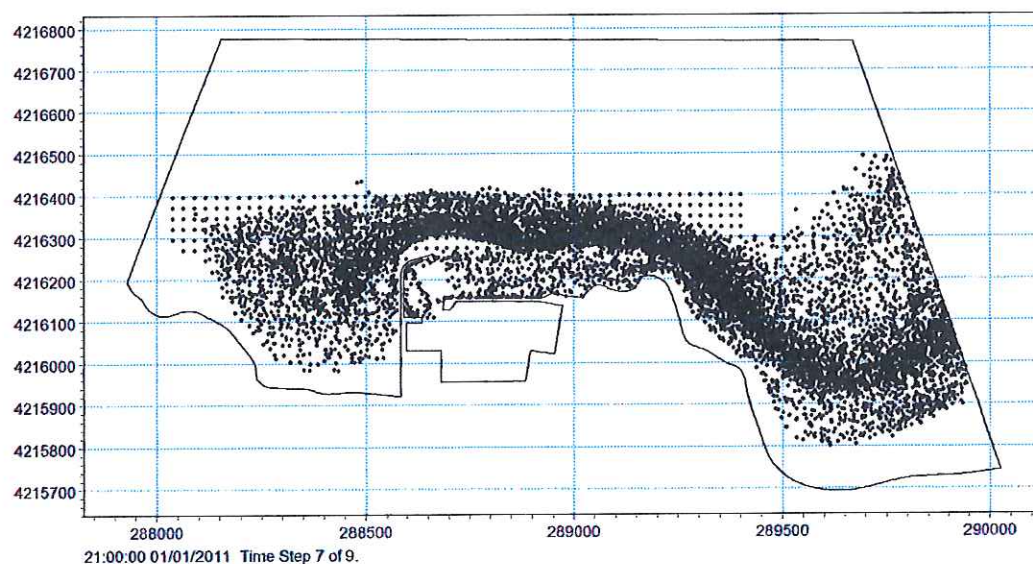
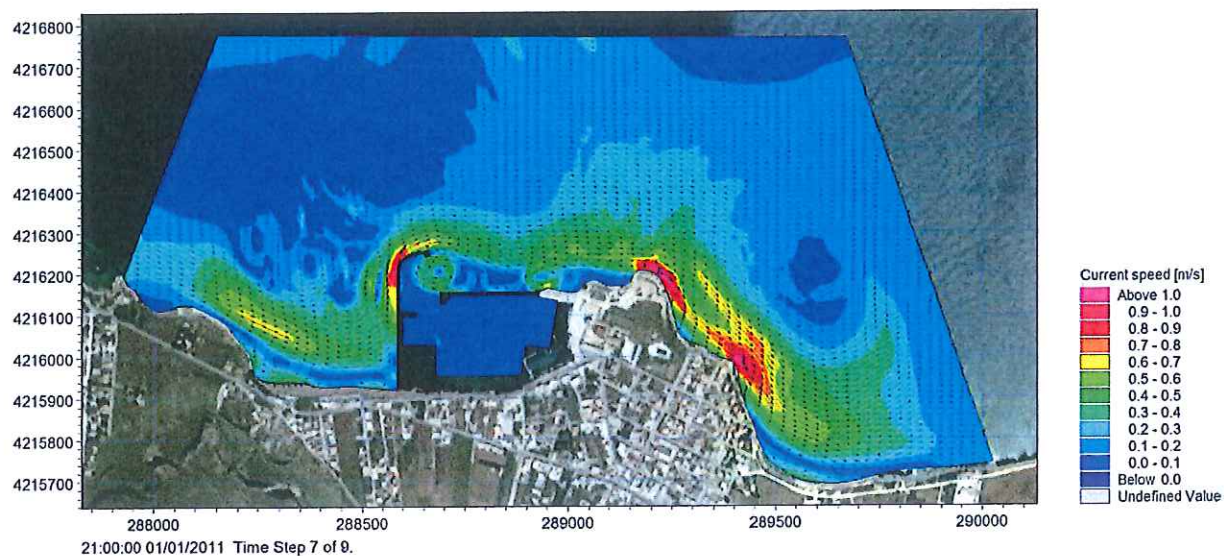


Figura 16 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

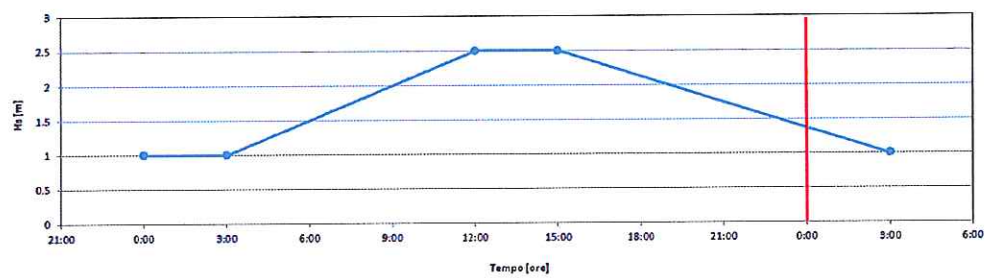
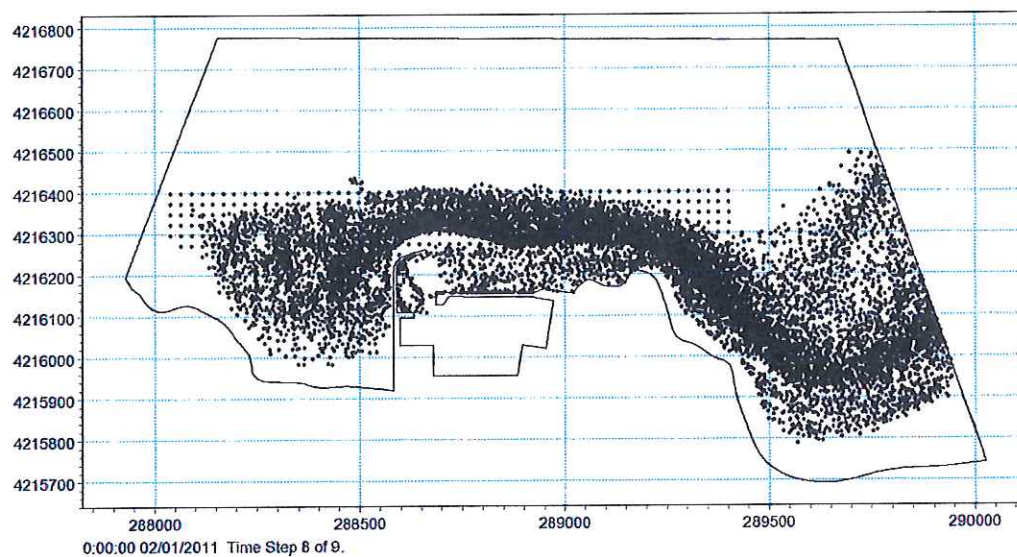
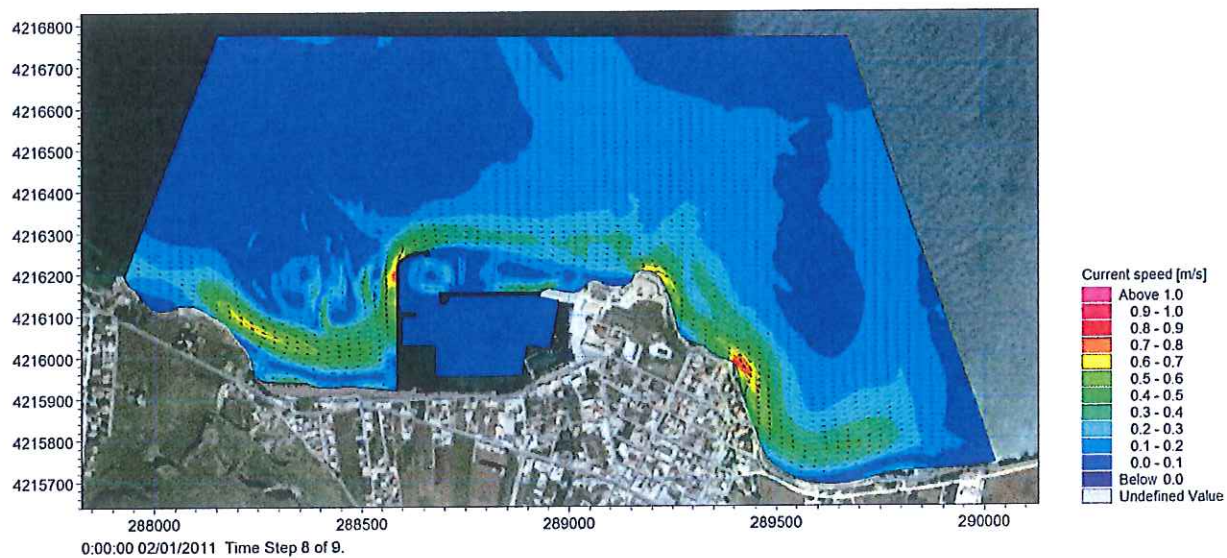


Figura 17 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

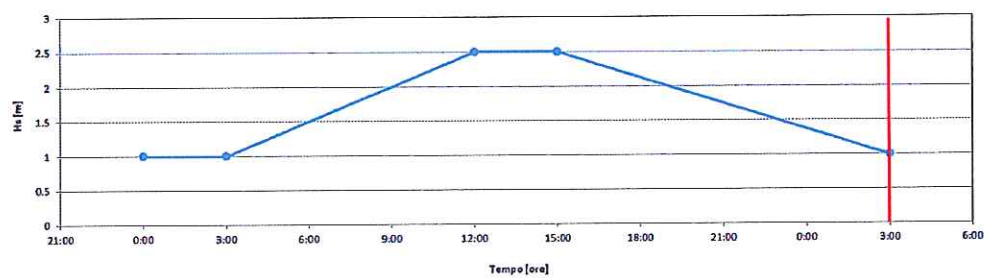
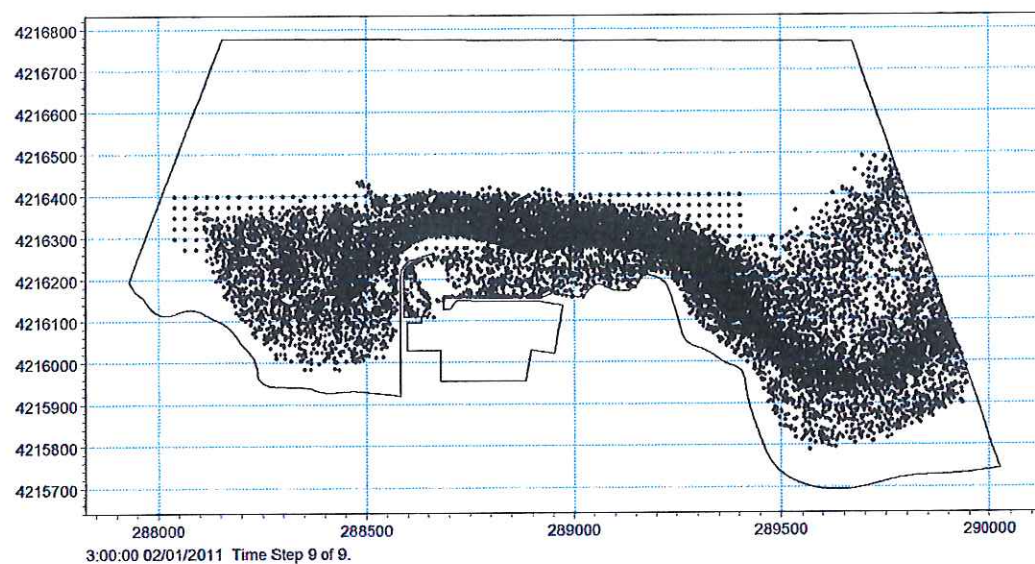
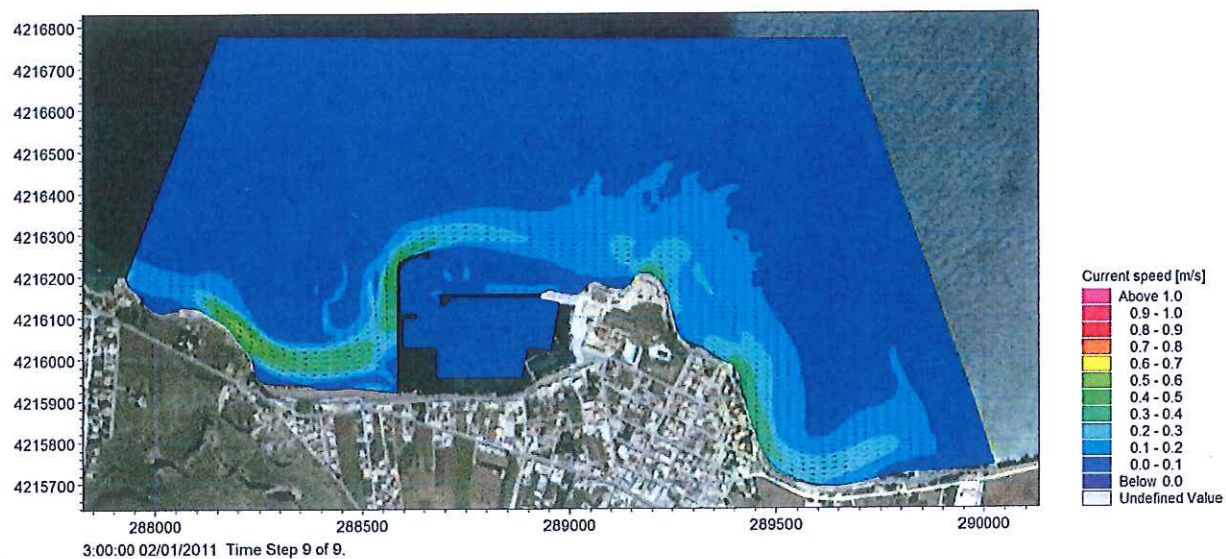


Figura 18 Mareggiata E_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.

Stato attuale – Mareggiata E_C

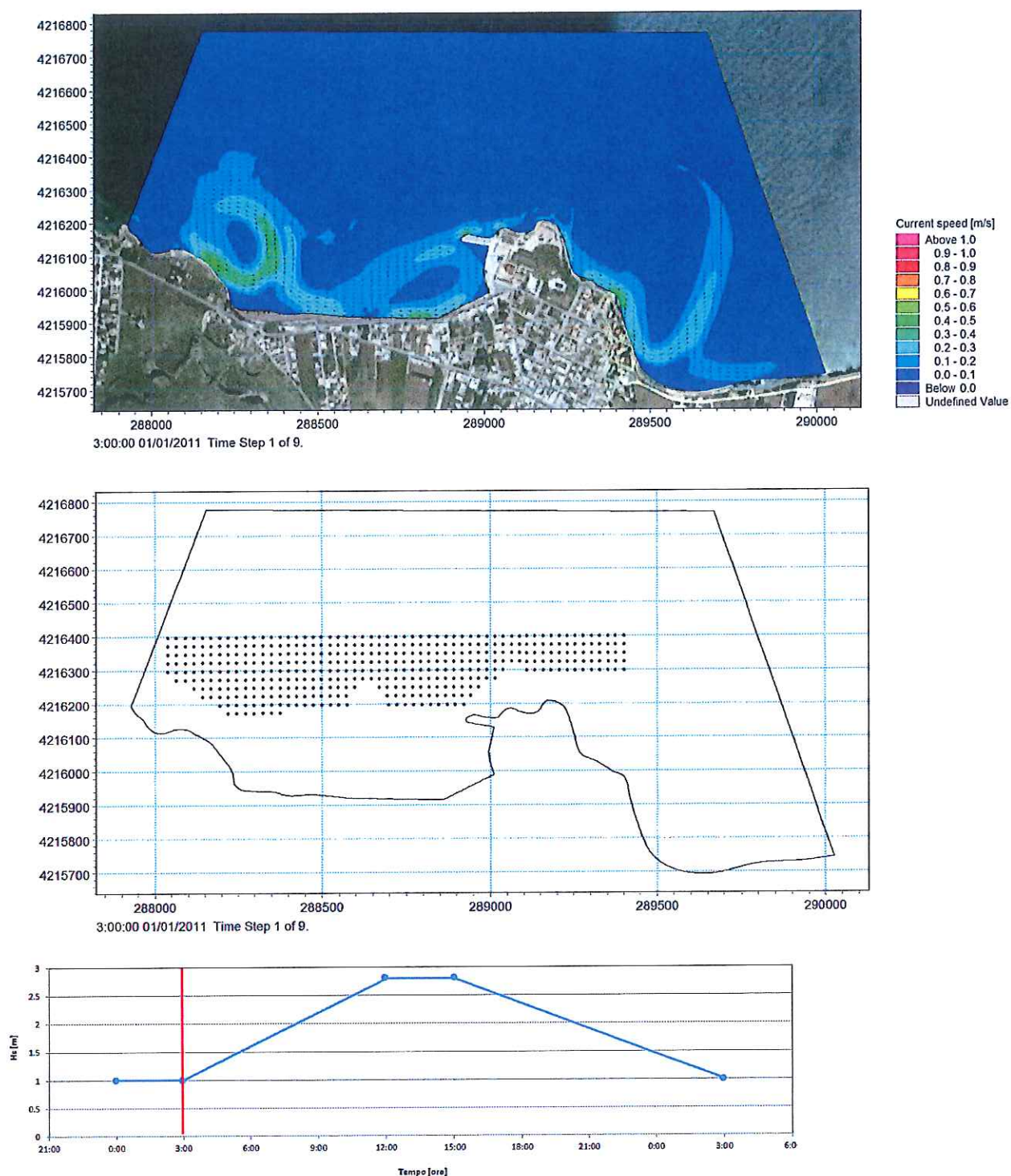


Figura 19 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

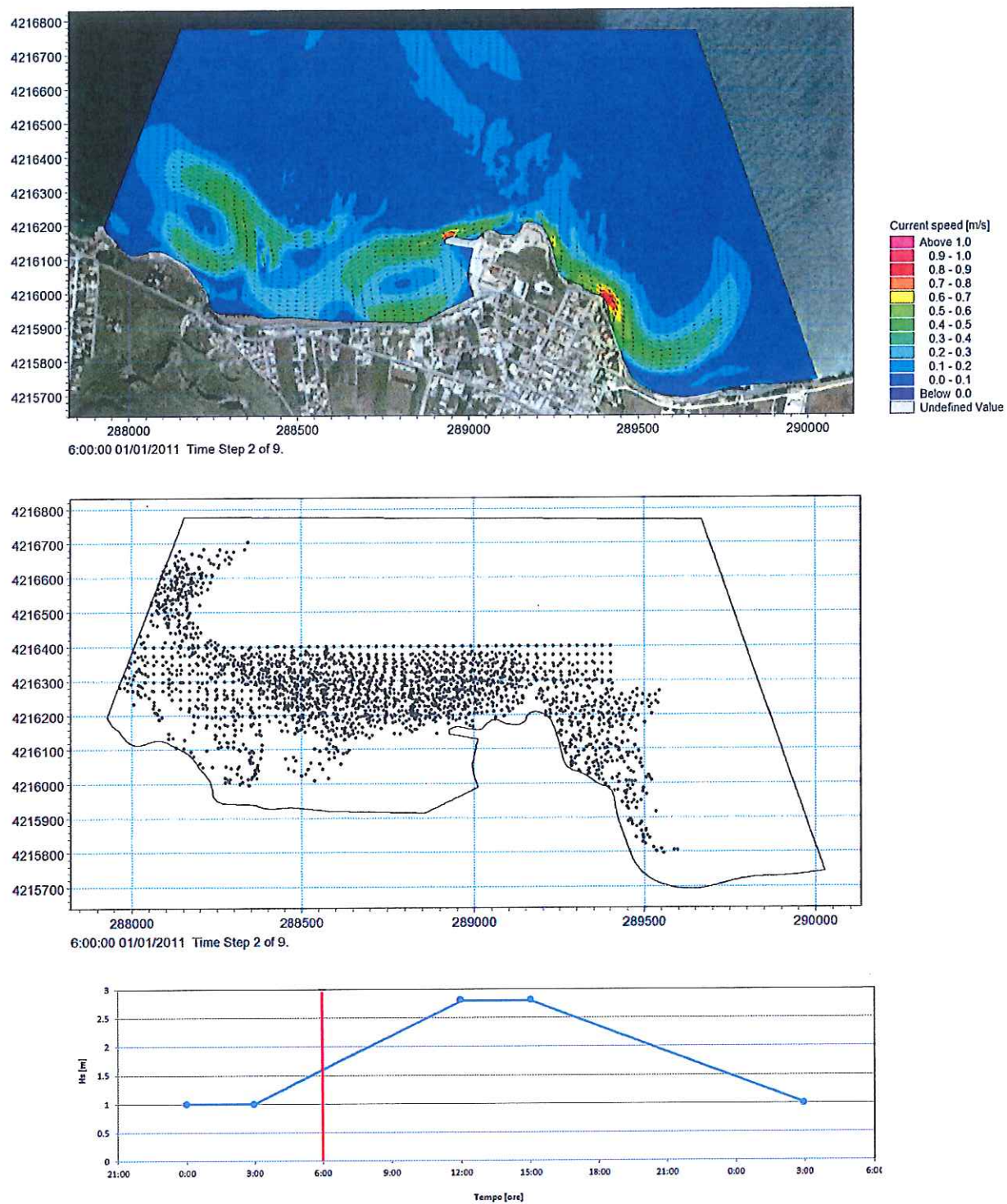


Figura 20 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

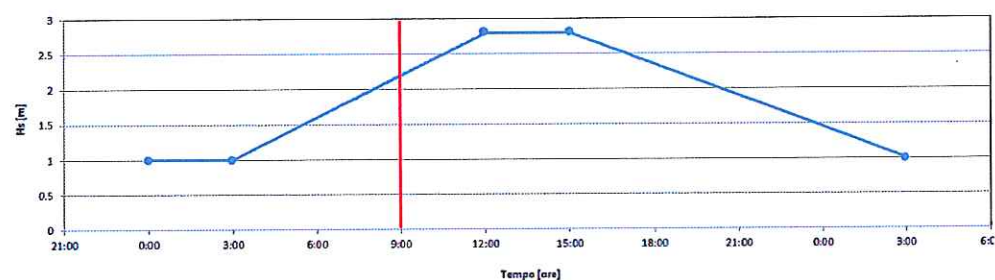
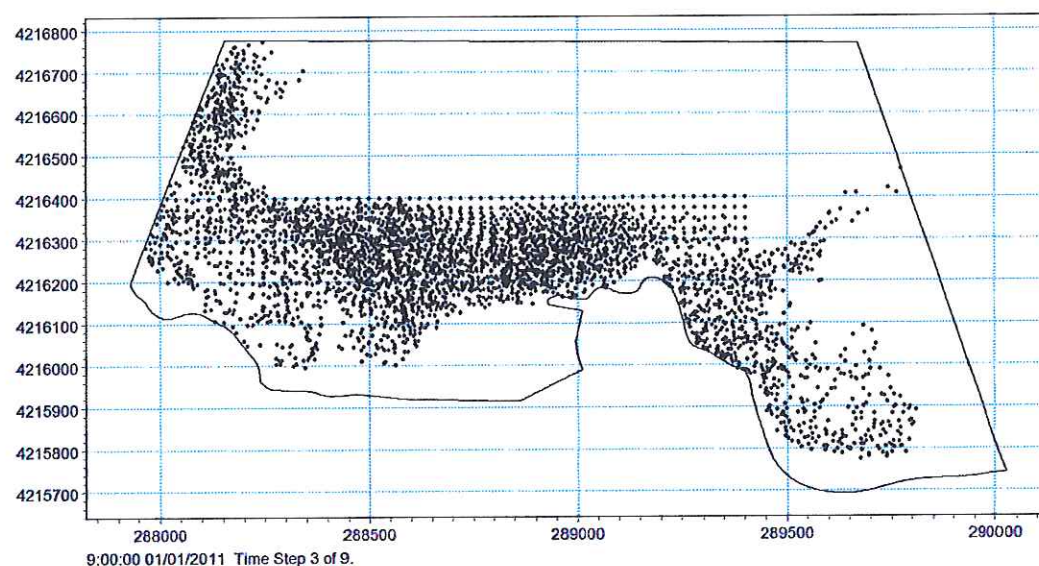
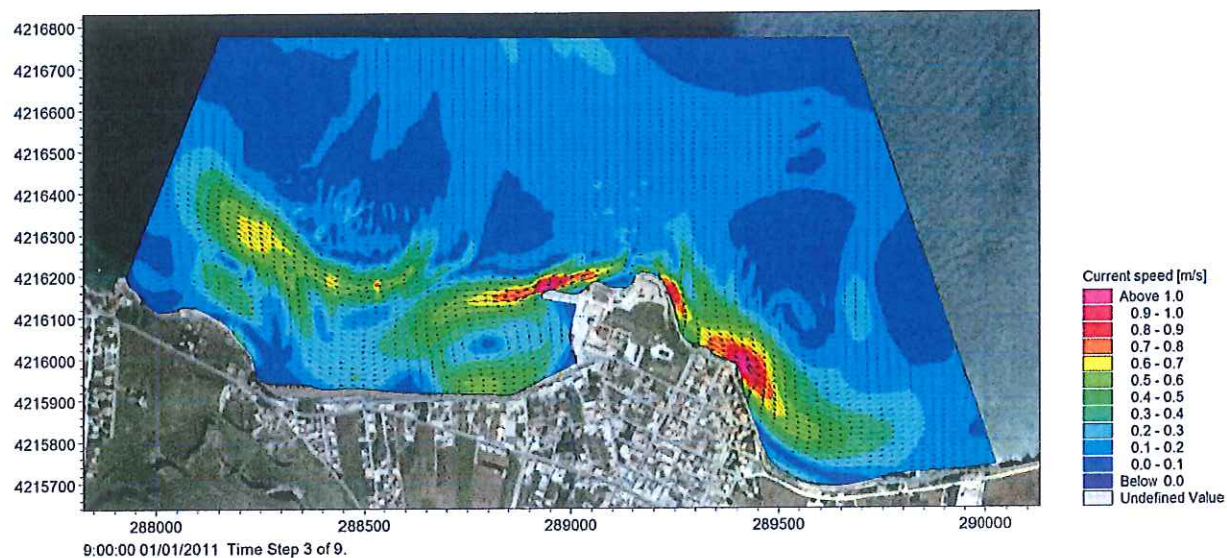


Figura 21 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

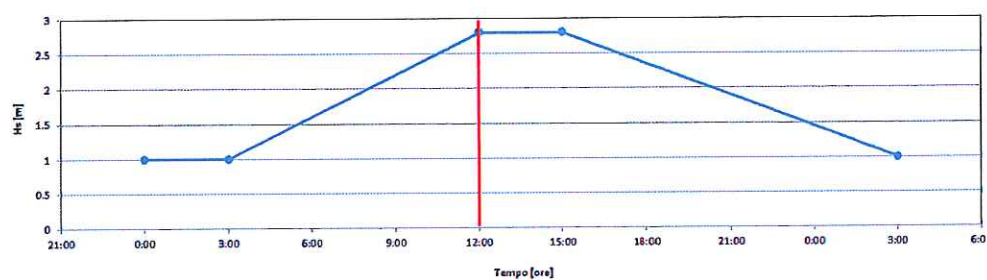
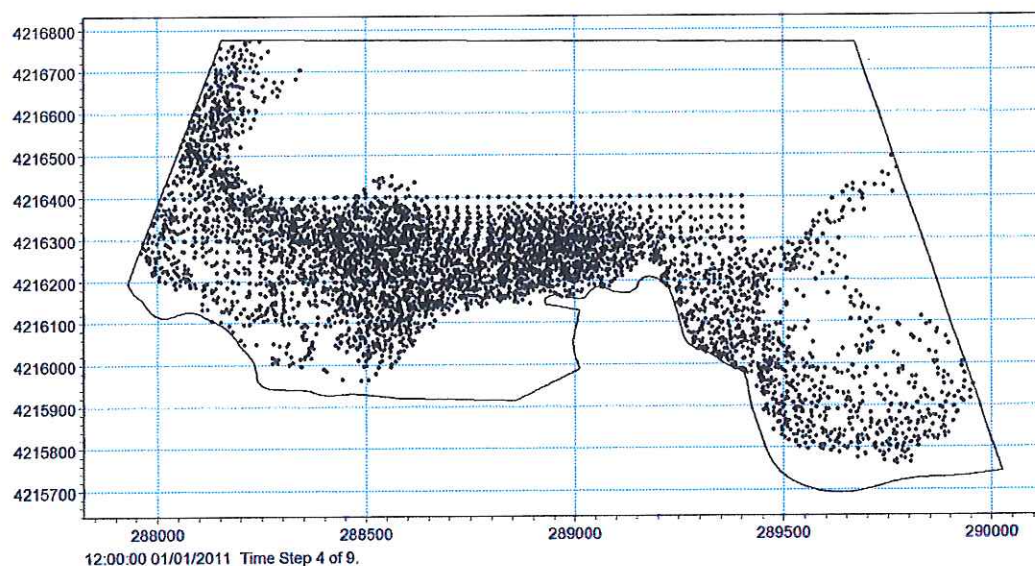
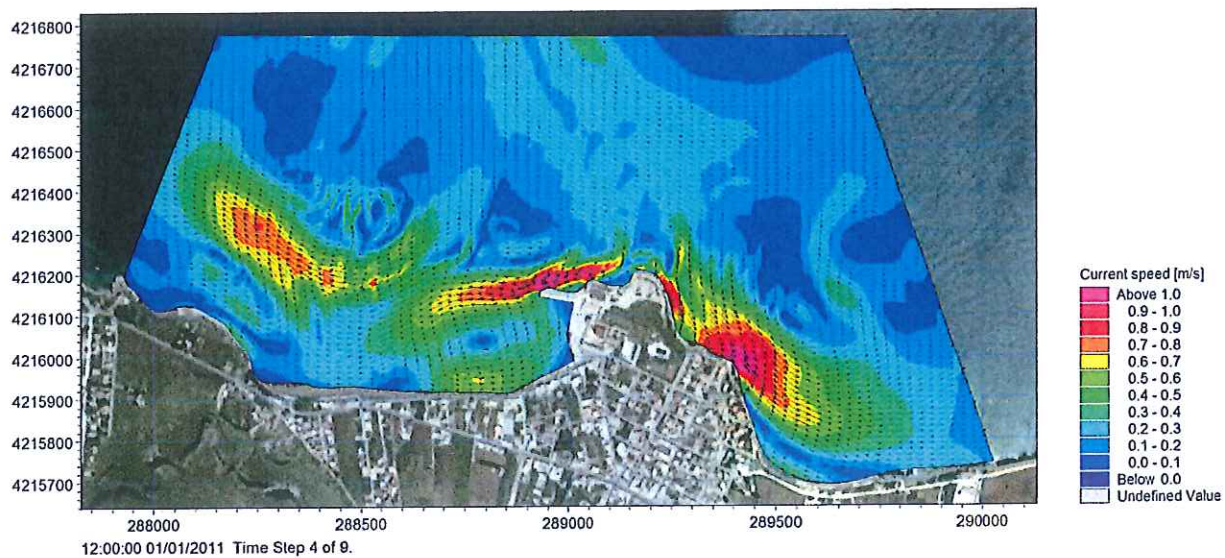


Figura 22 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

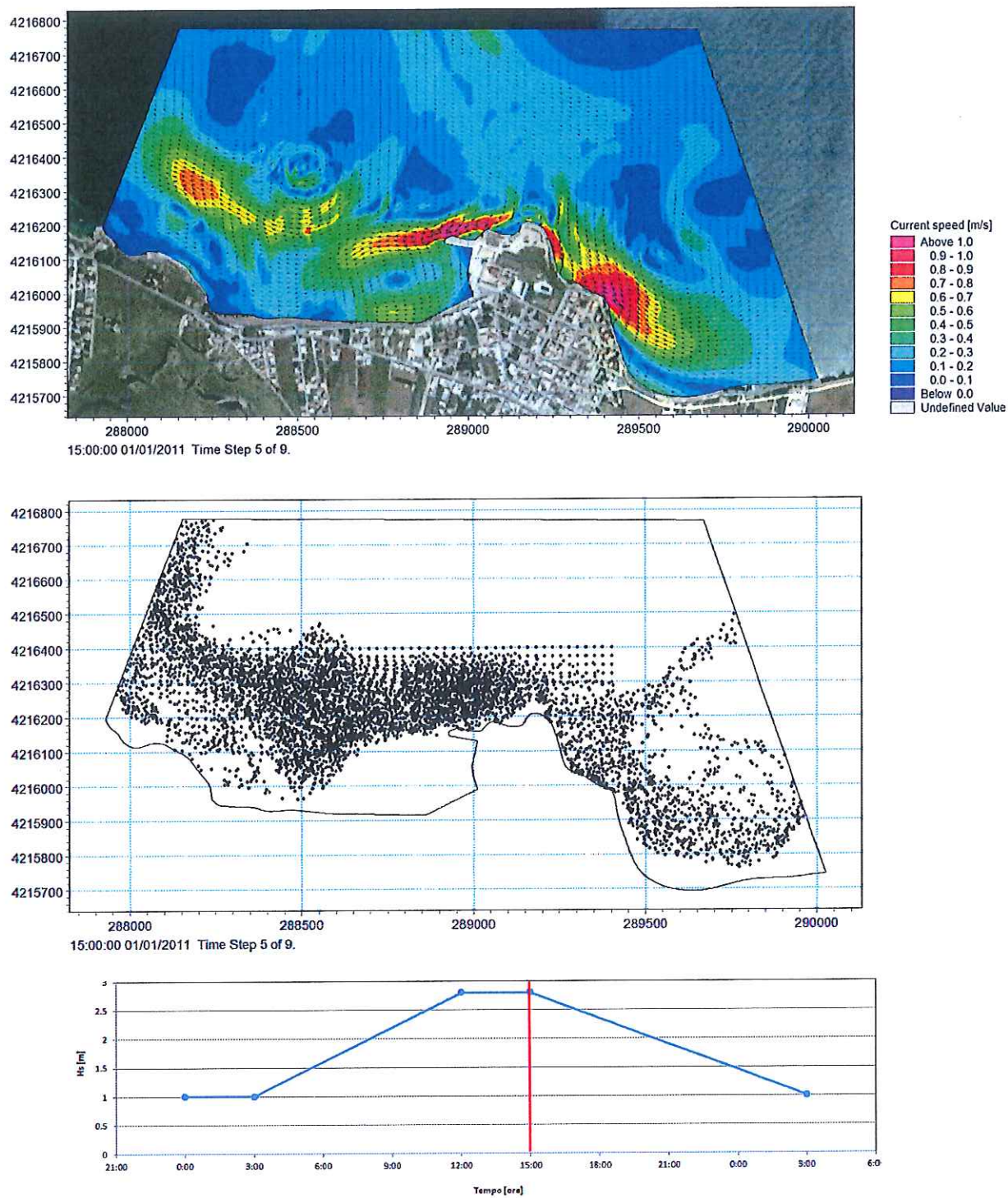


Figura 23

Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

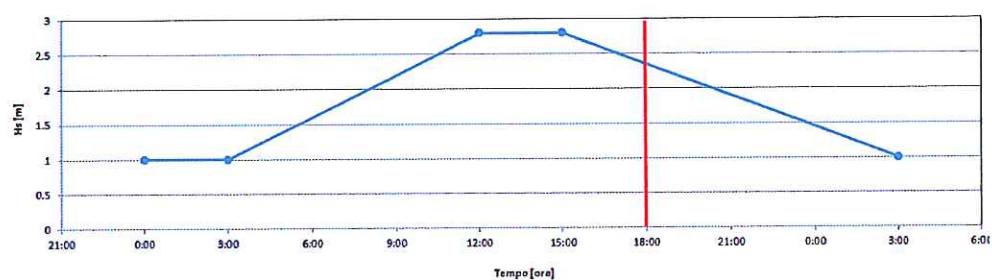
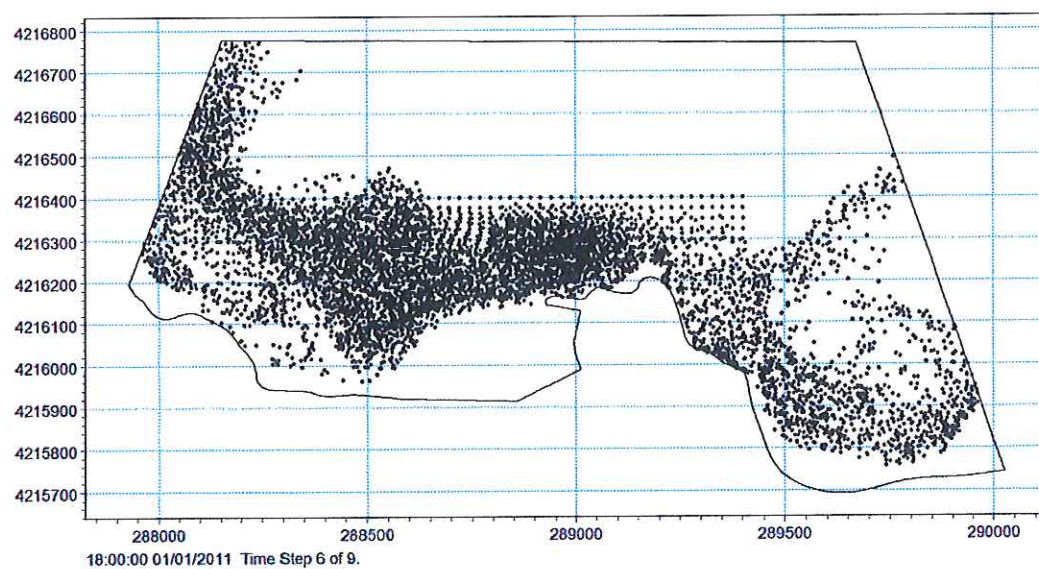
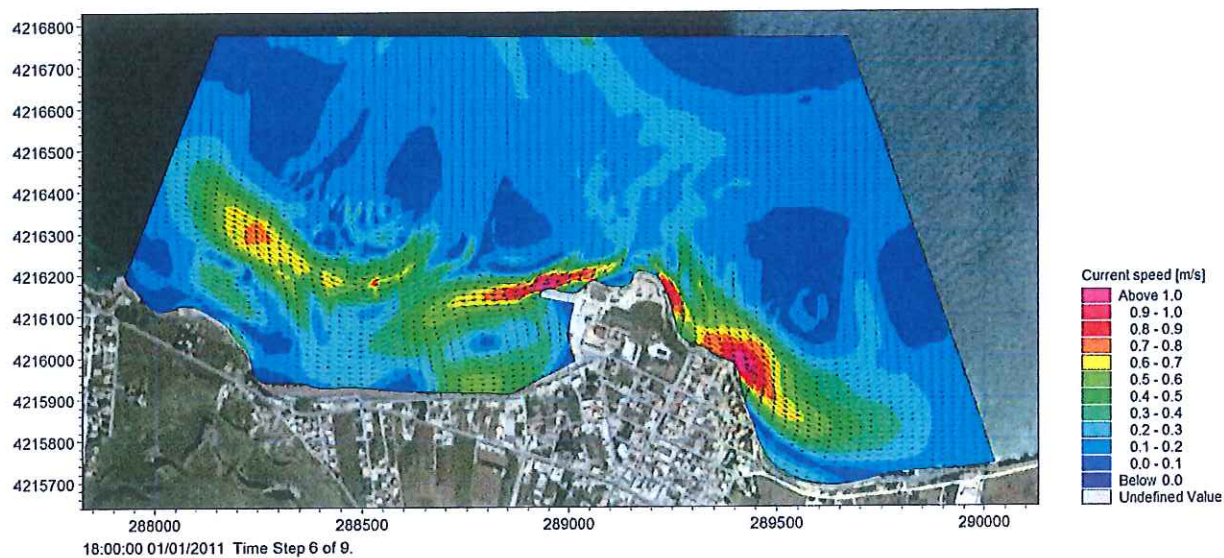


Figura 24 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

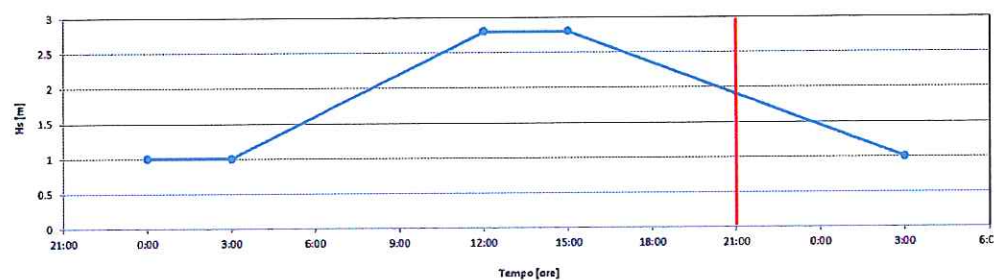
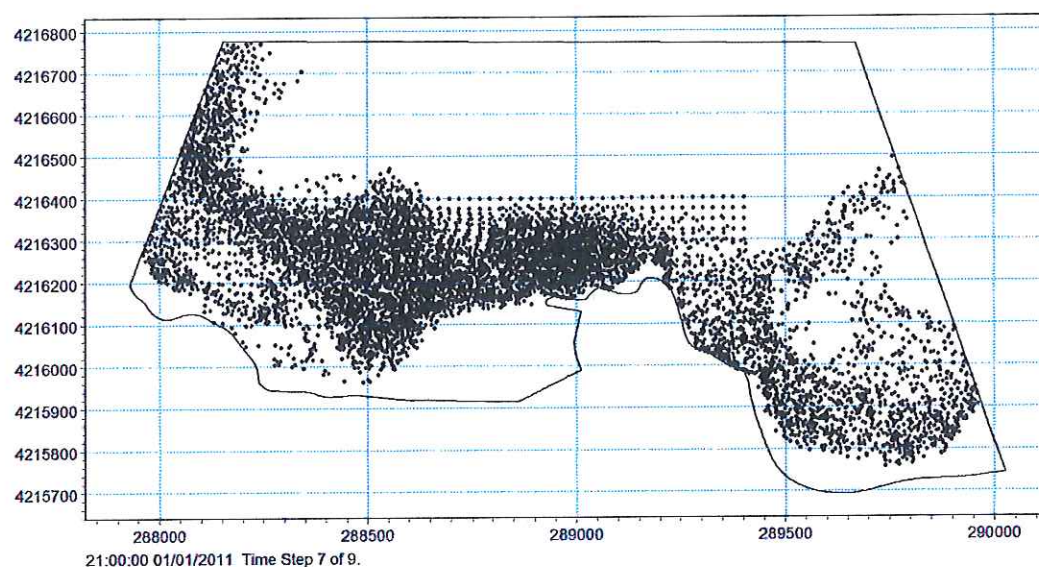
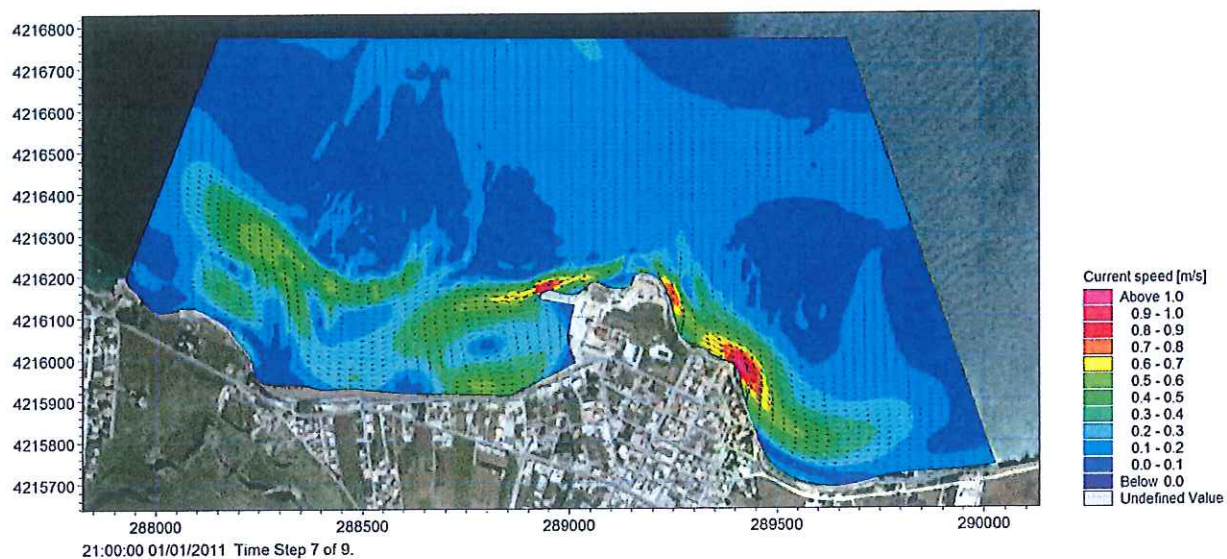


Figura 25 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

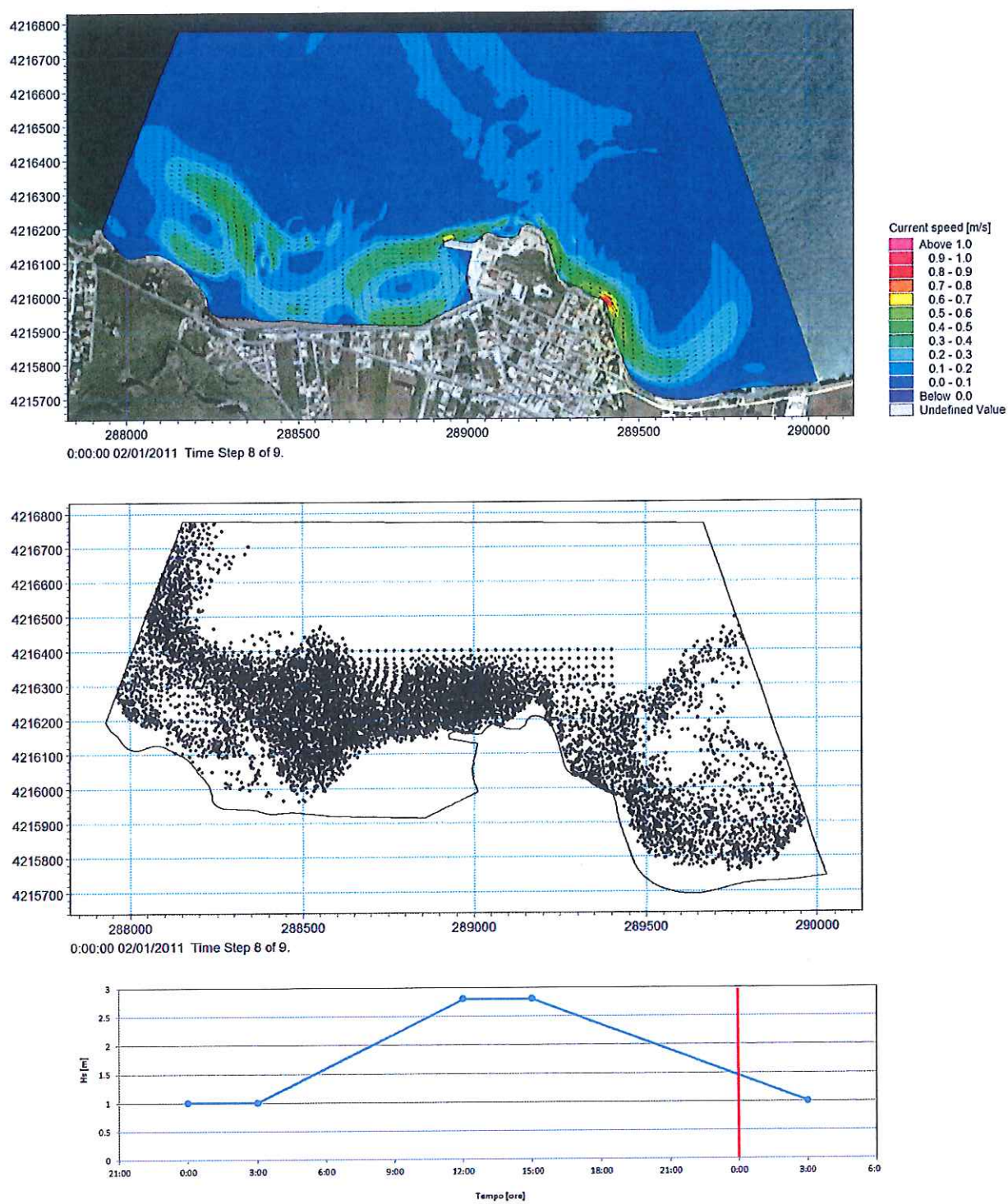


Figura 26 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

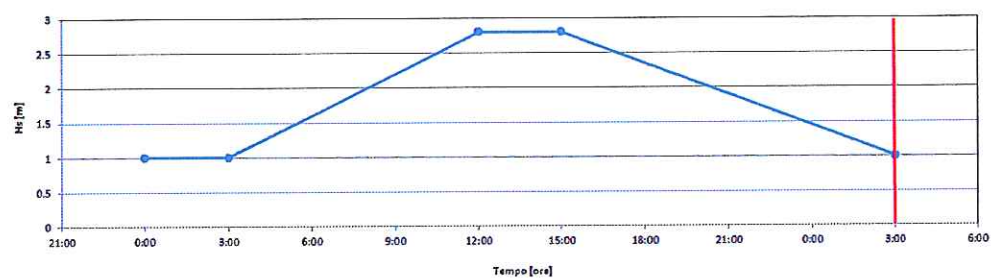
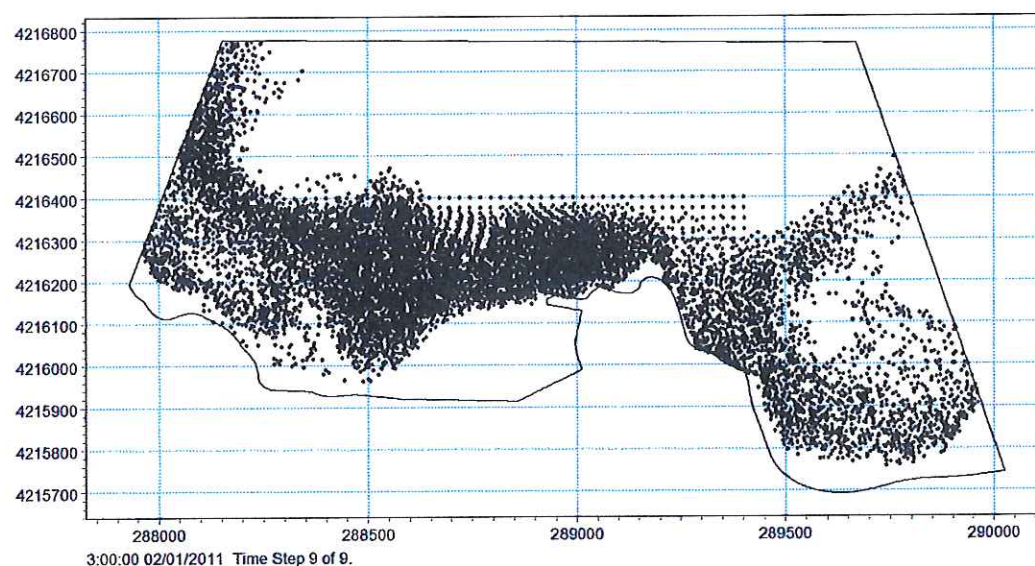
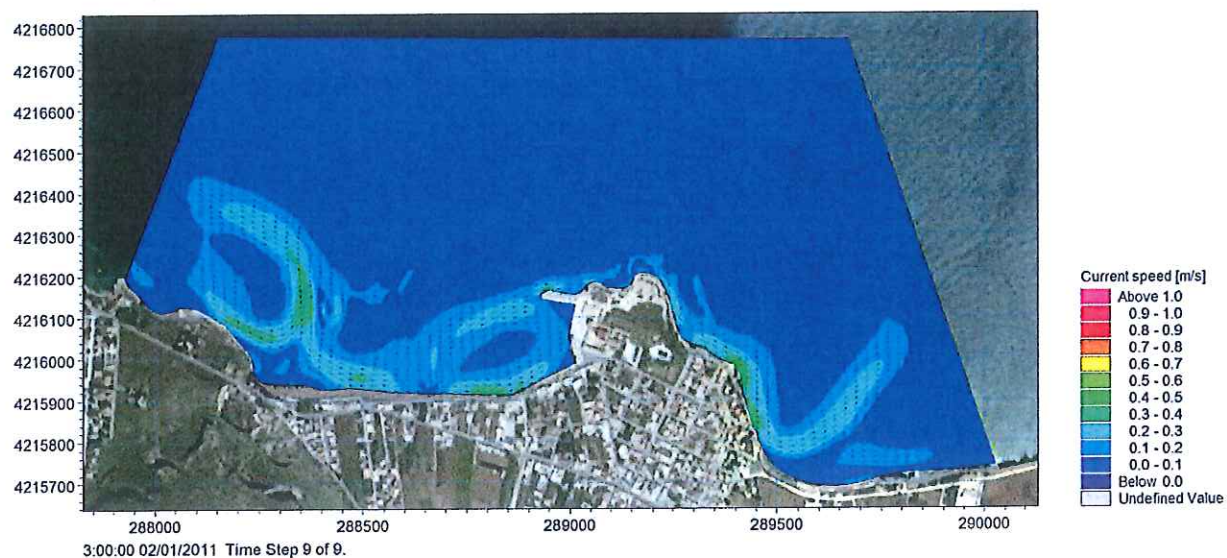


Figura 27 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.

Stato di progetto – Mareggiata E_C

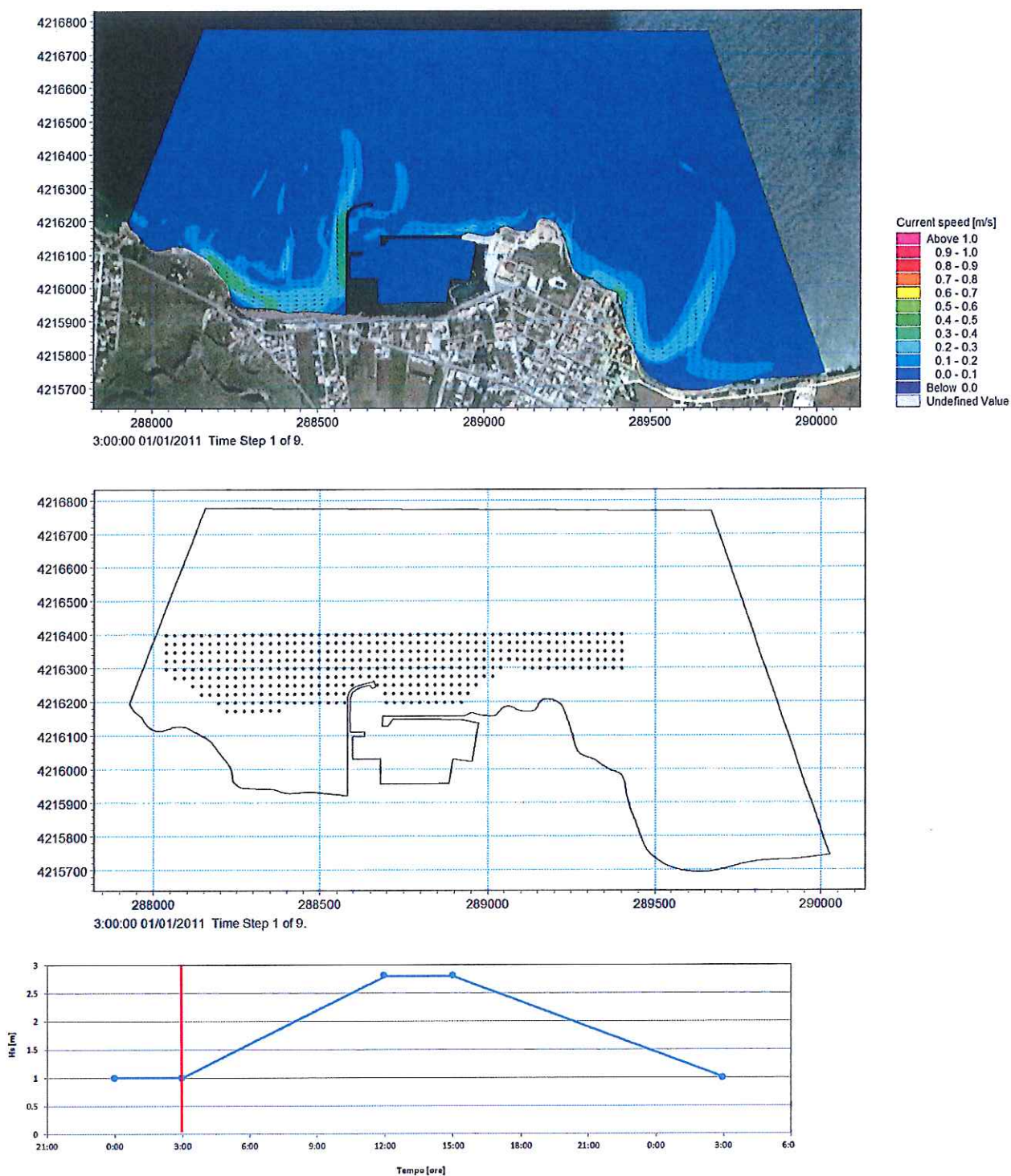


Figura 28 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

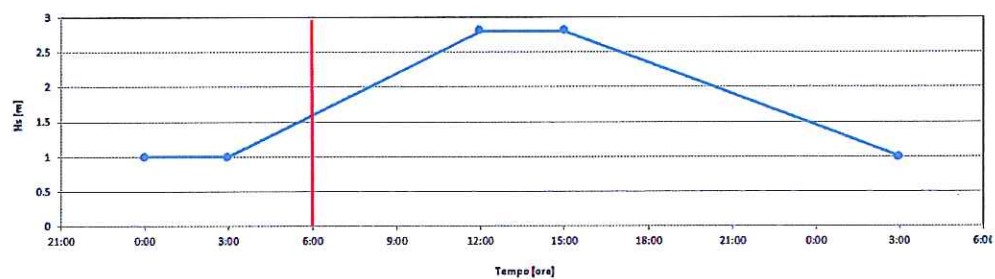
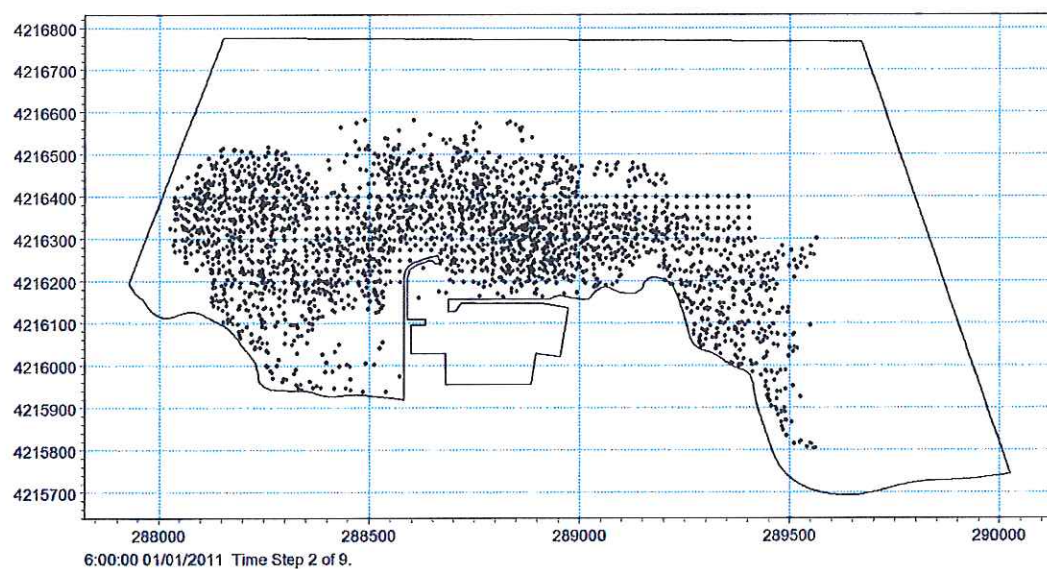
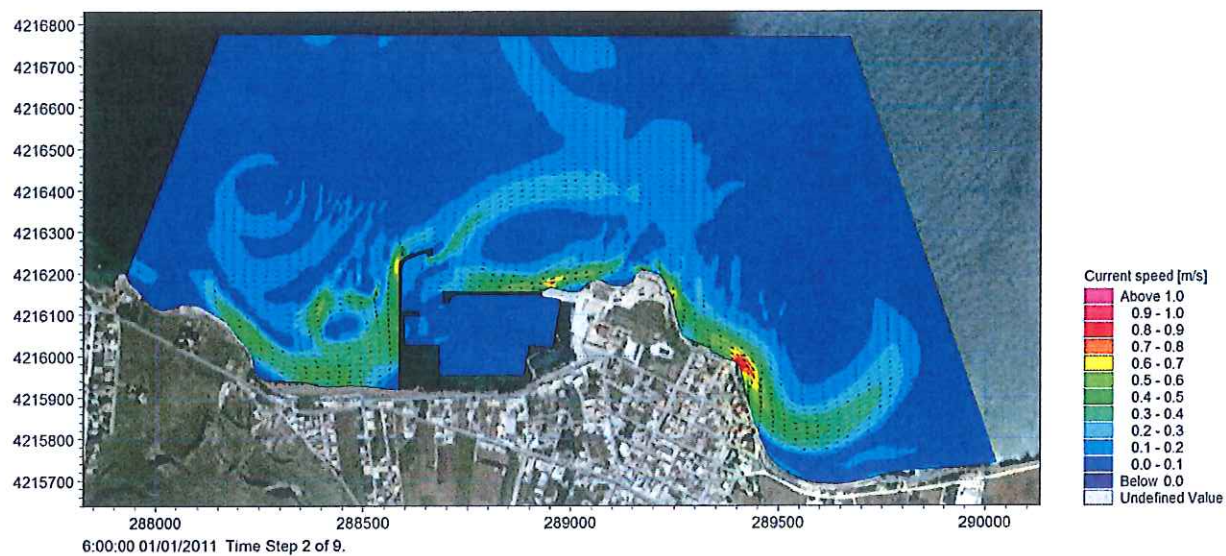


Figura 29

Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

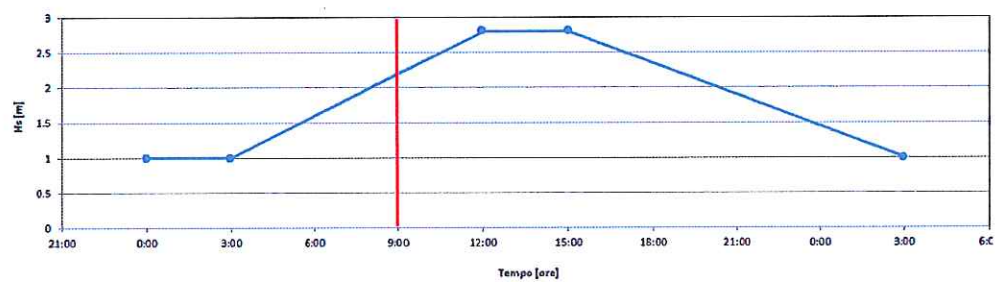
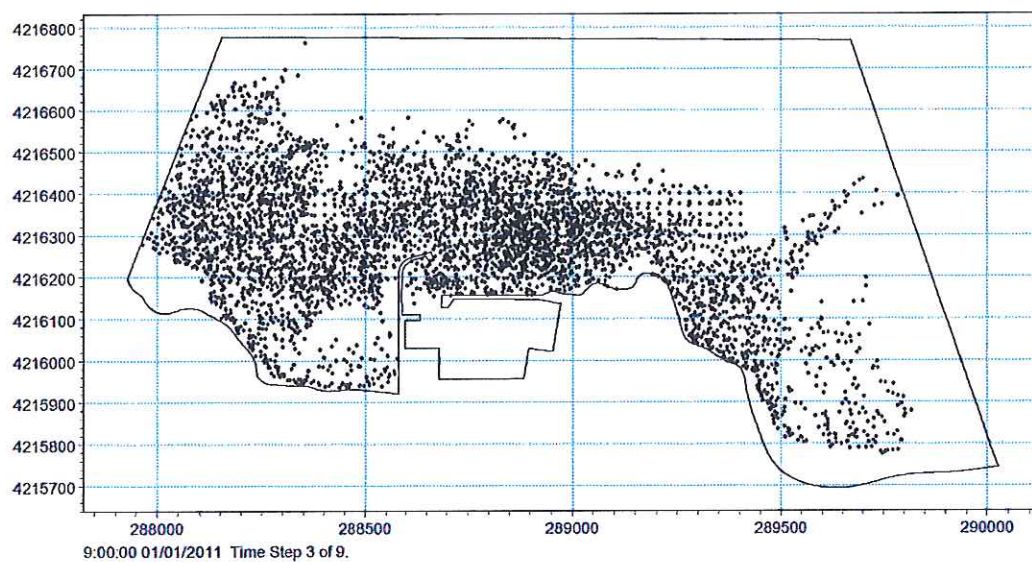
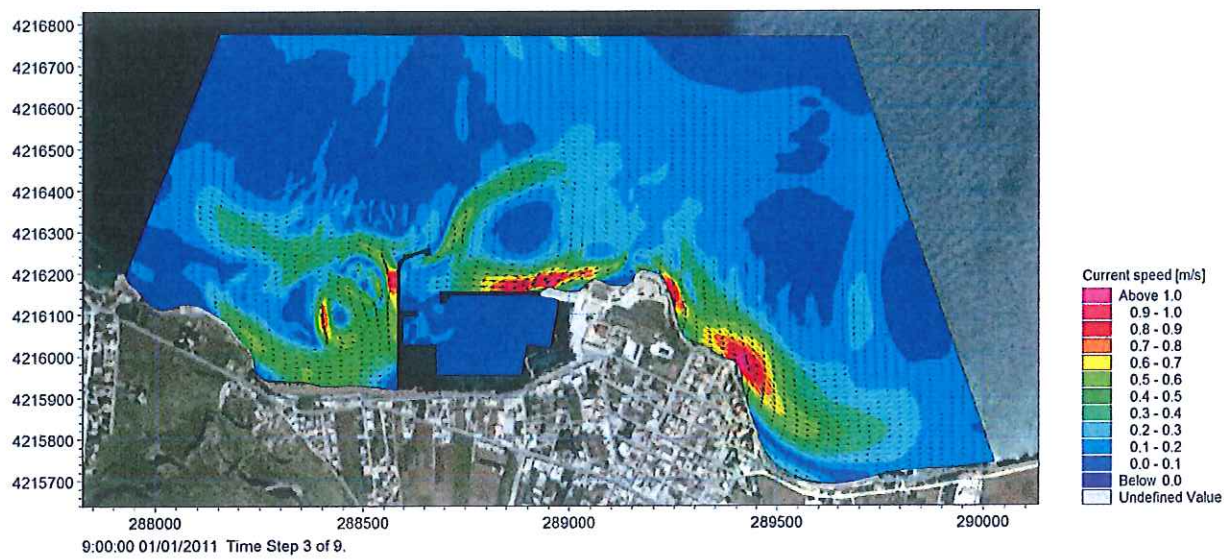


Figura 30

Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

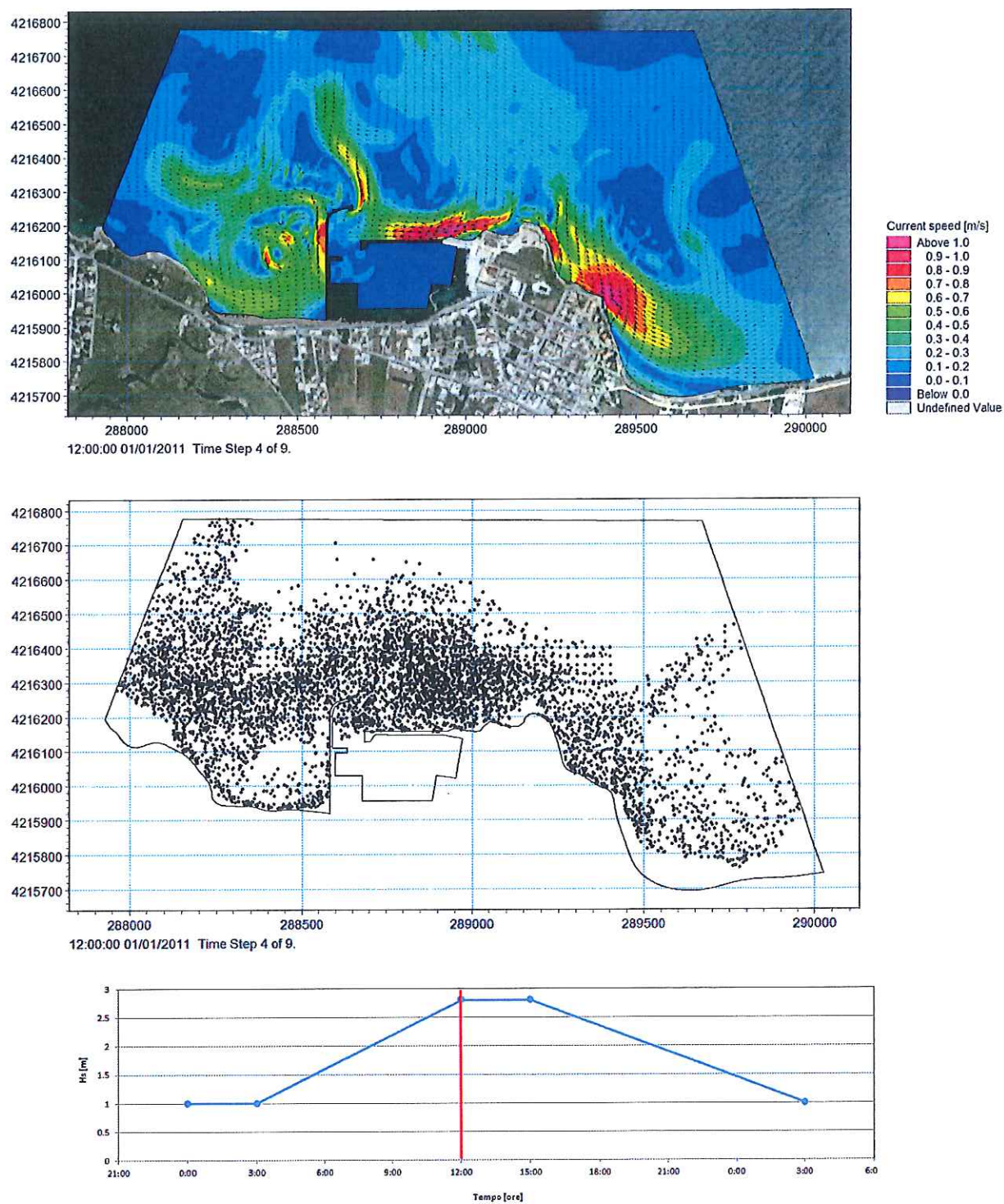


Figura 31 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

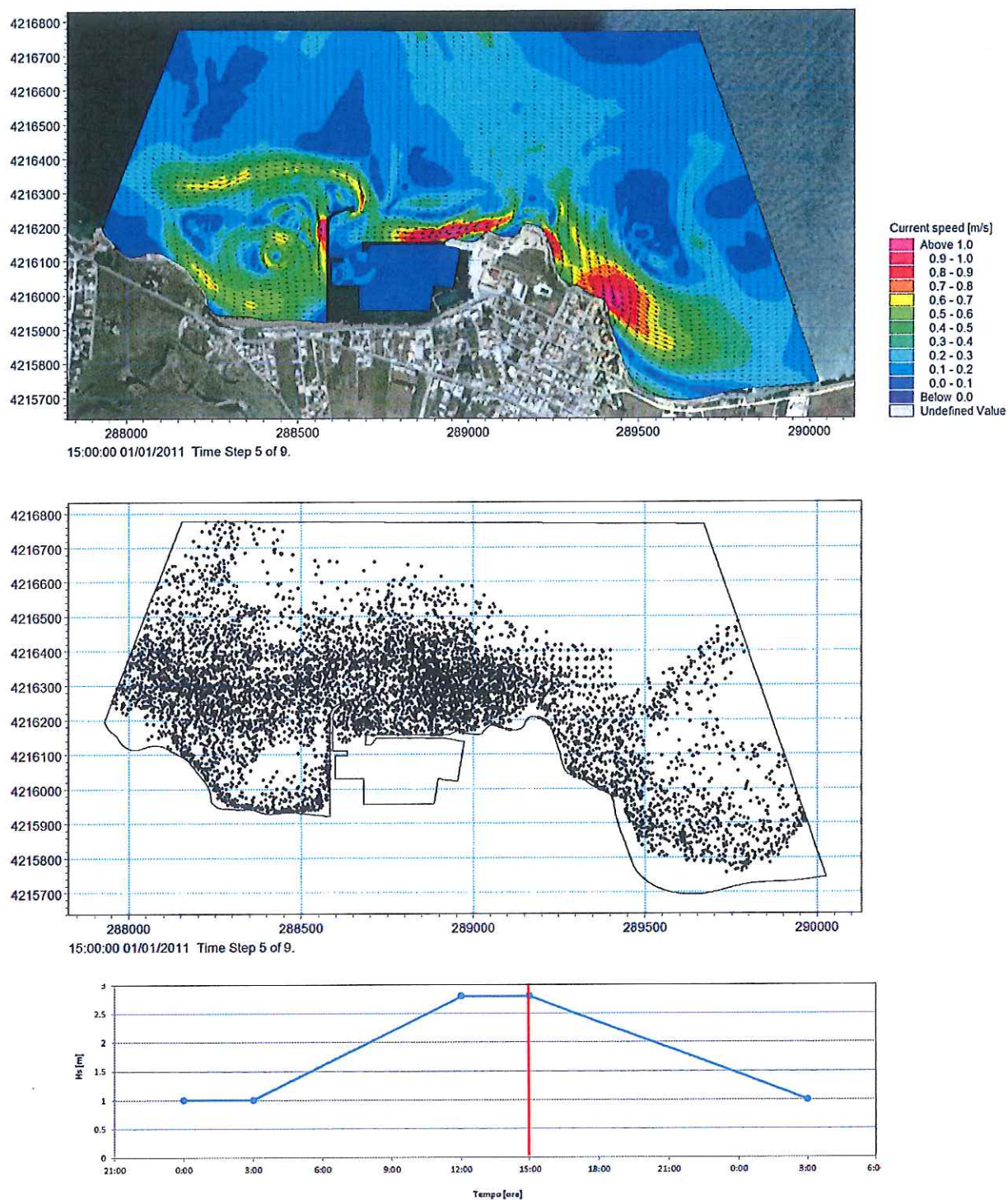


Figura 32 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

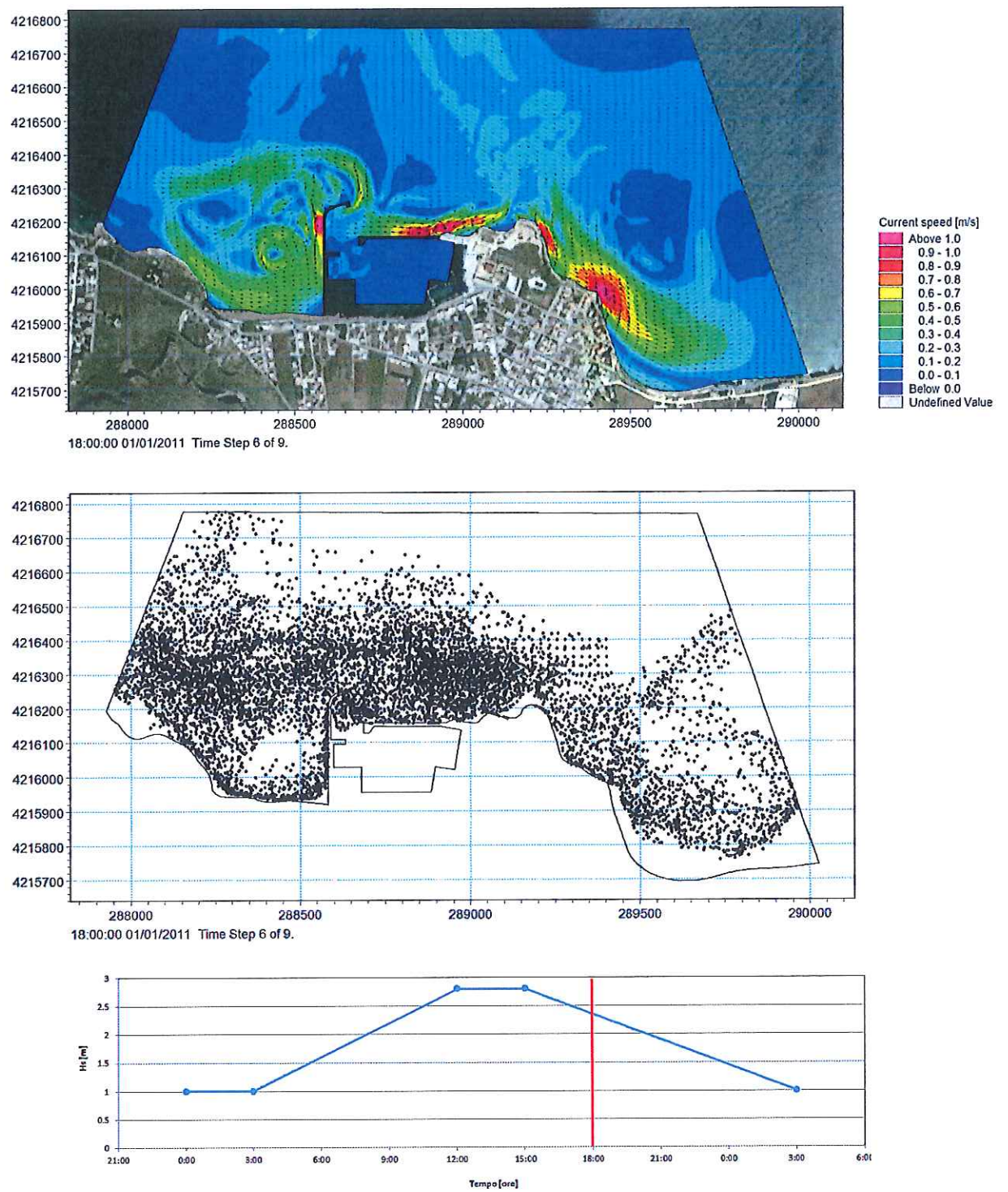


Figura 33 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

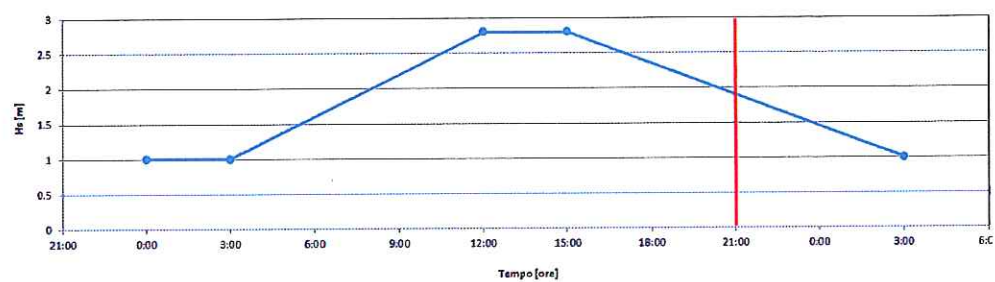
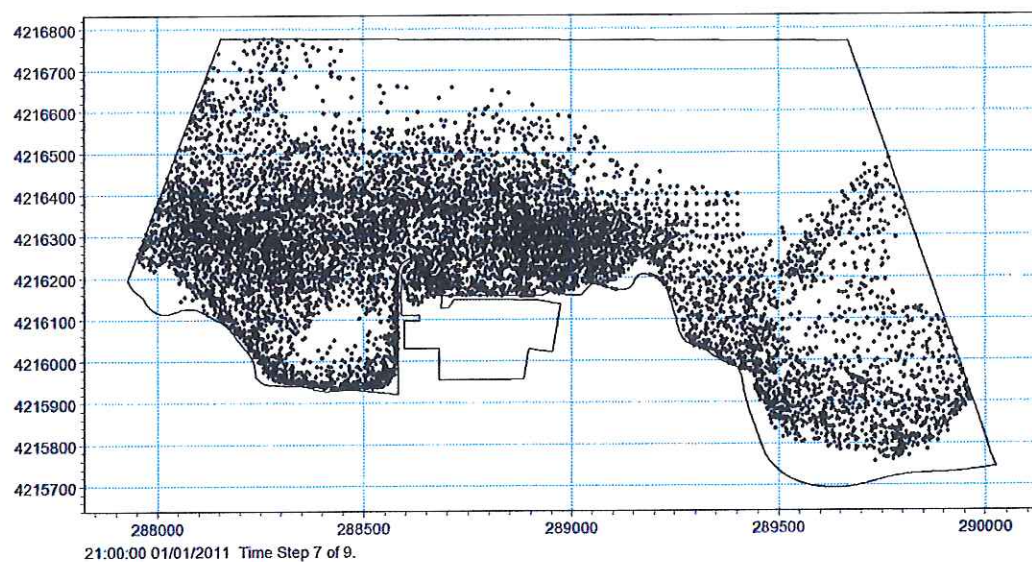
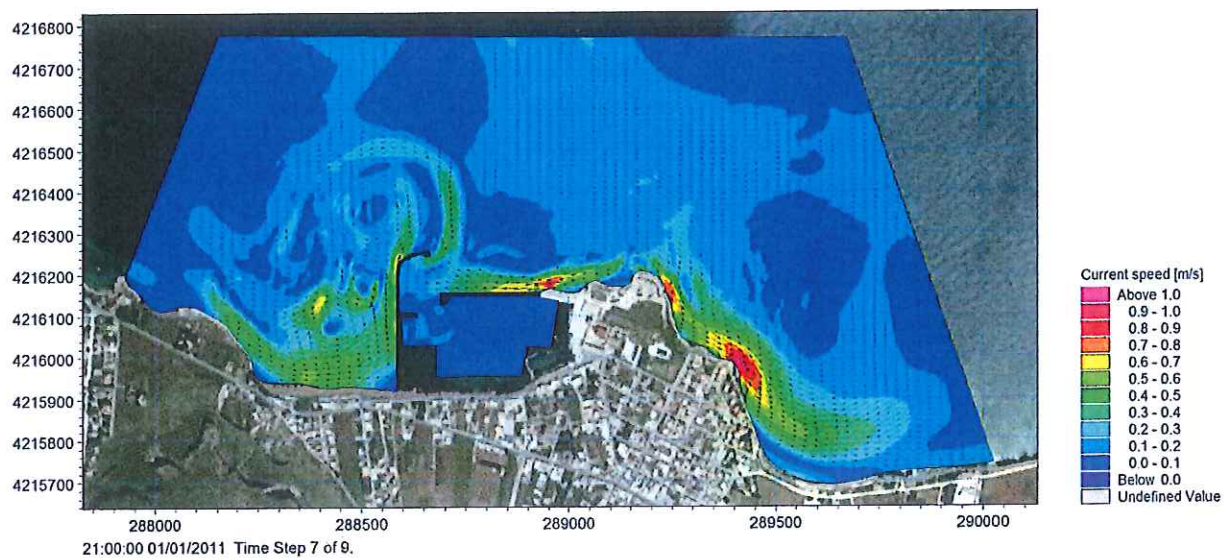


Figura 34 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

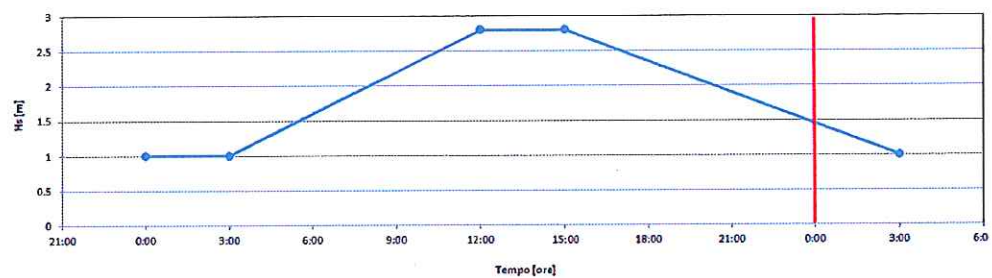
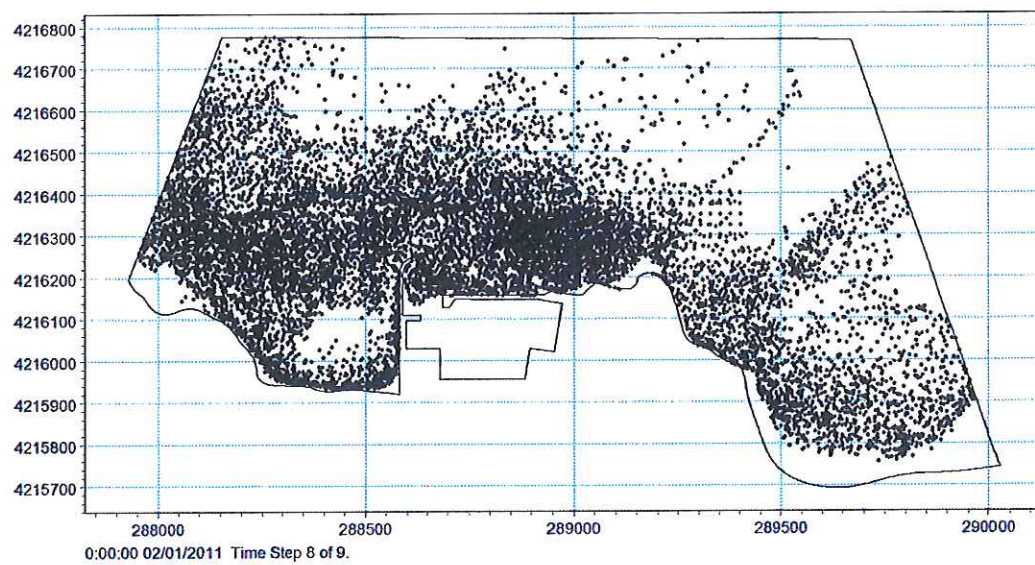
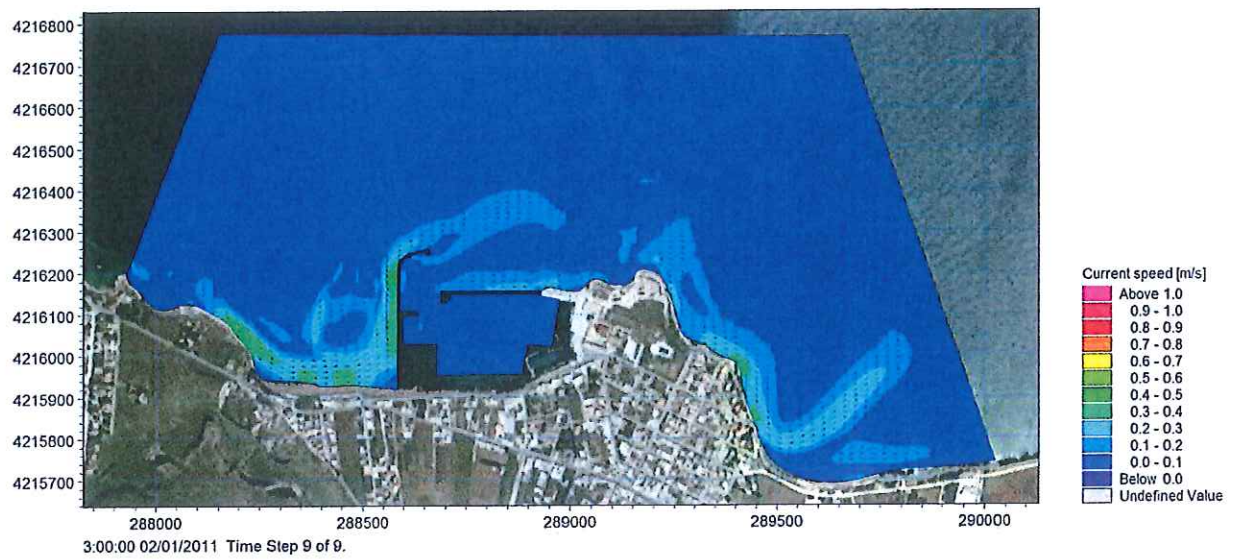


Figura 35 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

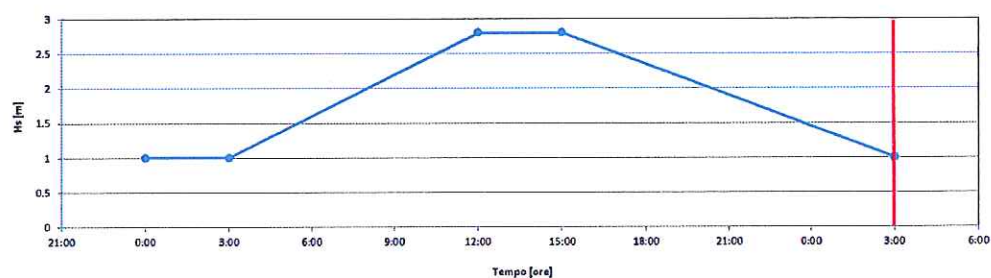
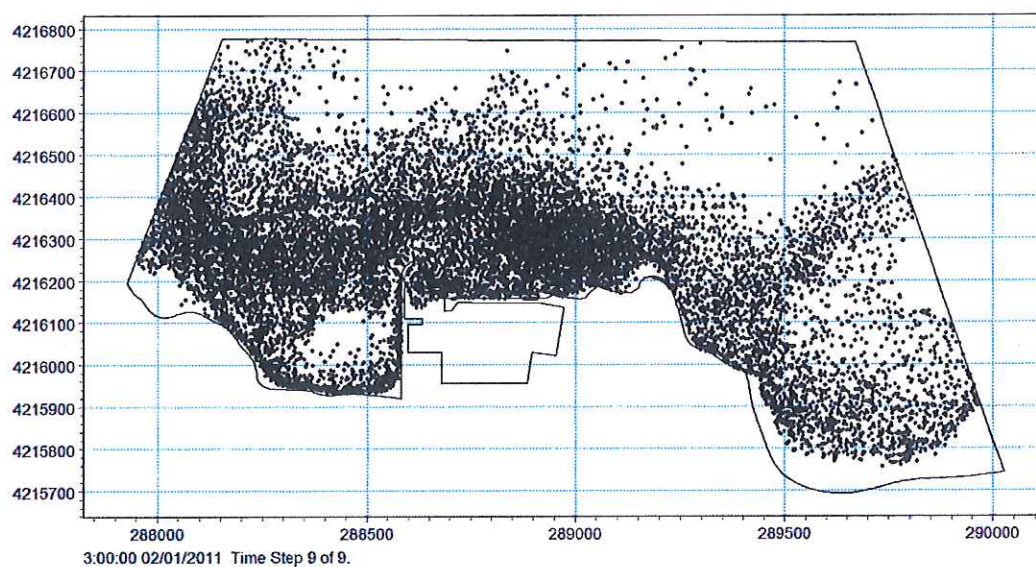
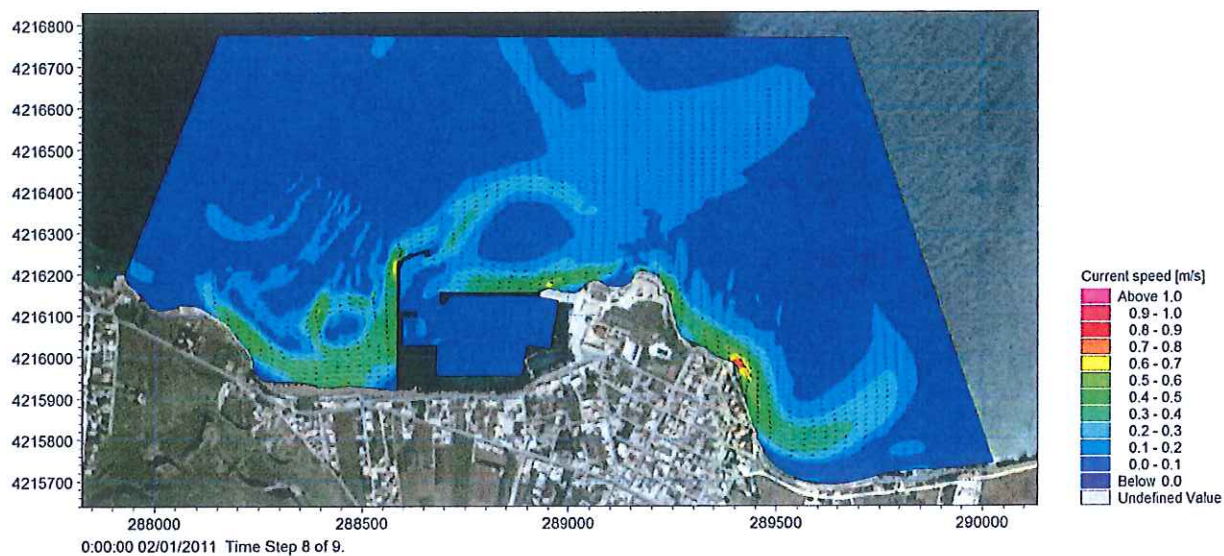


Figura 36 Mareggiata E_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.

Stato attuale – Mareggiata O_B

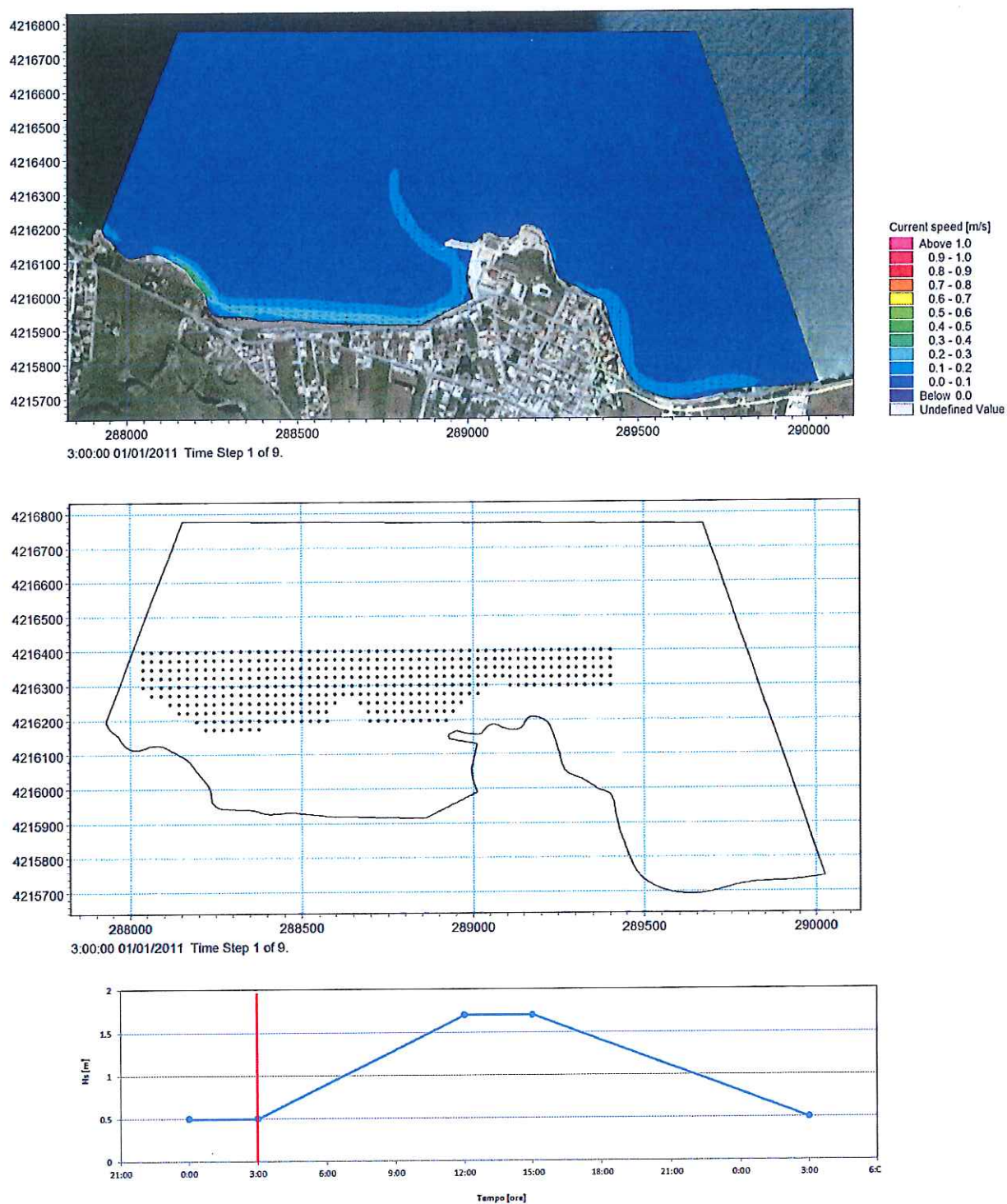


Figura 37 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

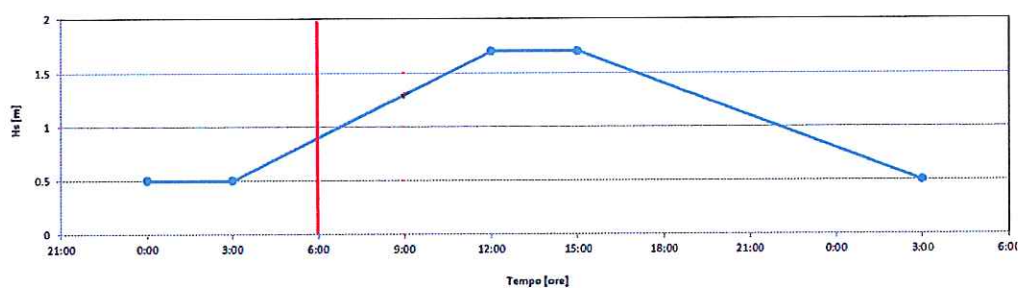
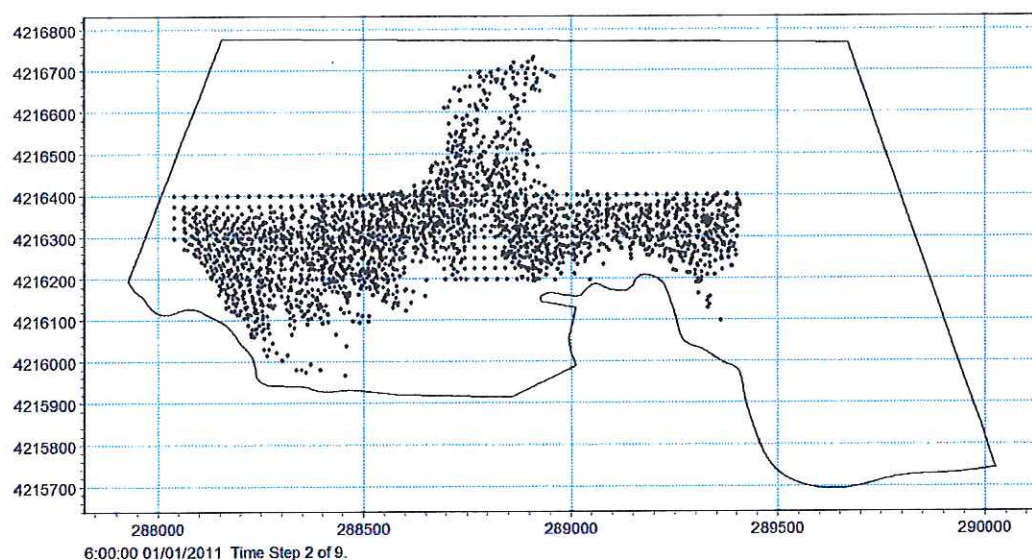
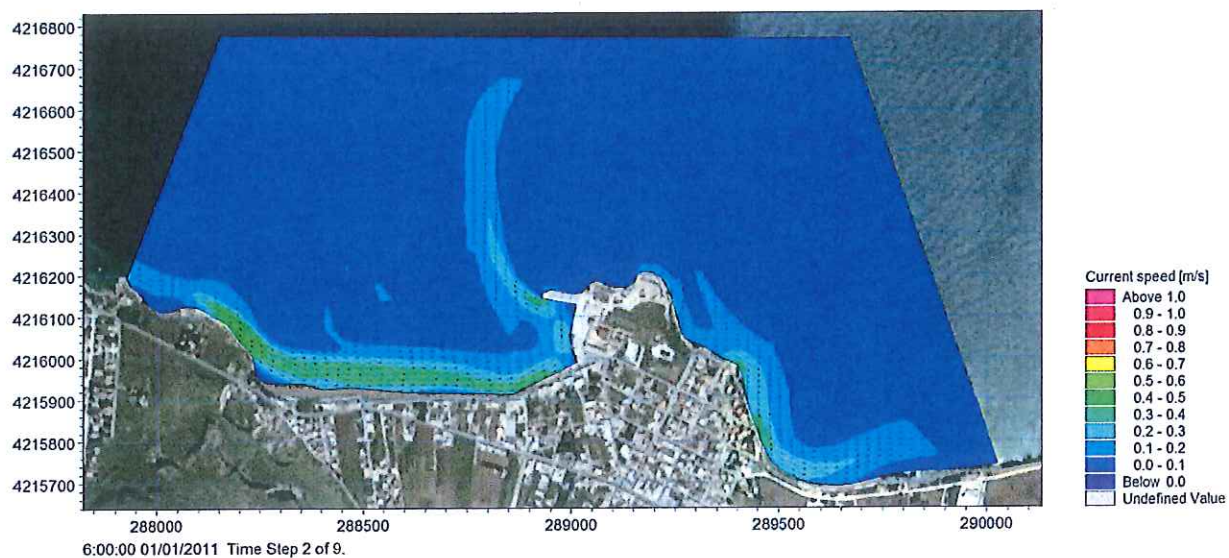


Figura 38 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

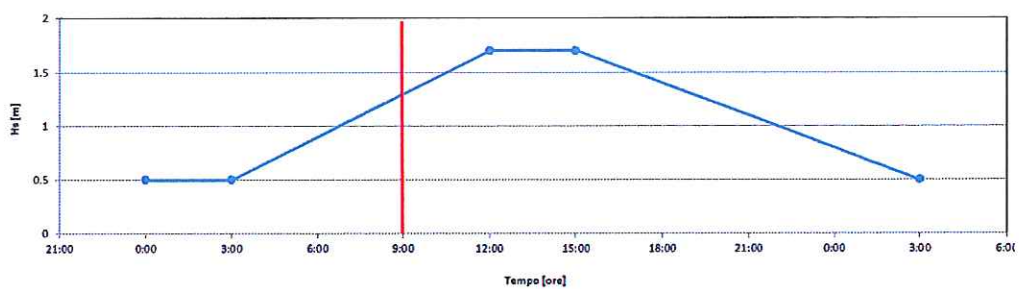
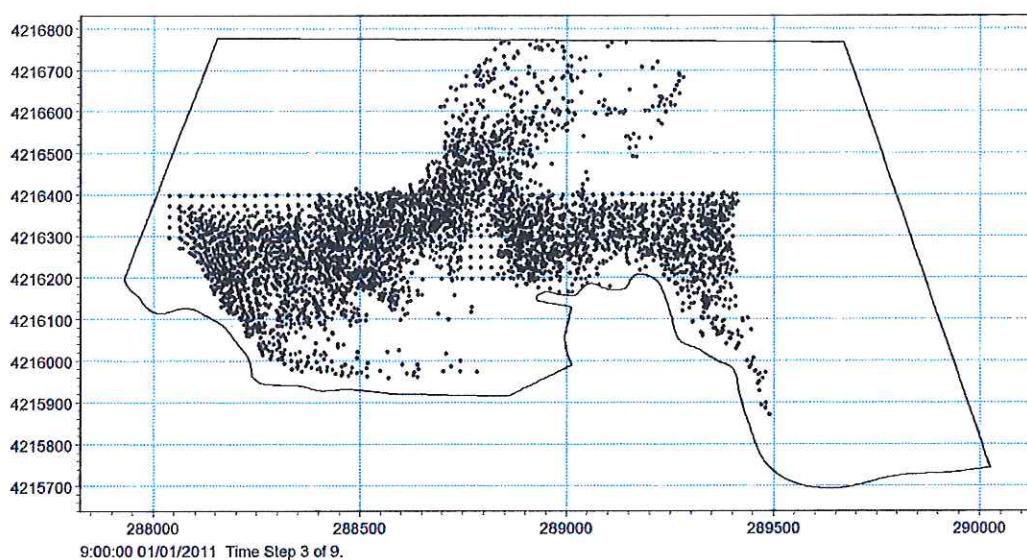
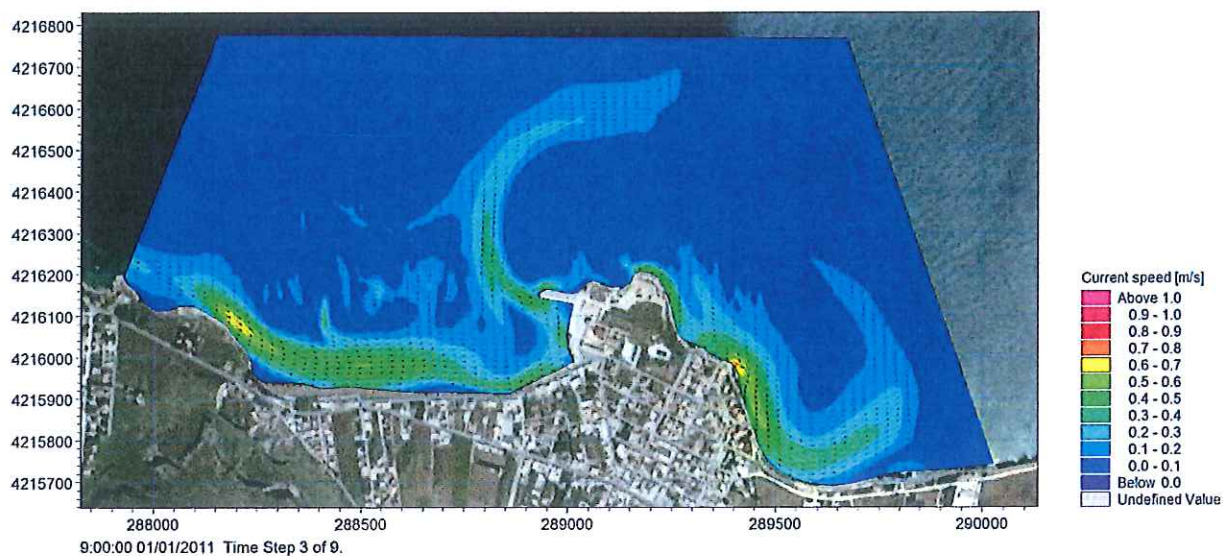


Figura 39 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

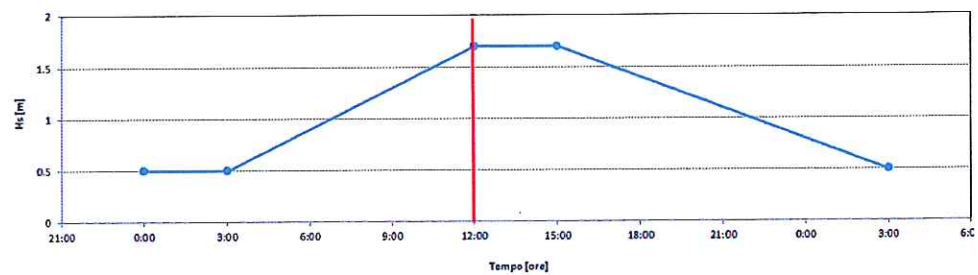
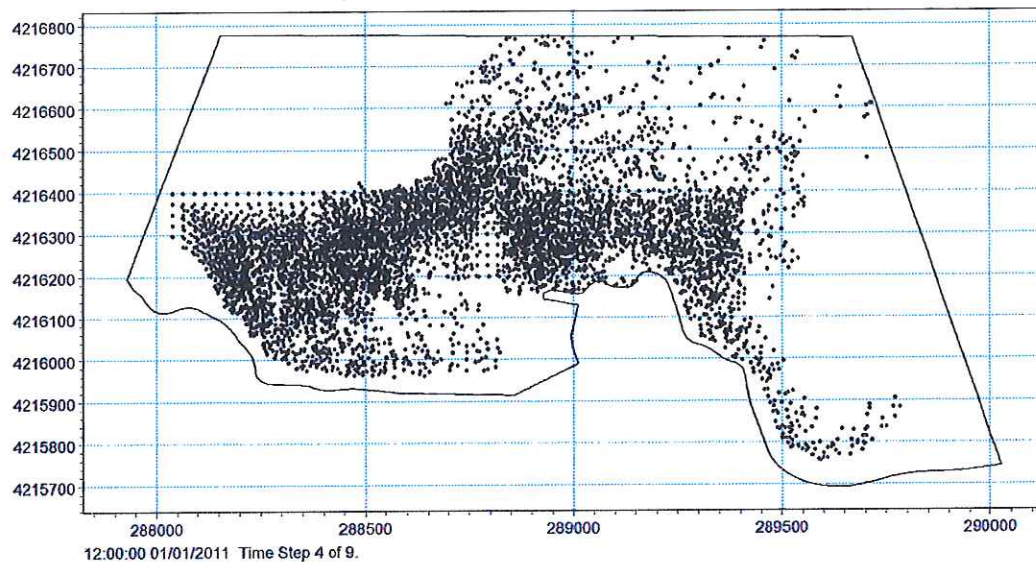
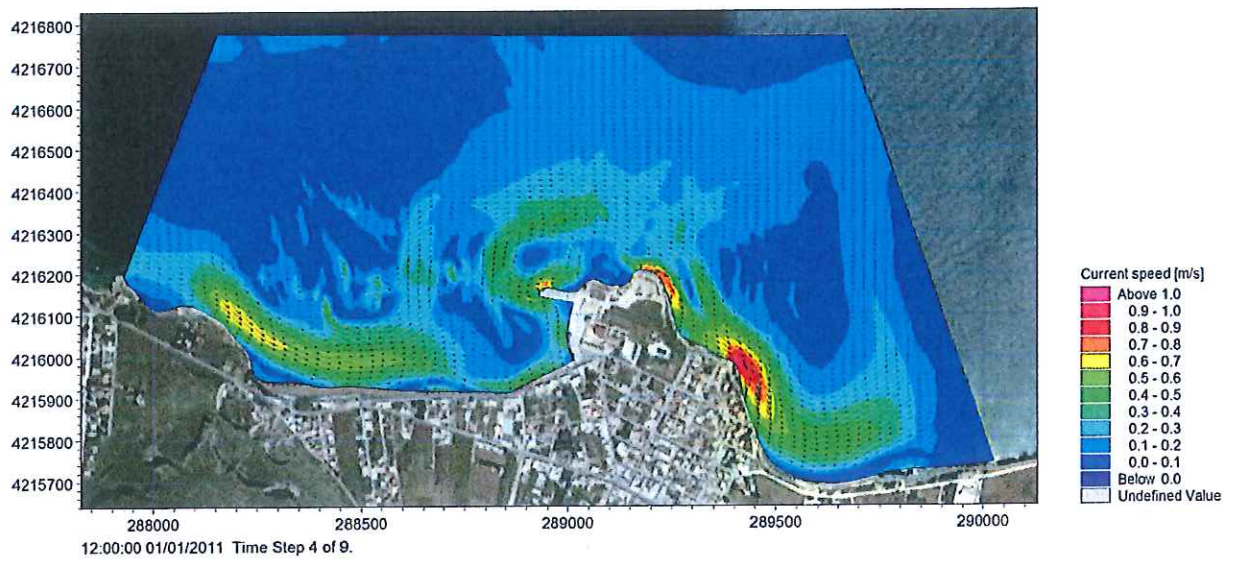


Figura 40 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

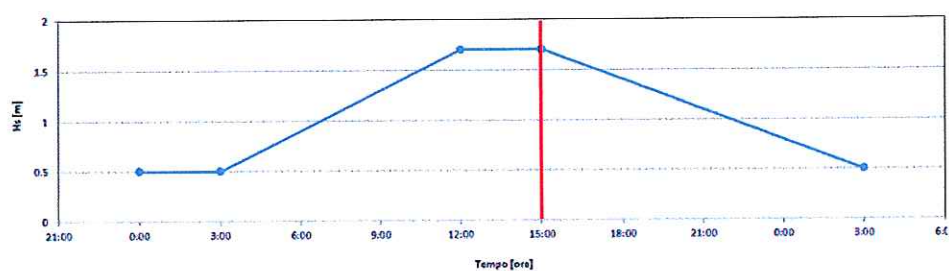
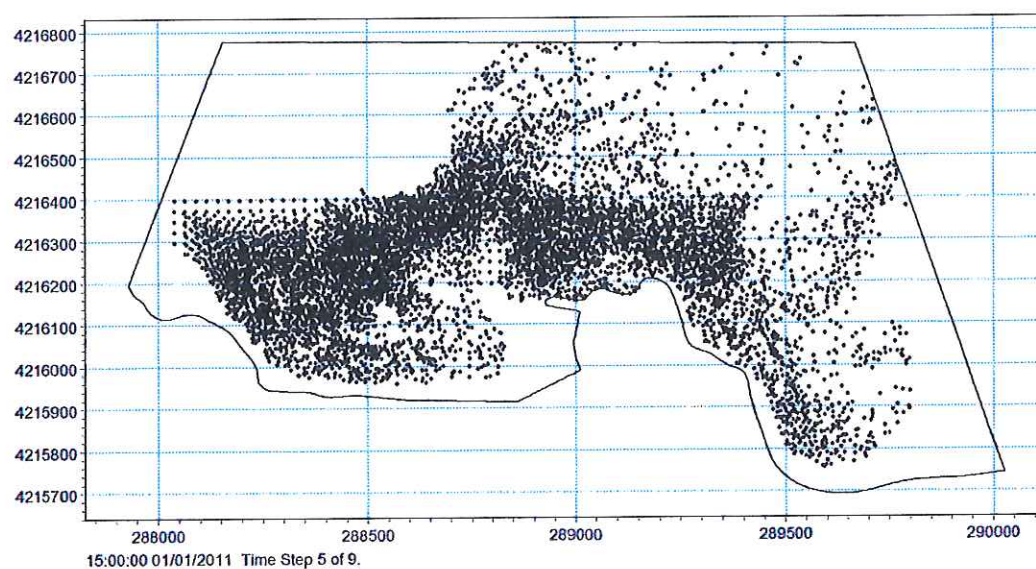
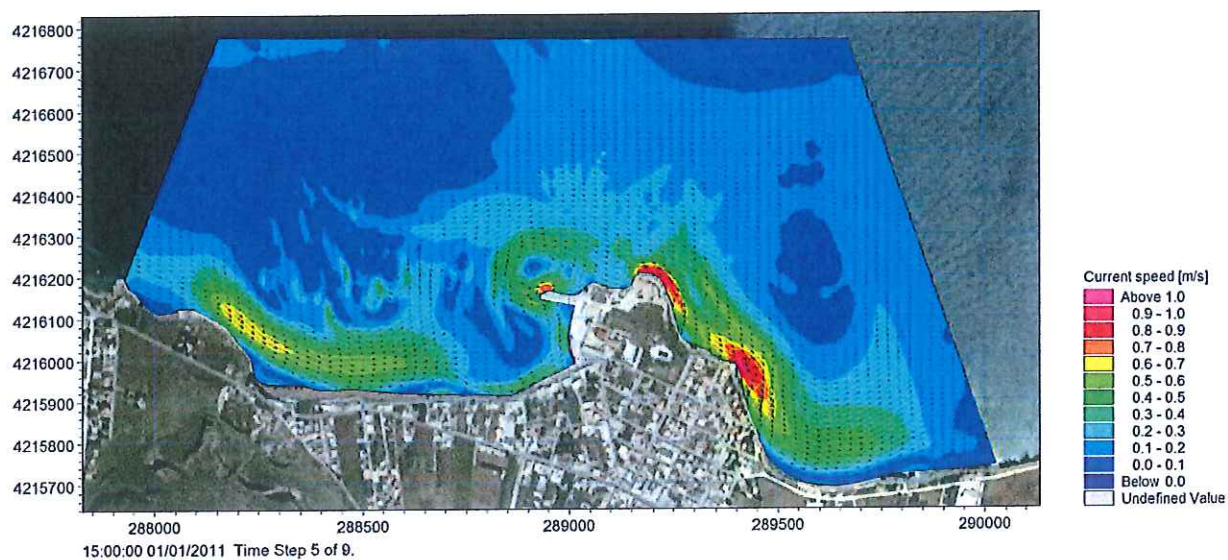


Figura 41 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

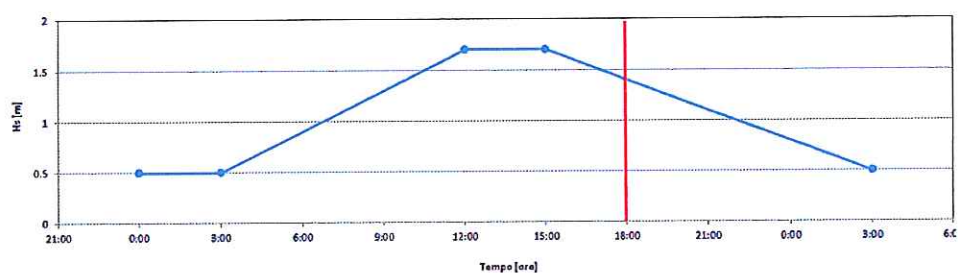
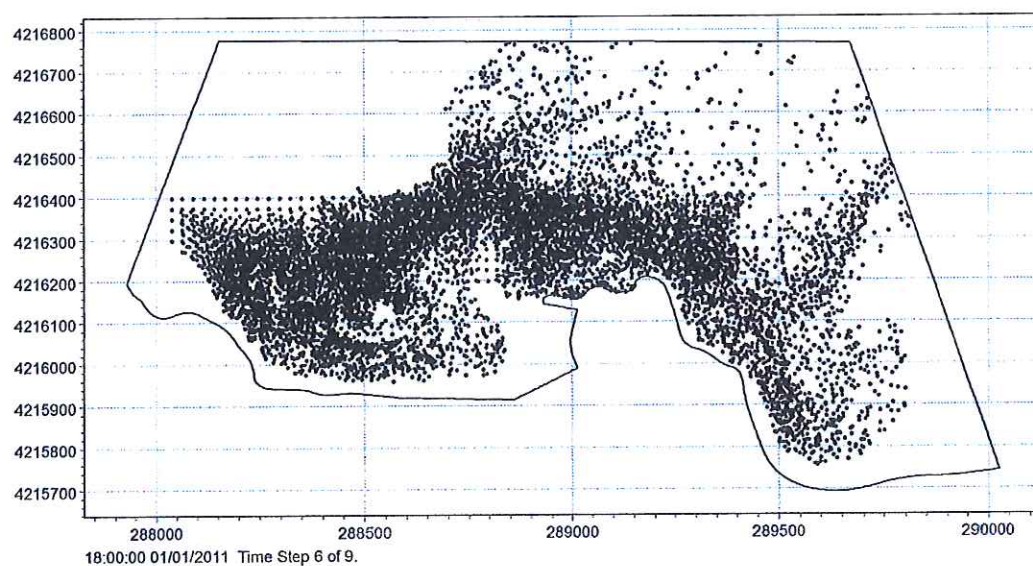
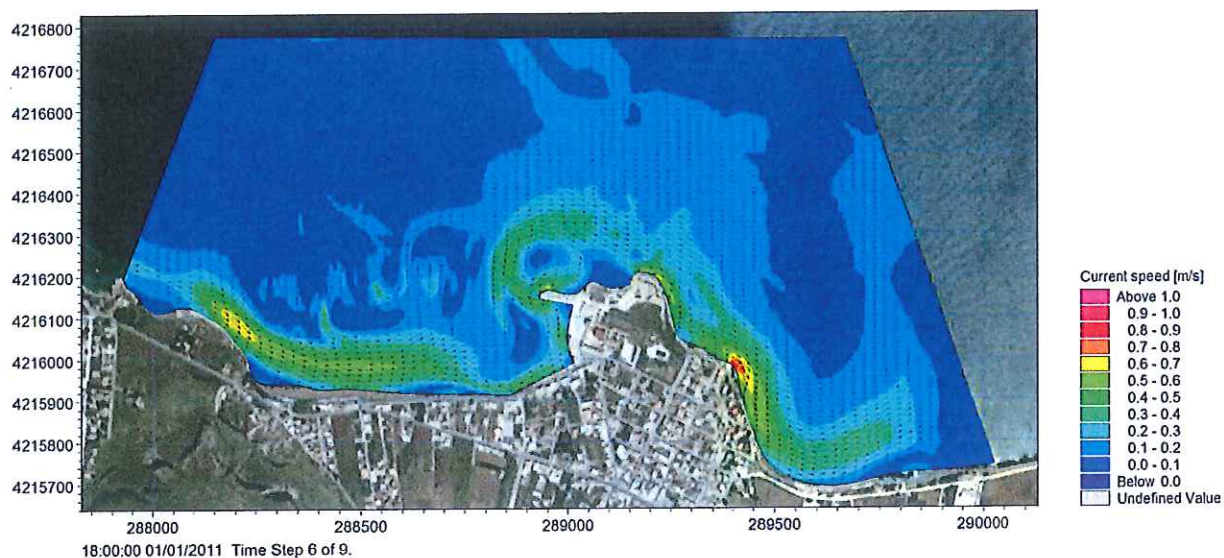


Figura 42 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

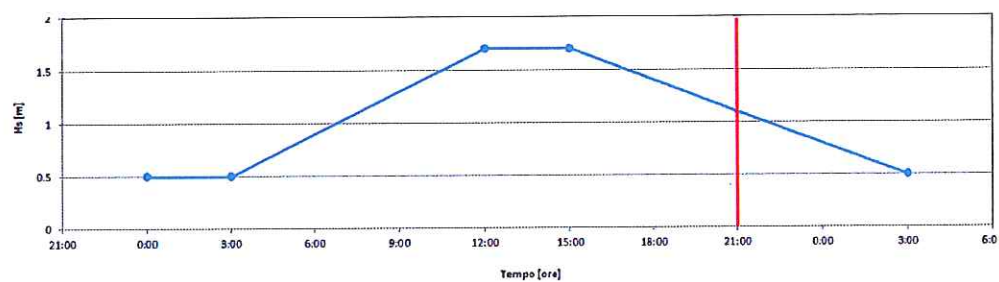
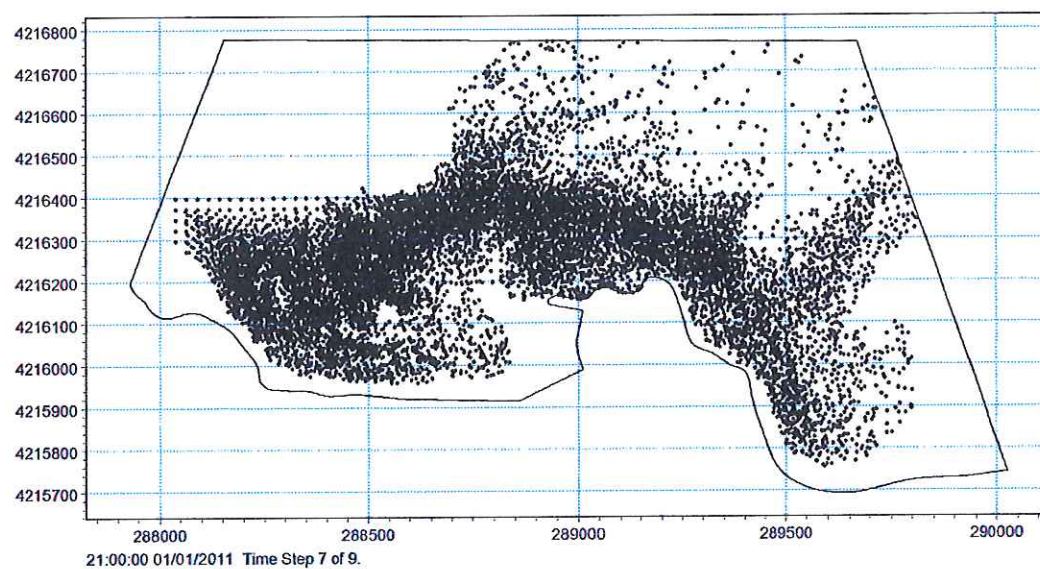
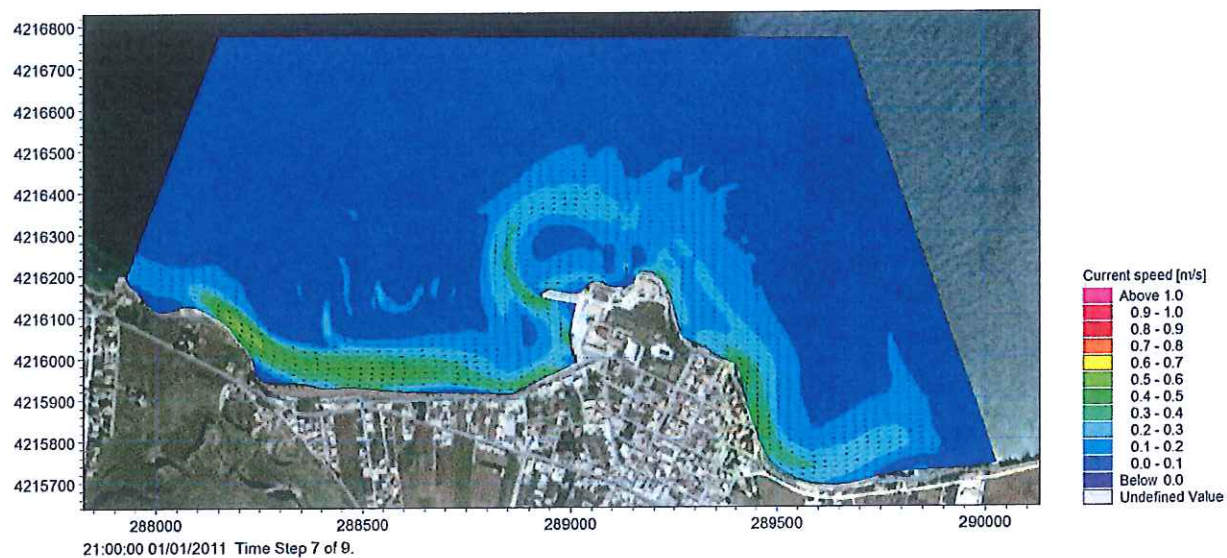


Figura 43 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

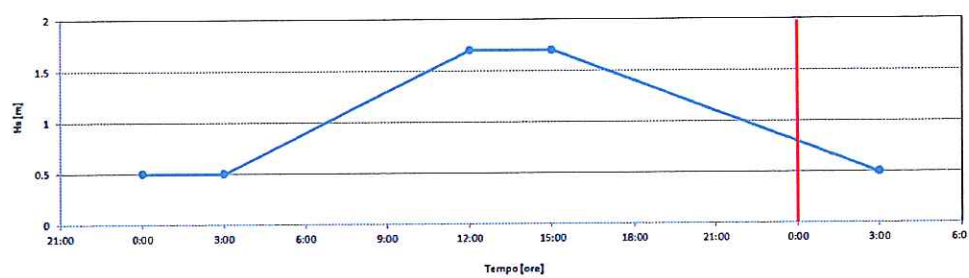
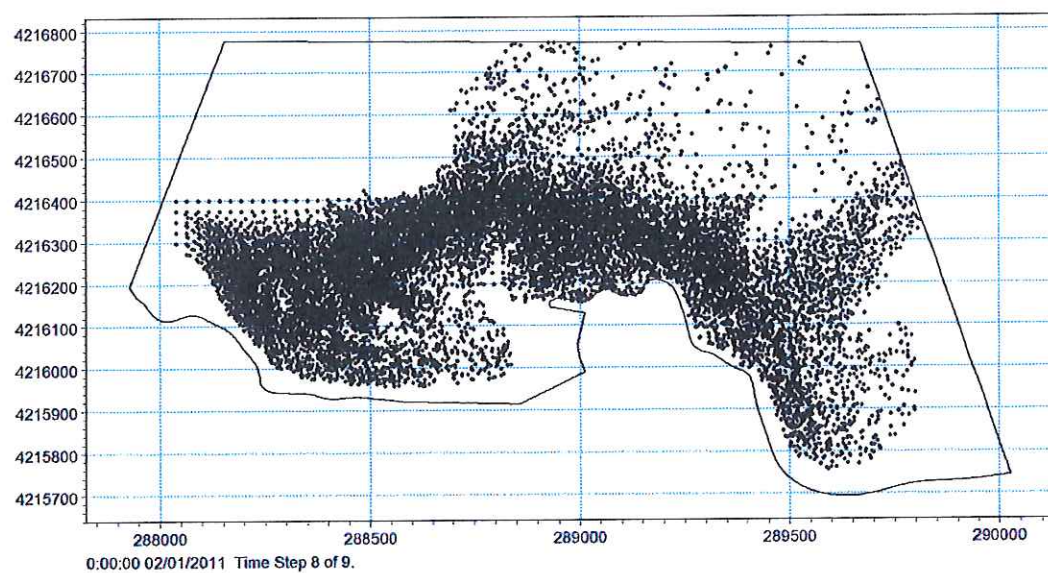
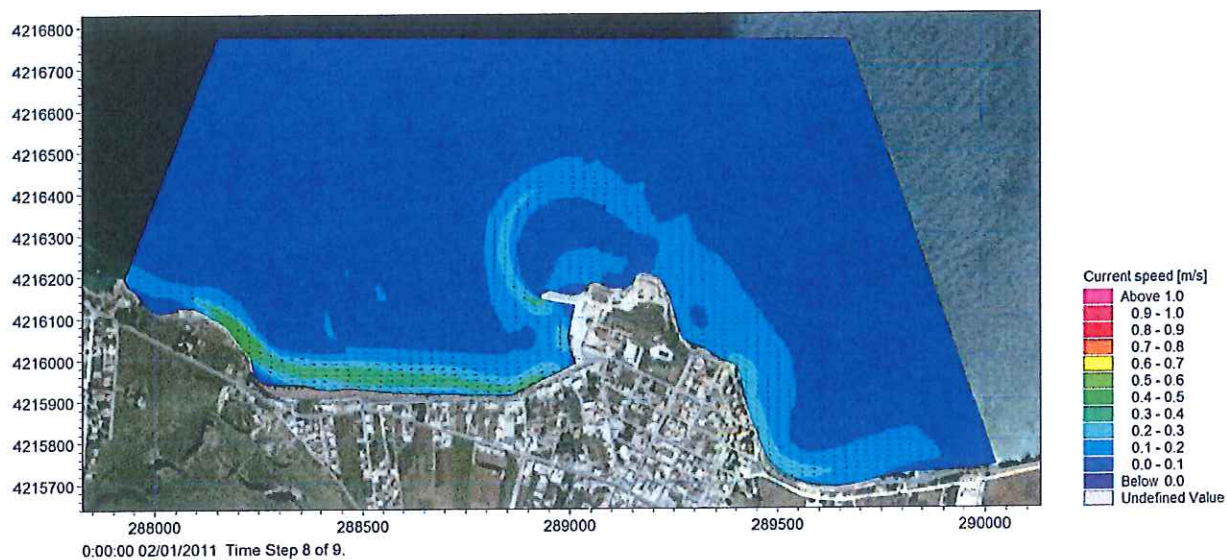


Figura 44

Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

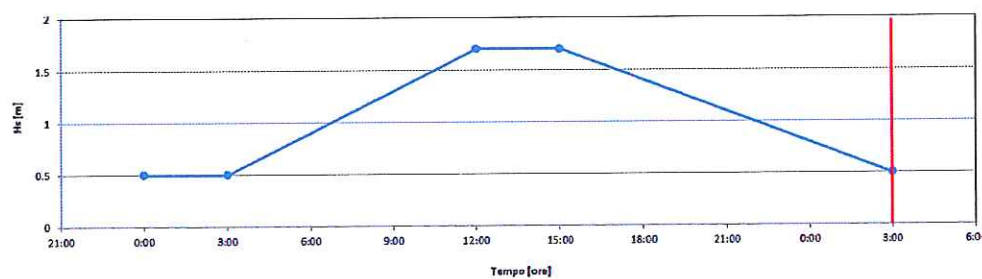
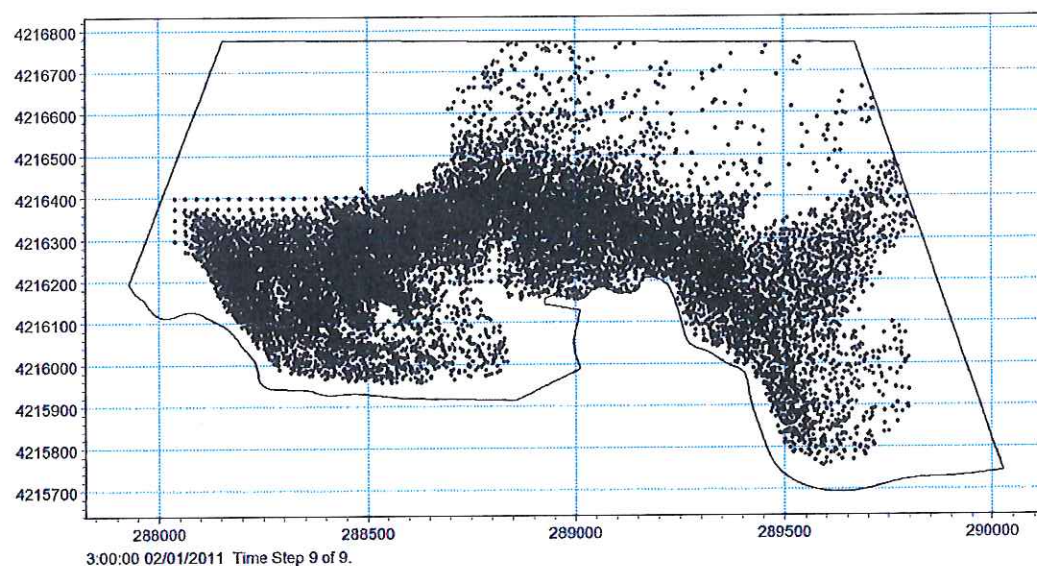


Figura 45 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.

Stato di progetto – Mareggiata O_B

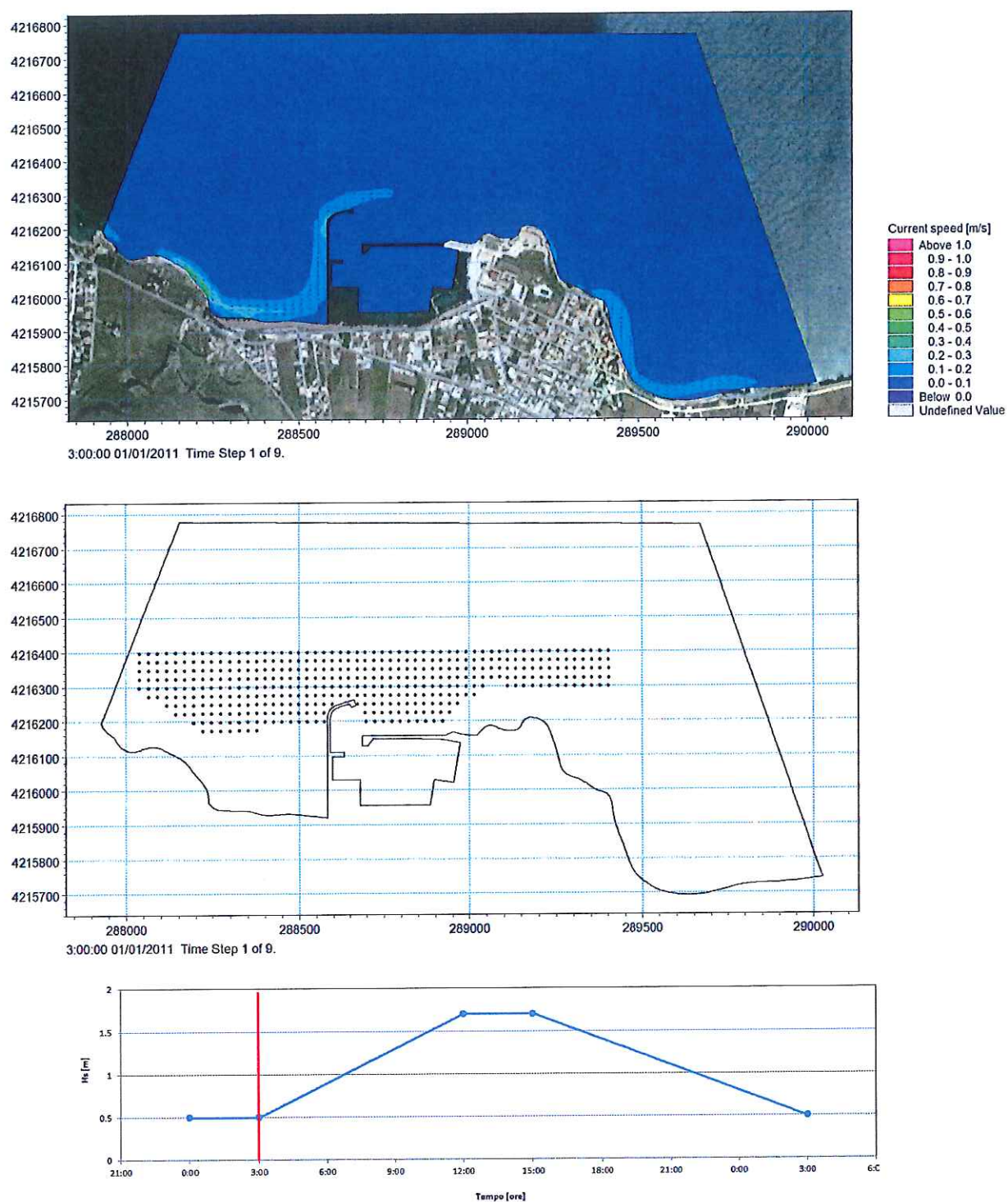


Figura 46 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

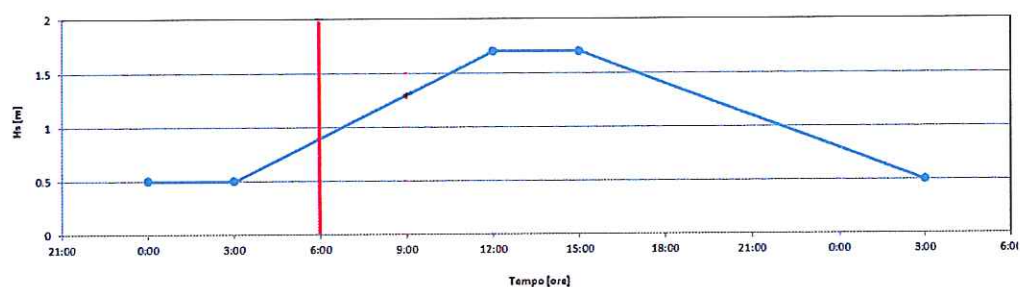
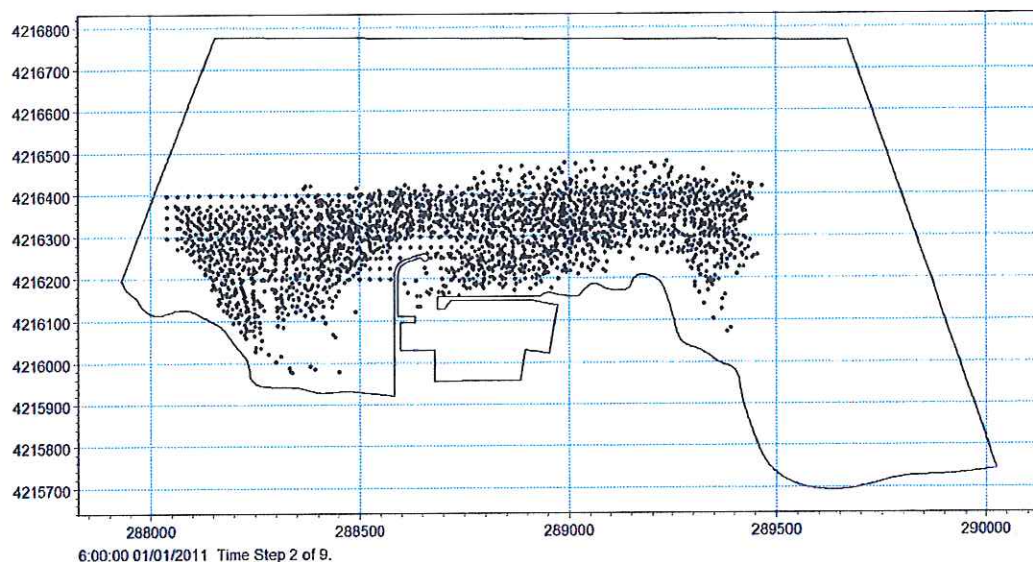
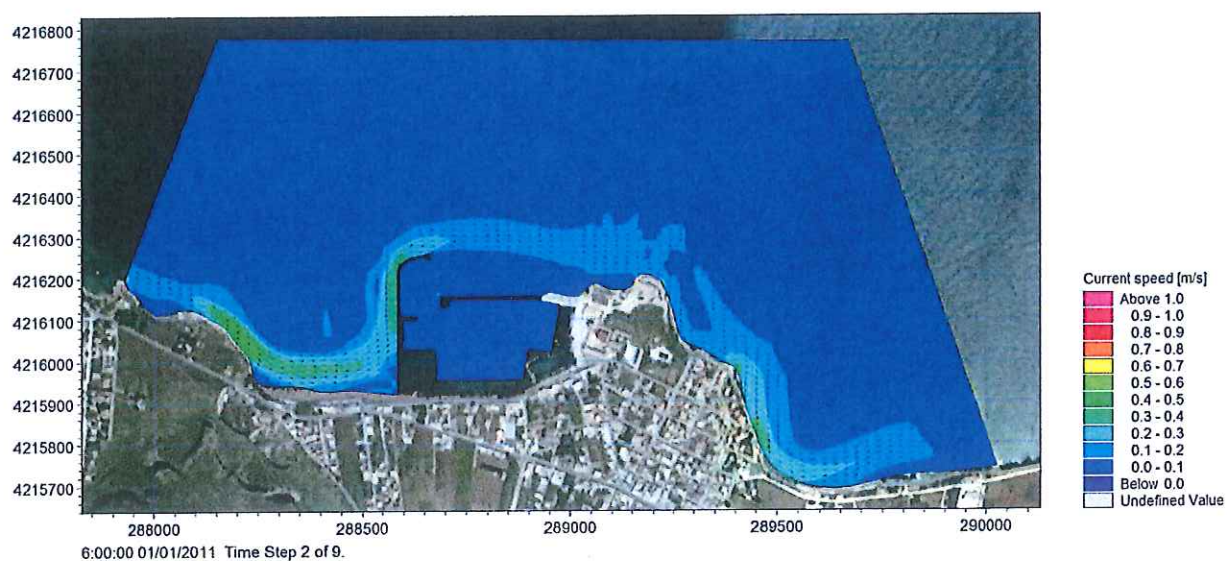


Figura 47 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

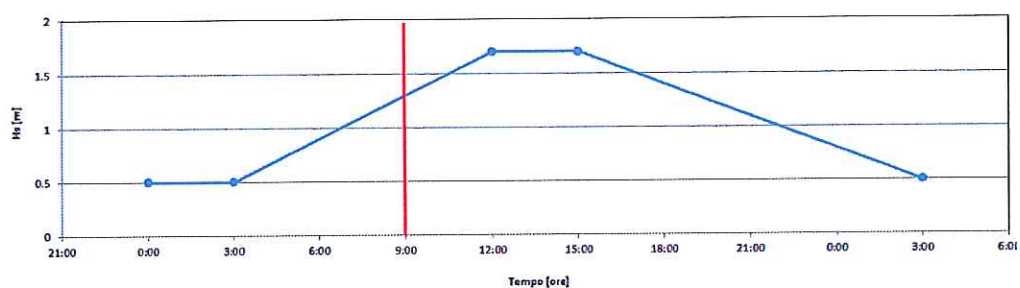
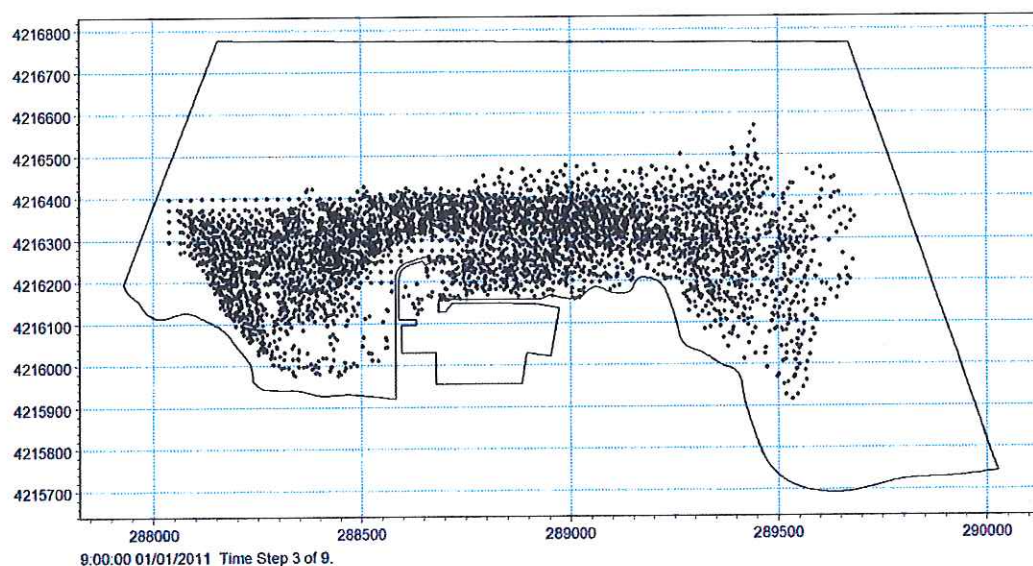
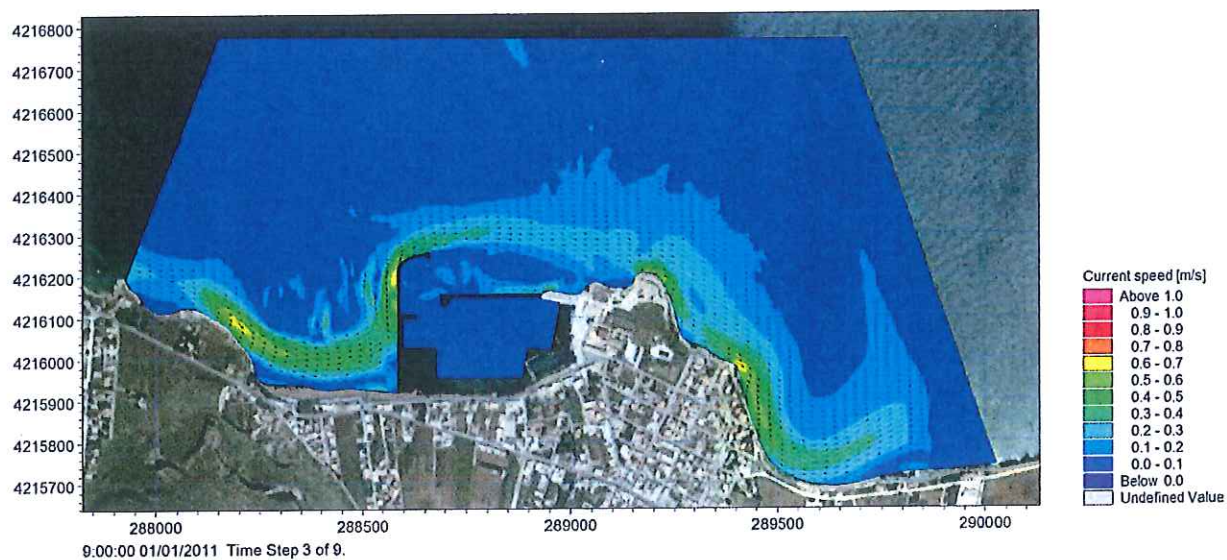


Figura 48 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

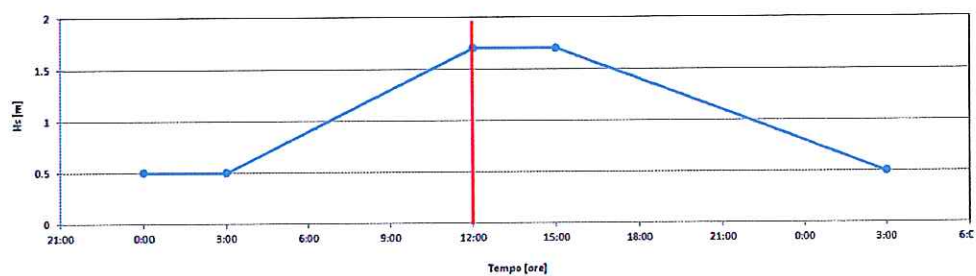
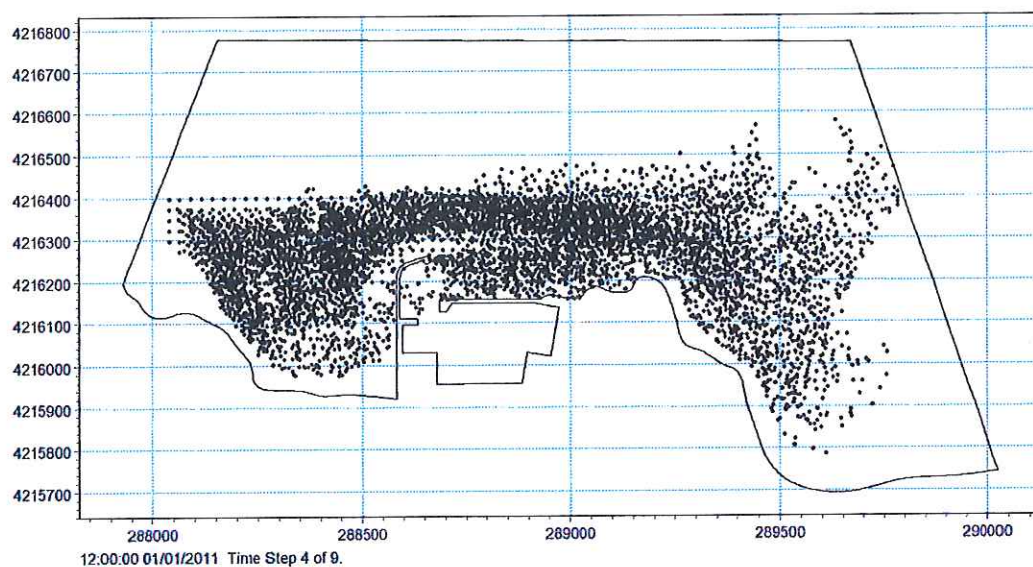
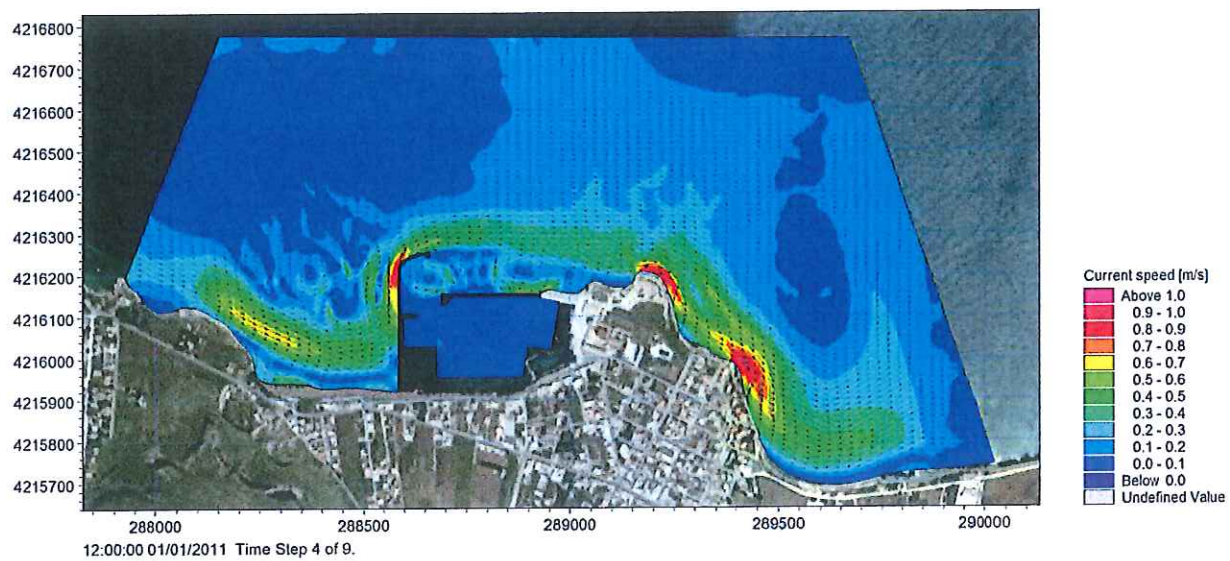


Figura 49 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

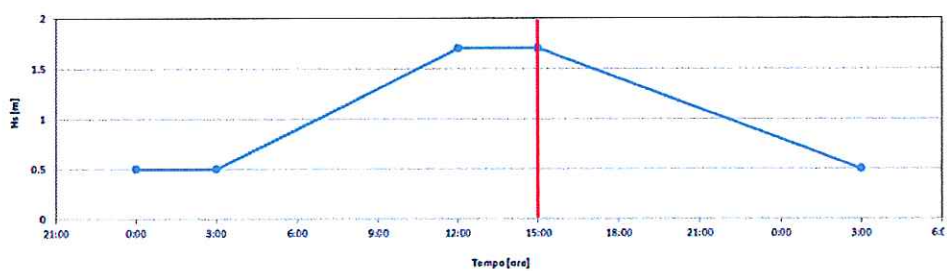
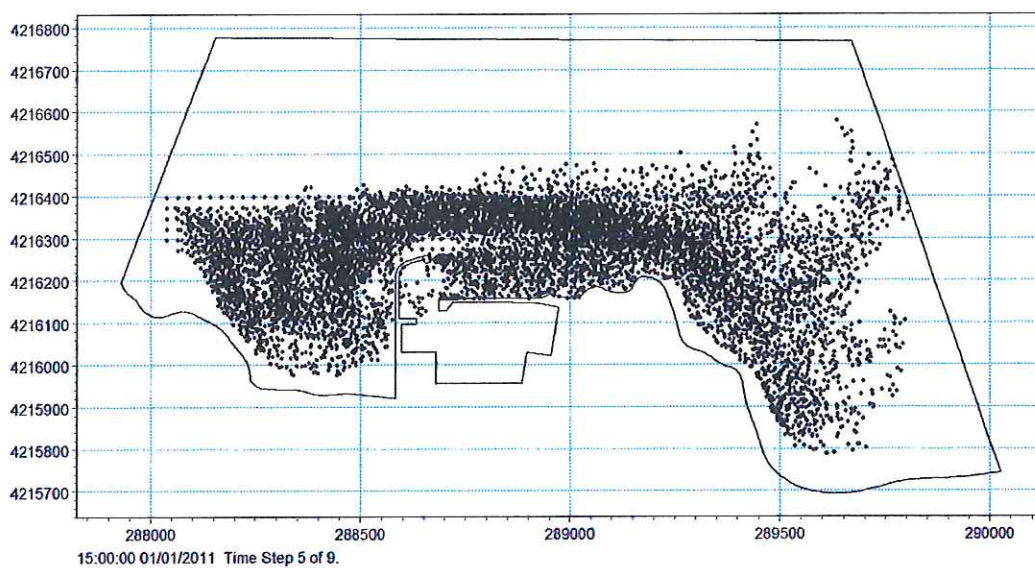
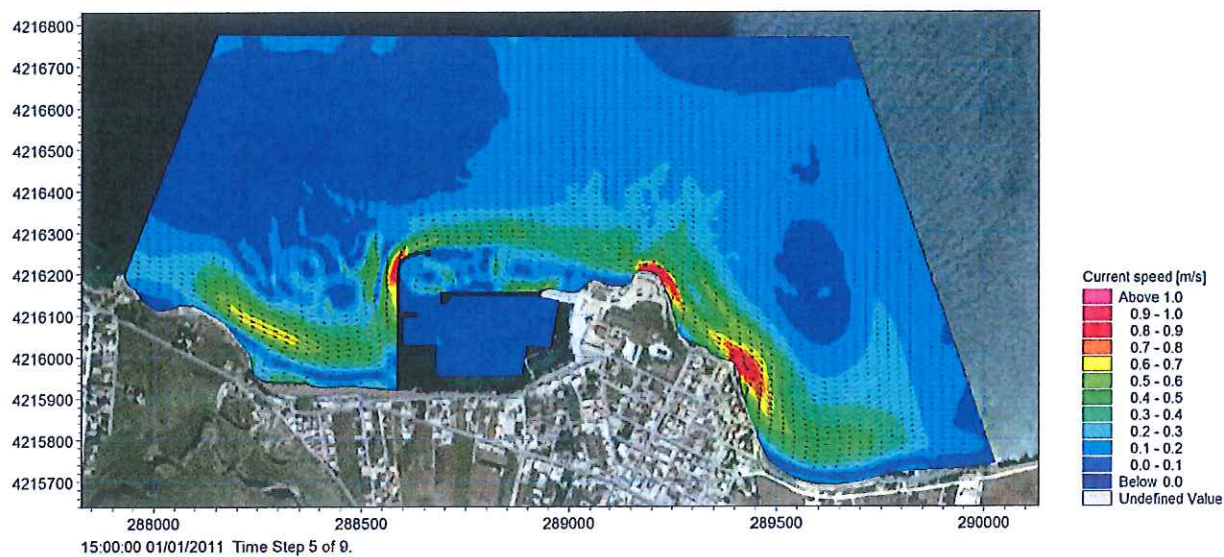


Figura 50

Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

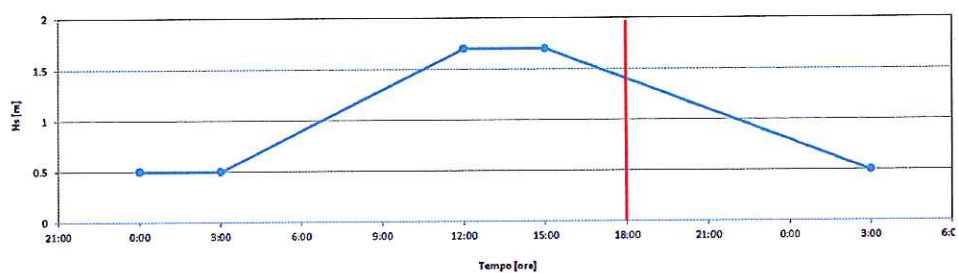
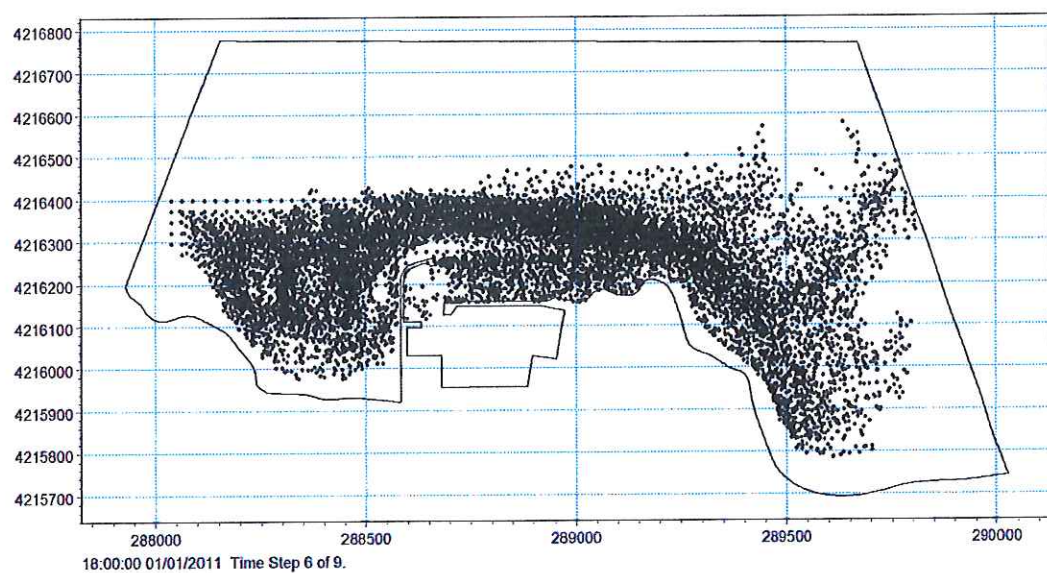
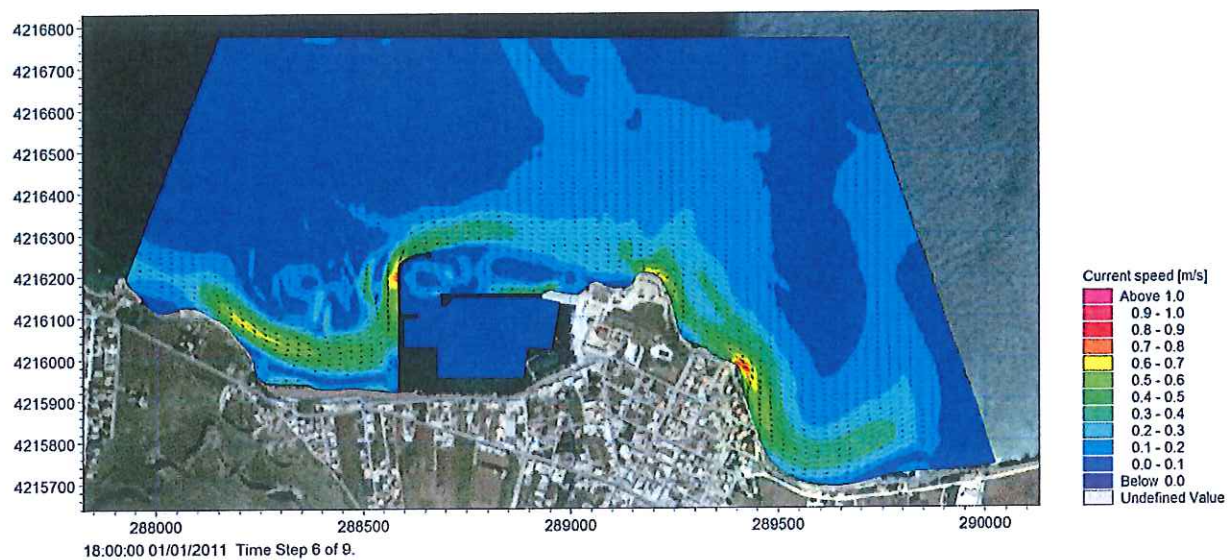


Figura 51 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

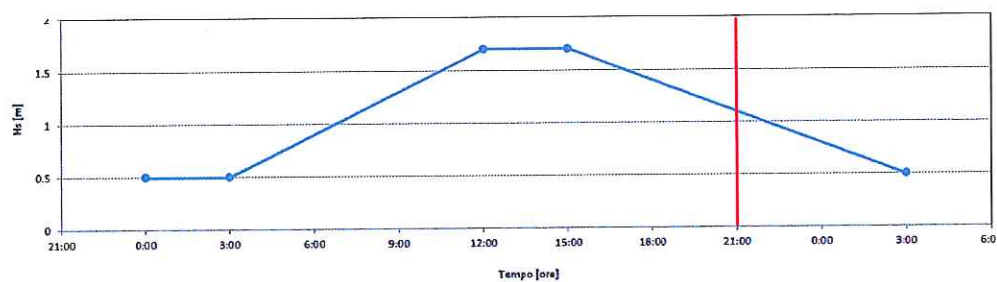
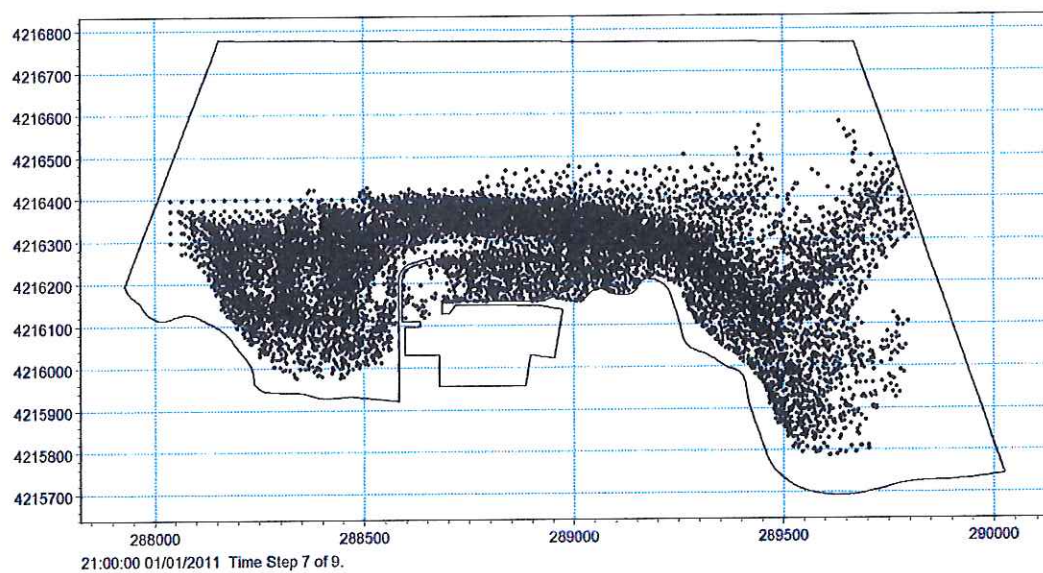
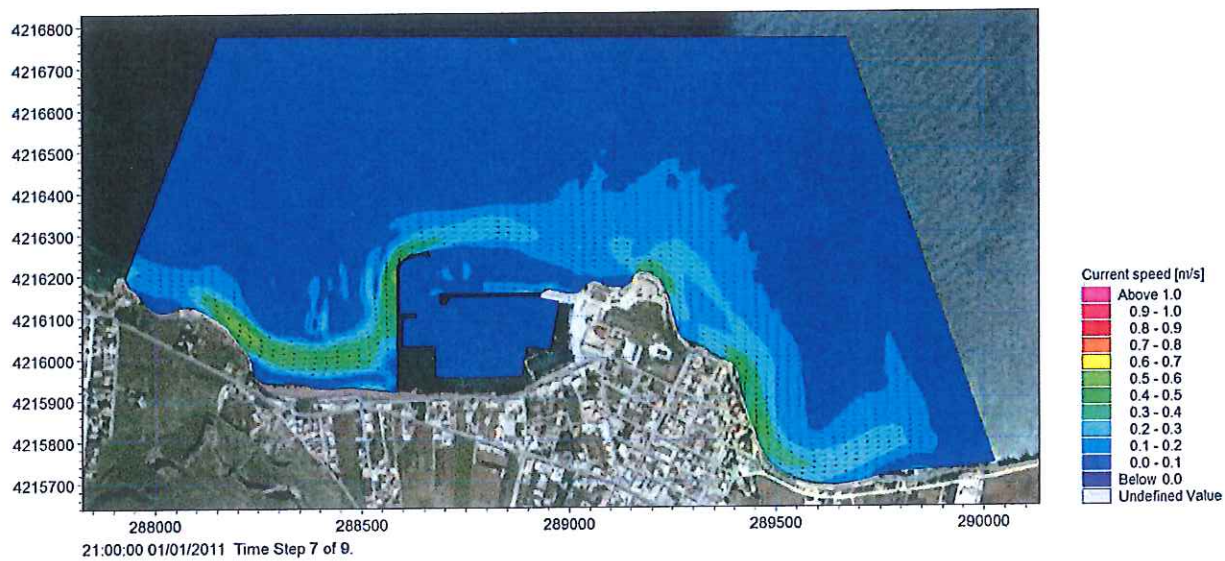


Figura 52 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

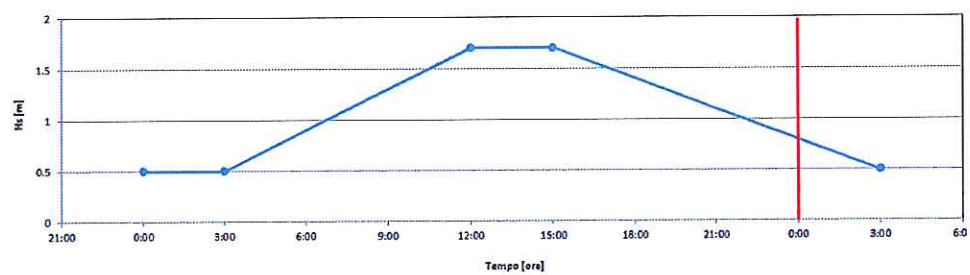
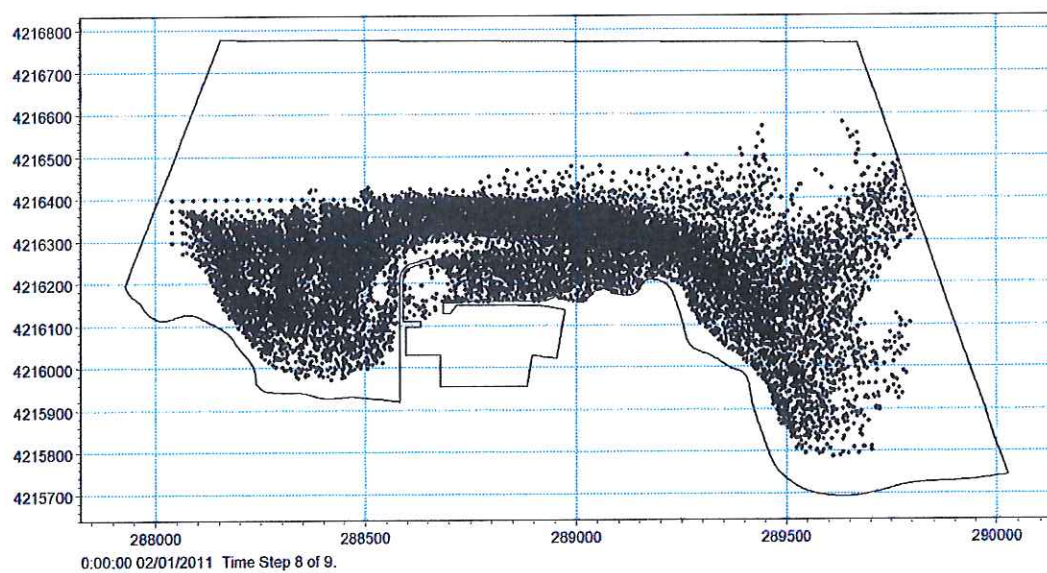
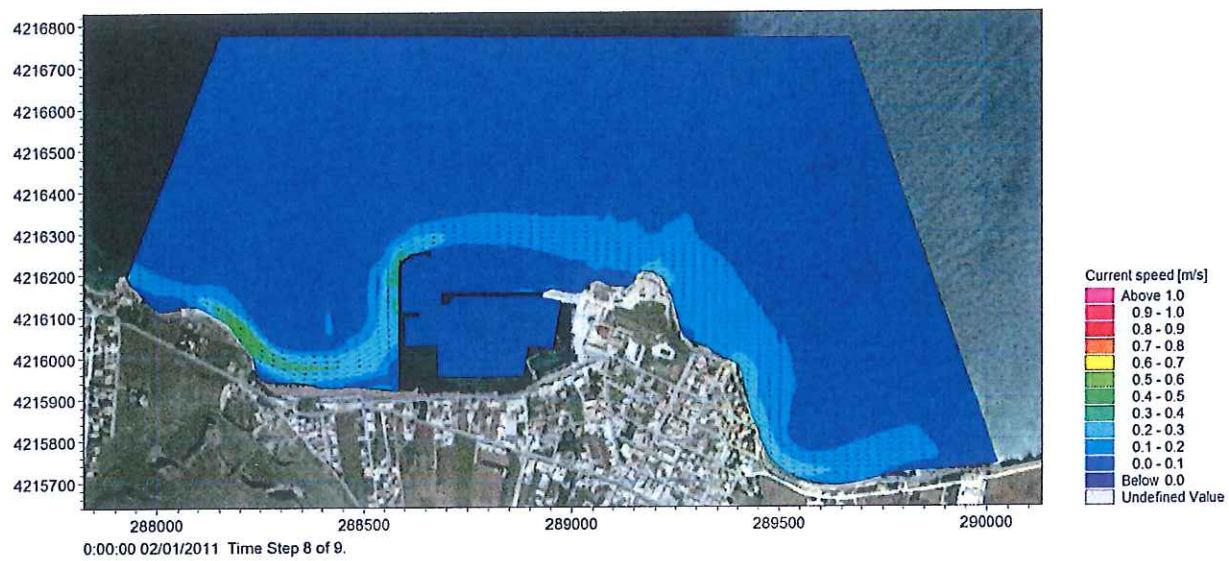


Figura 53

Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

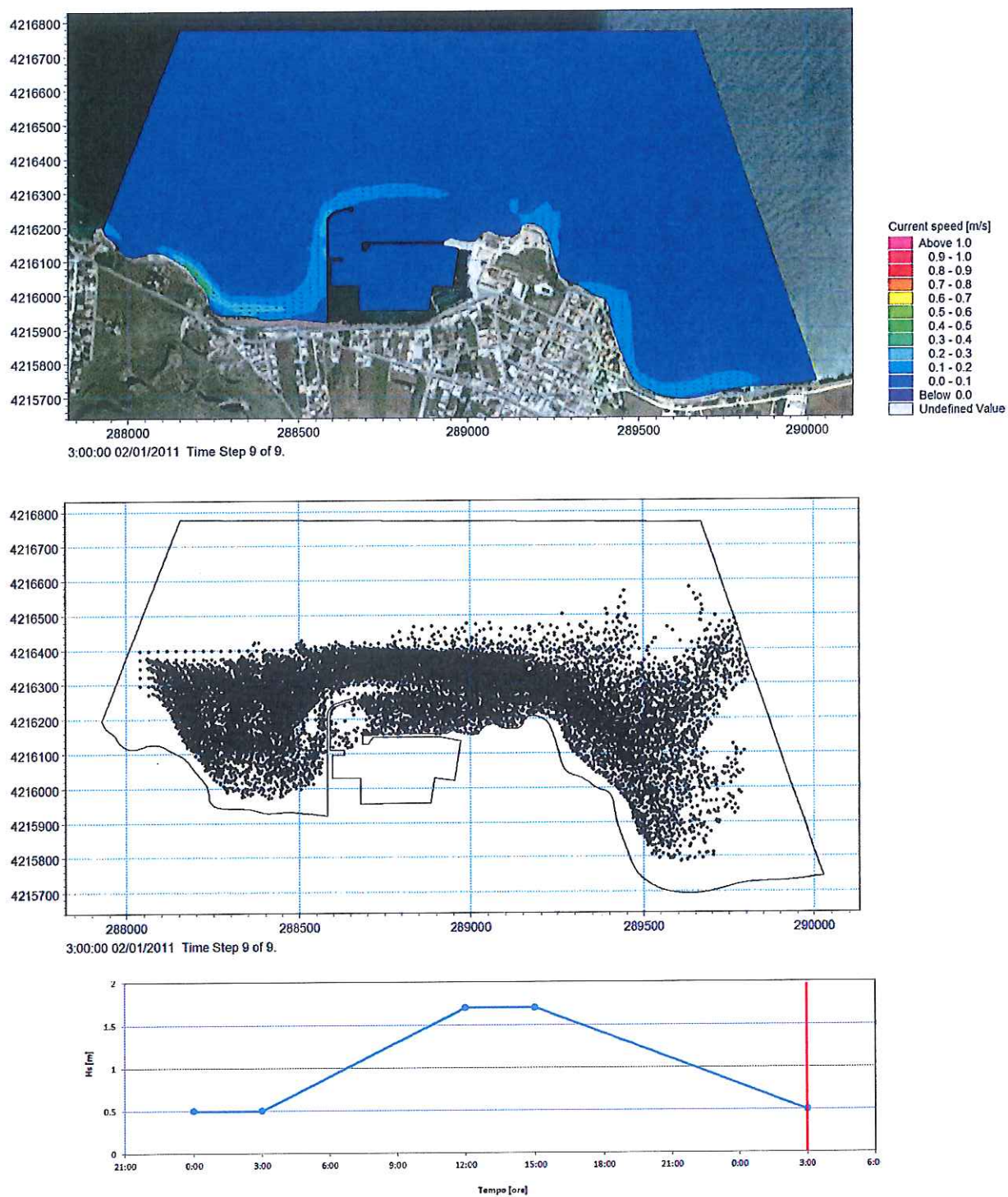


Figura 54 Mareggiata O_B: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.

Stato attuale – Mareggiata O_C

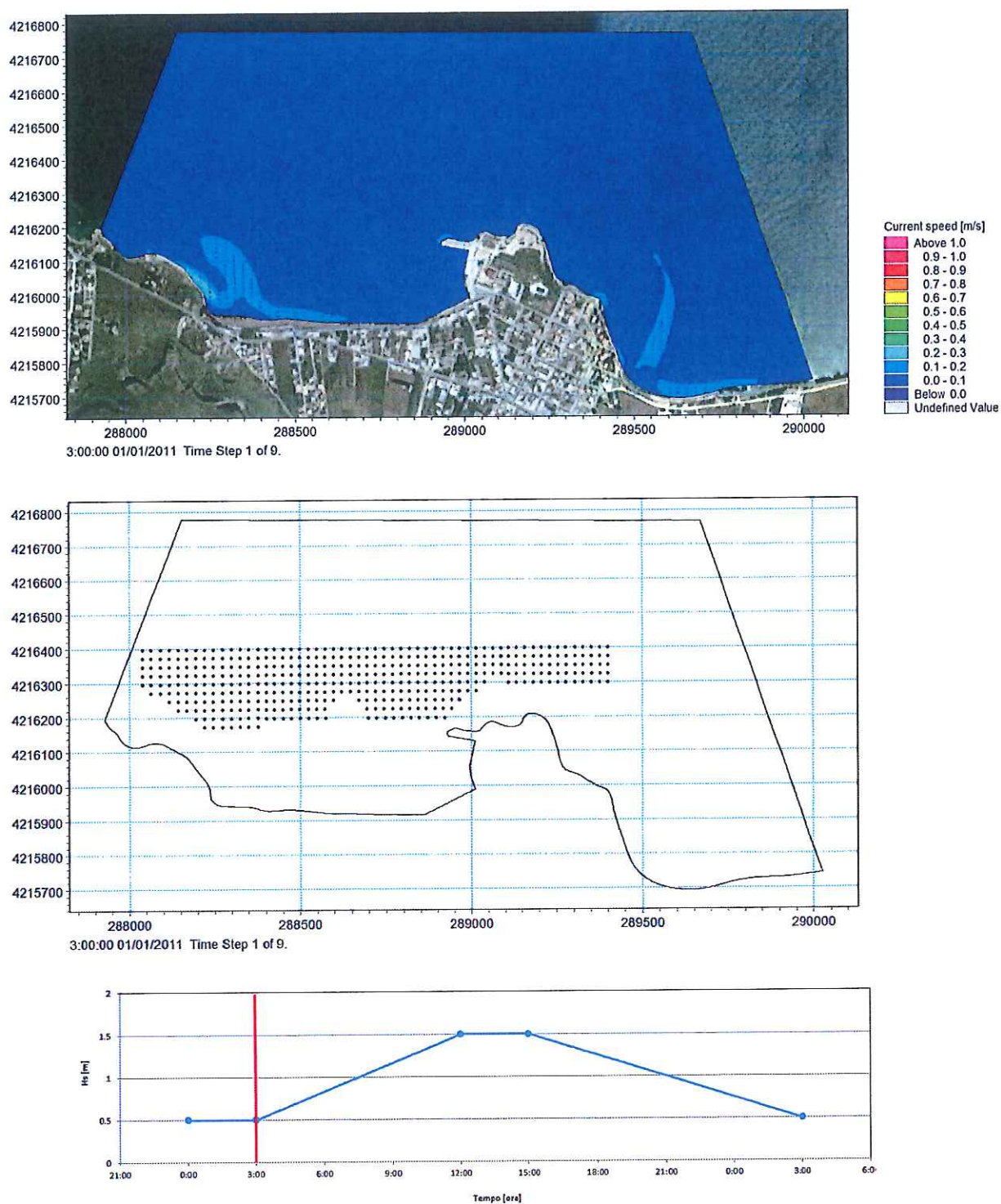


Figura 55 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

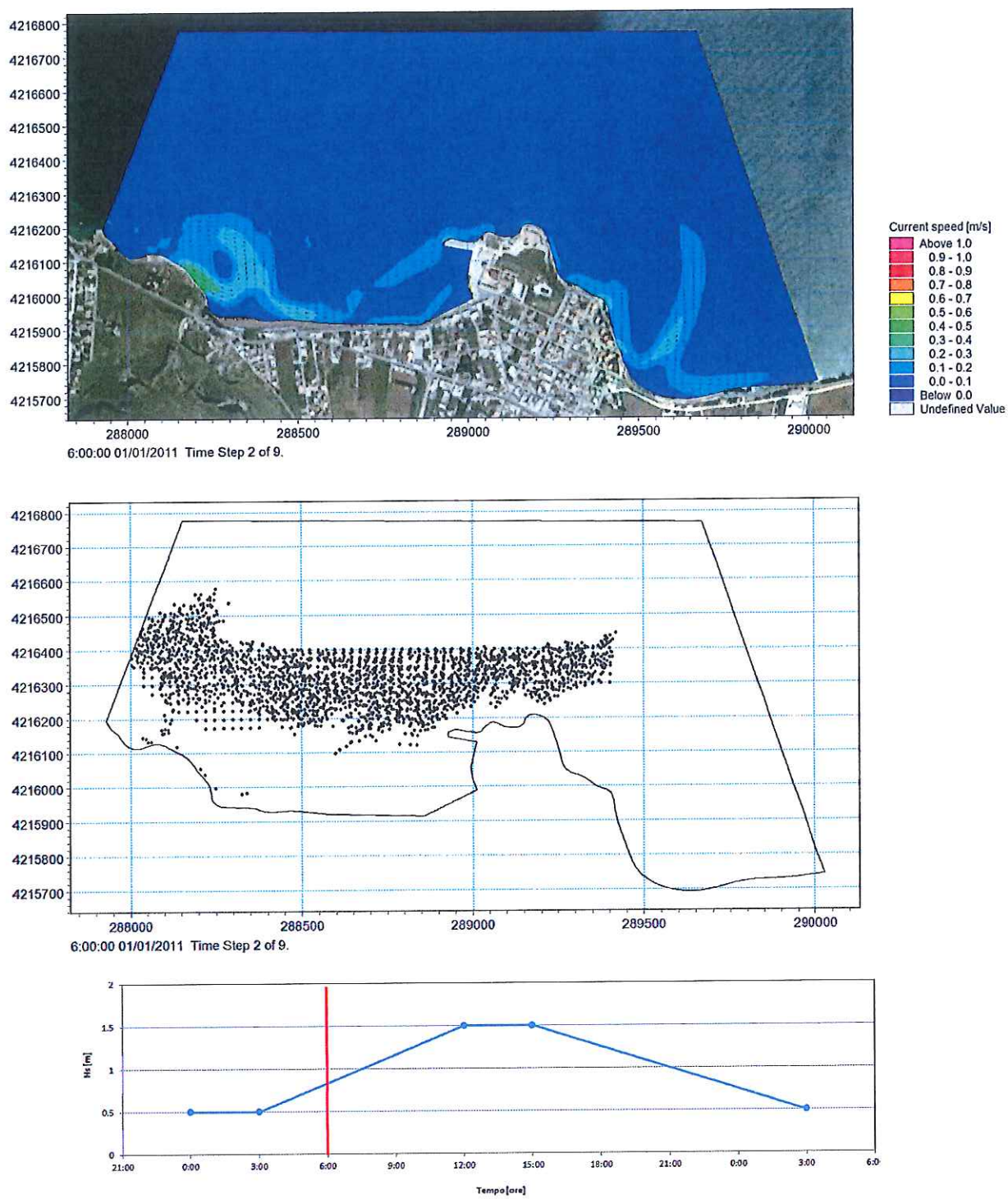


Figura 56 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

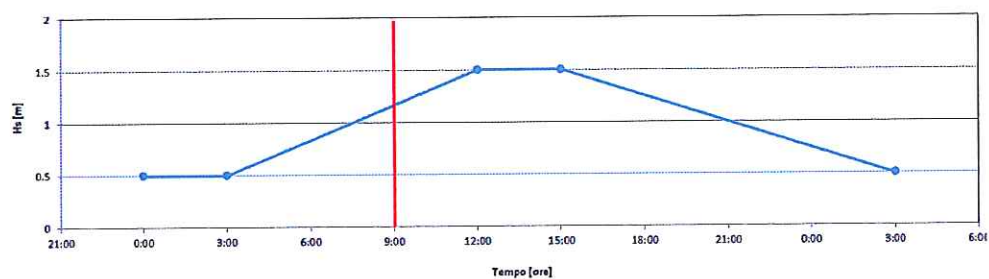
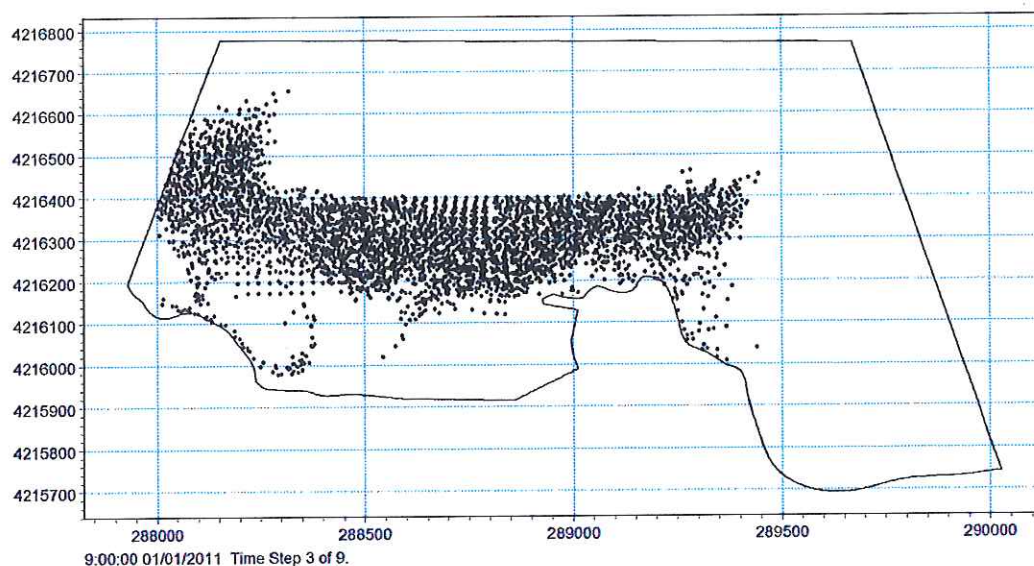
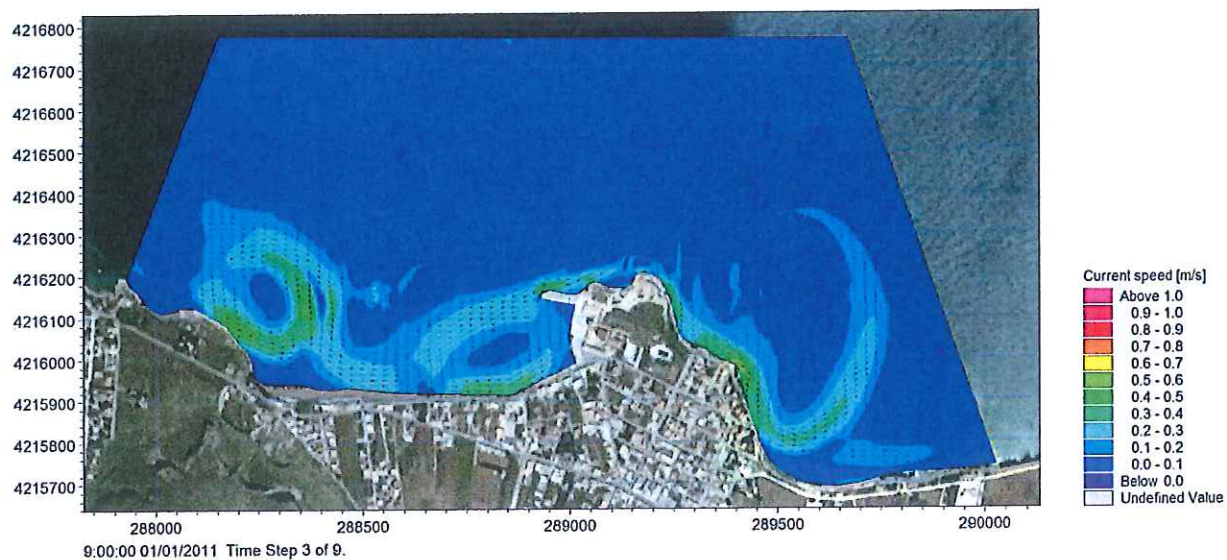


Figura 57

Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

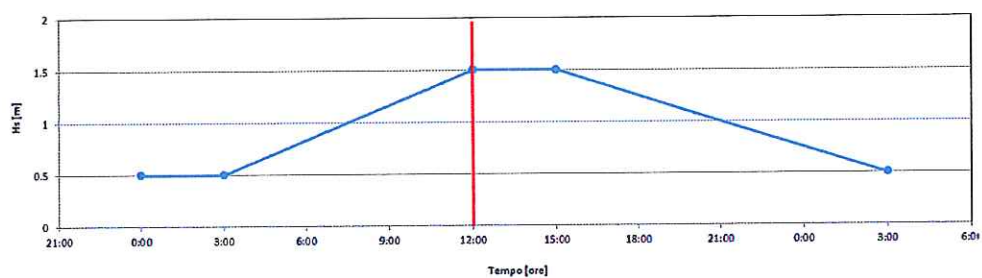
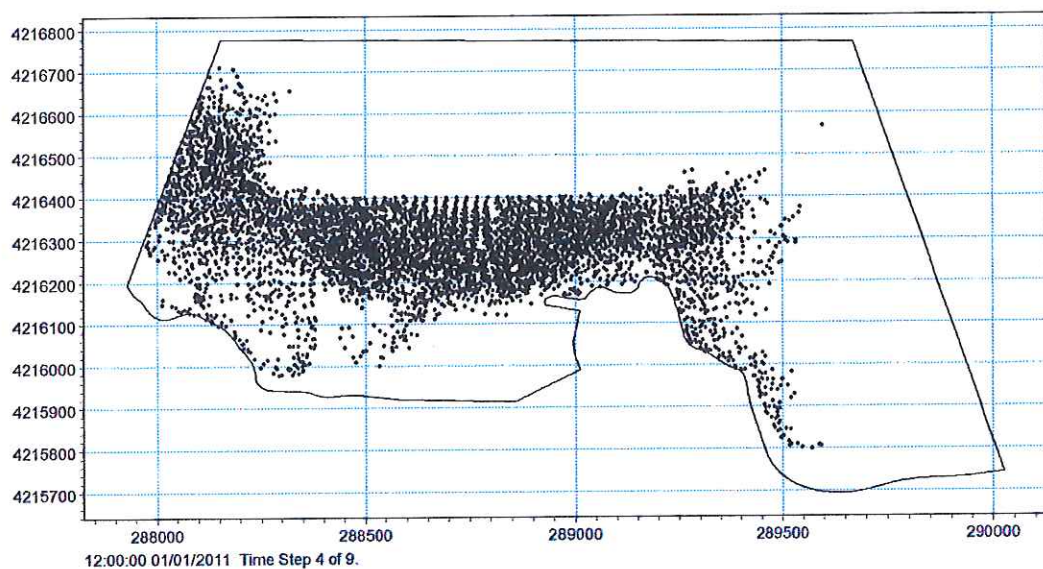
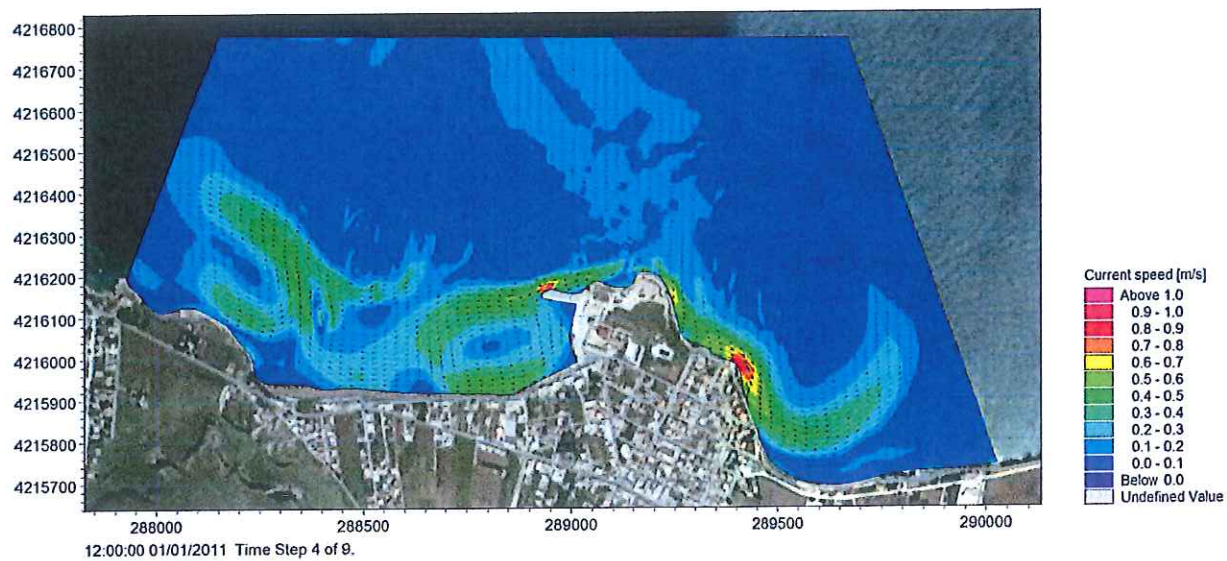


Figura 58 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

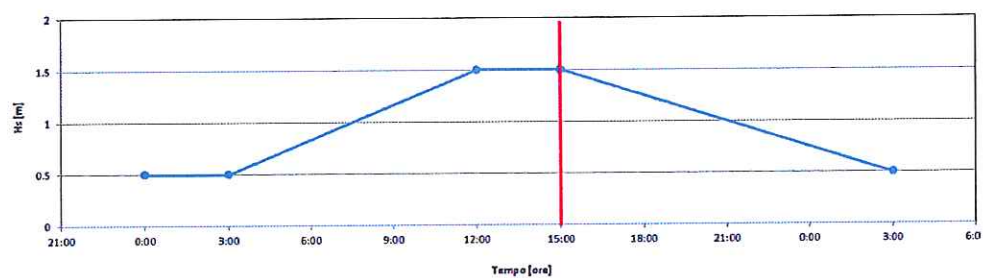
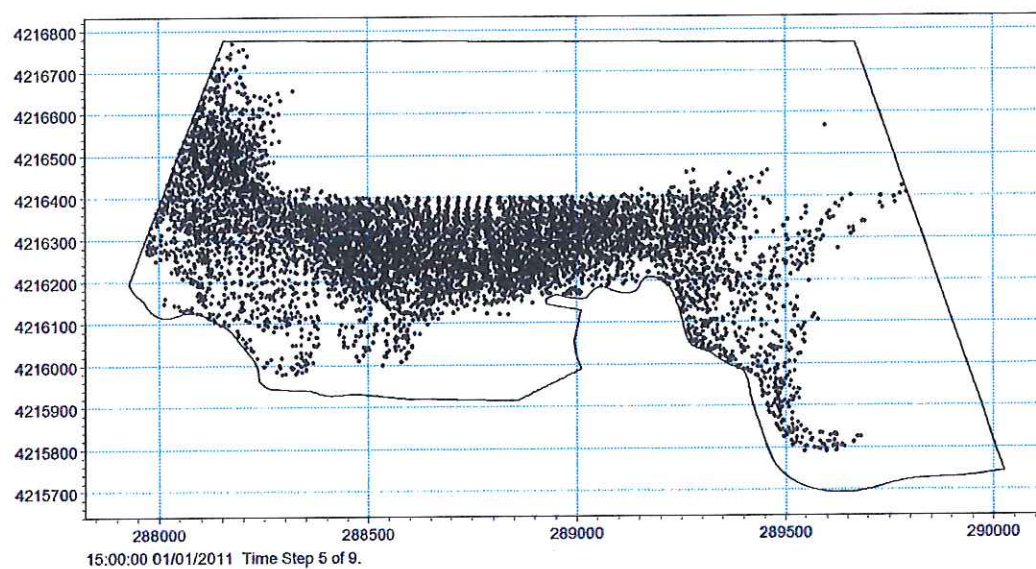
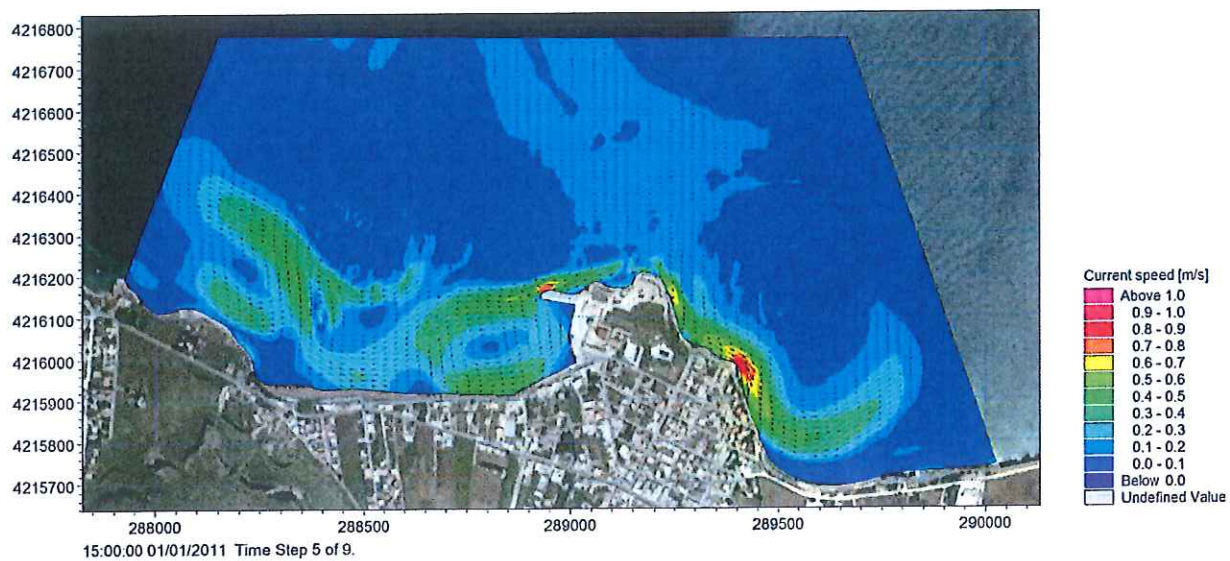


Figura 59

Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

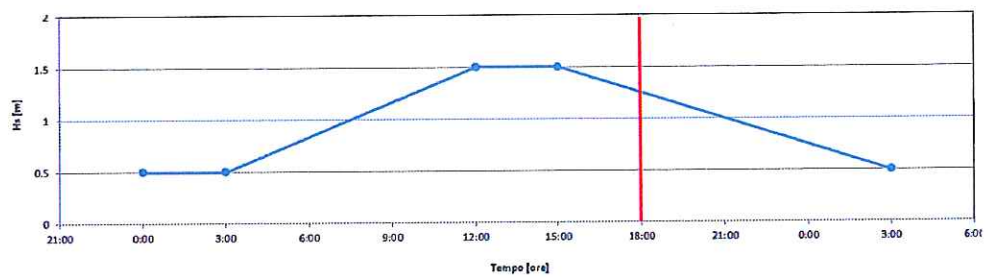
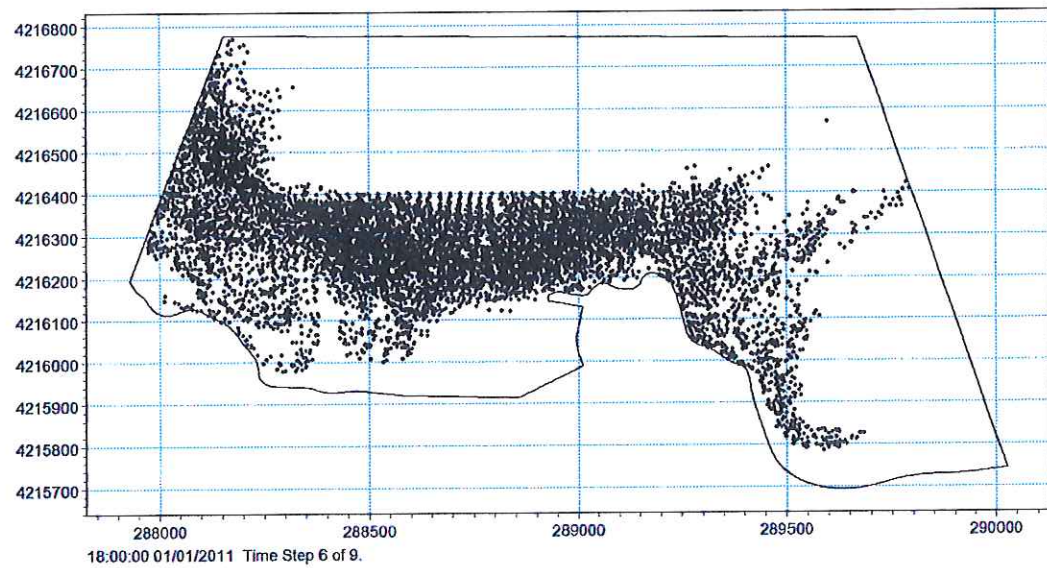
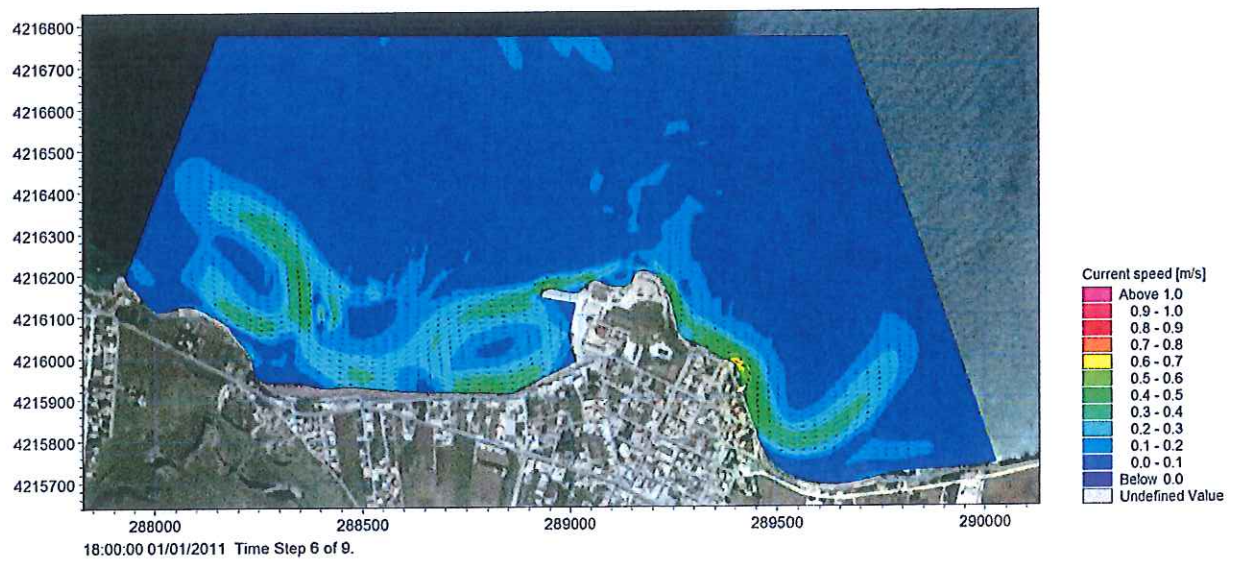


Figura 60 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

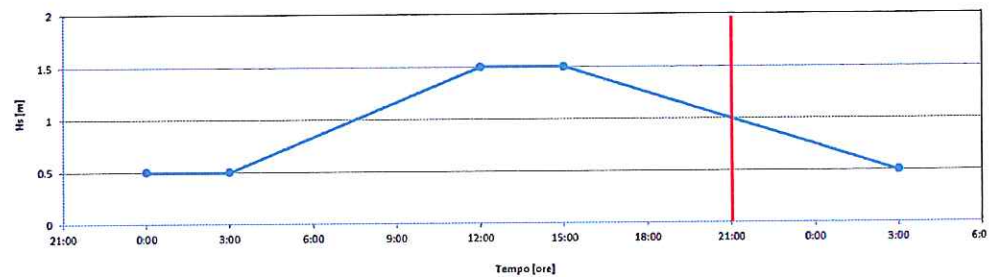
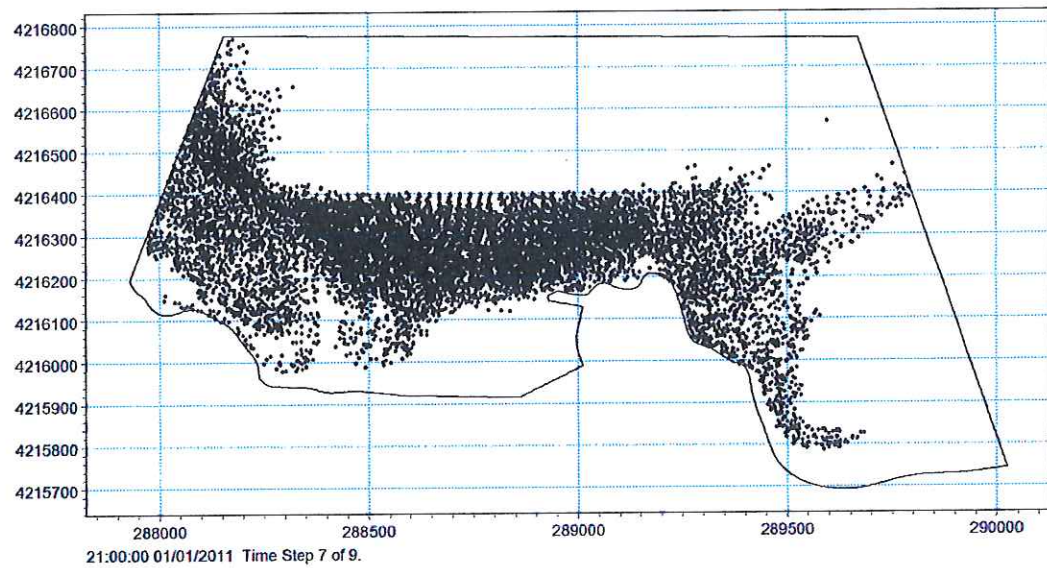
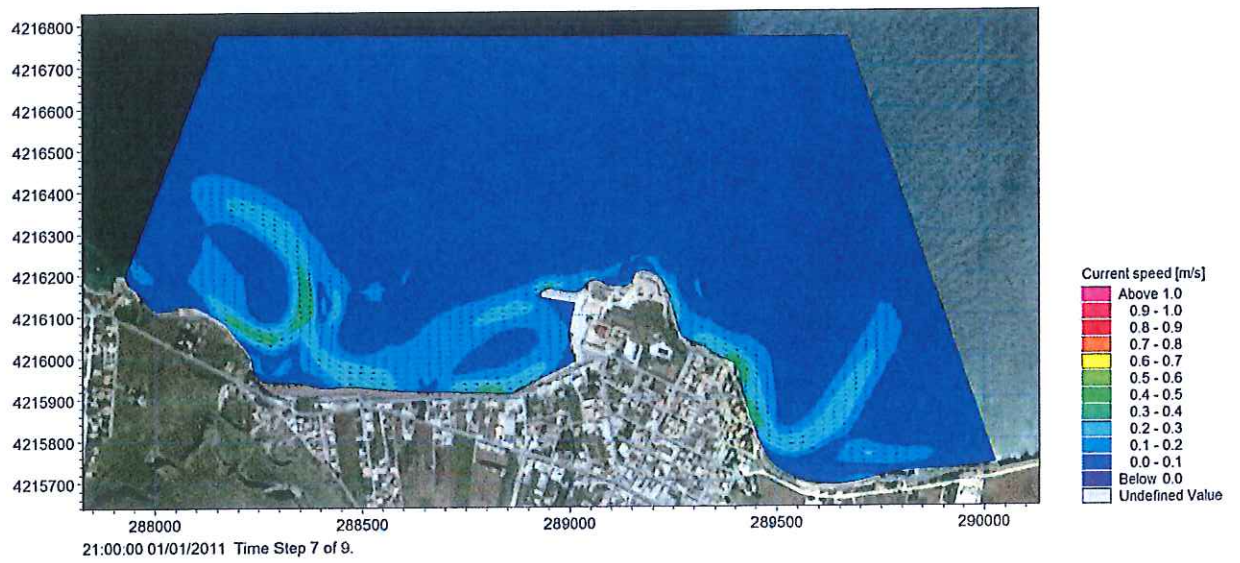


Figura 61 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

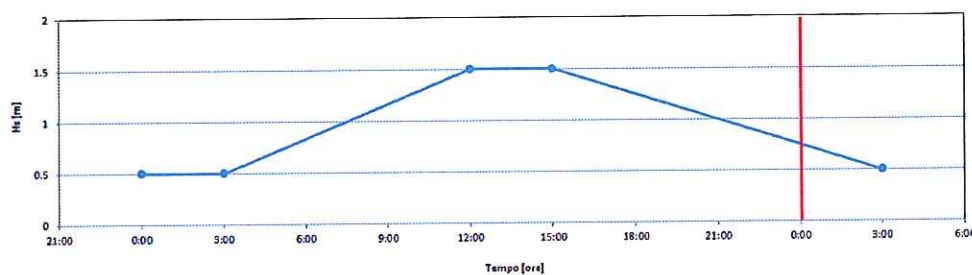
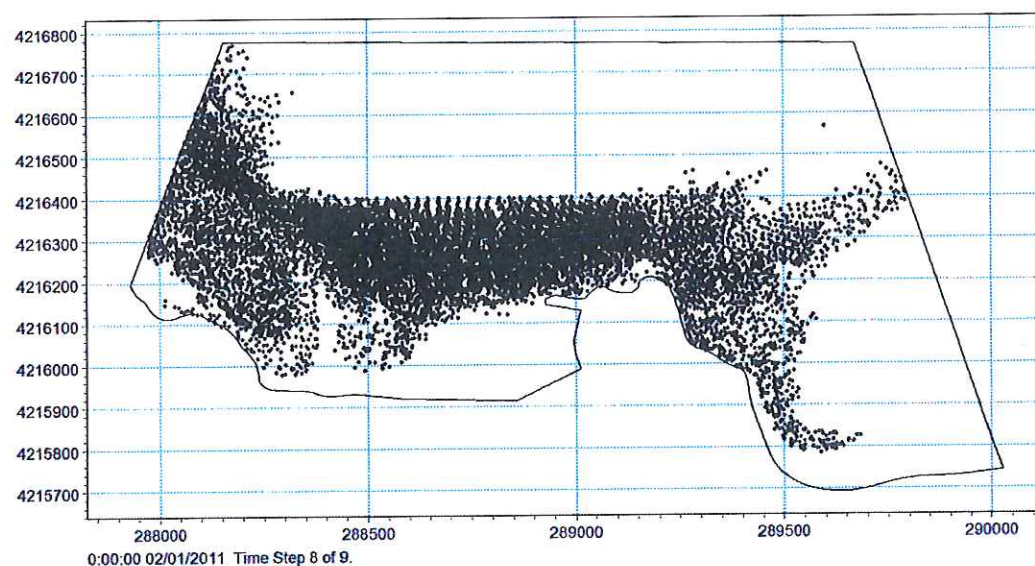
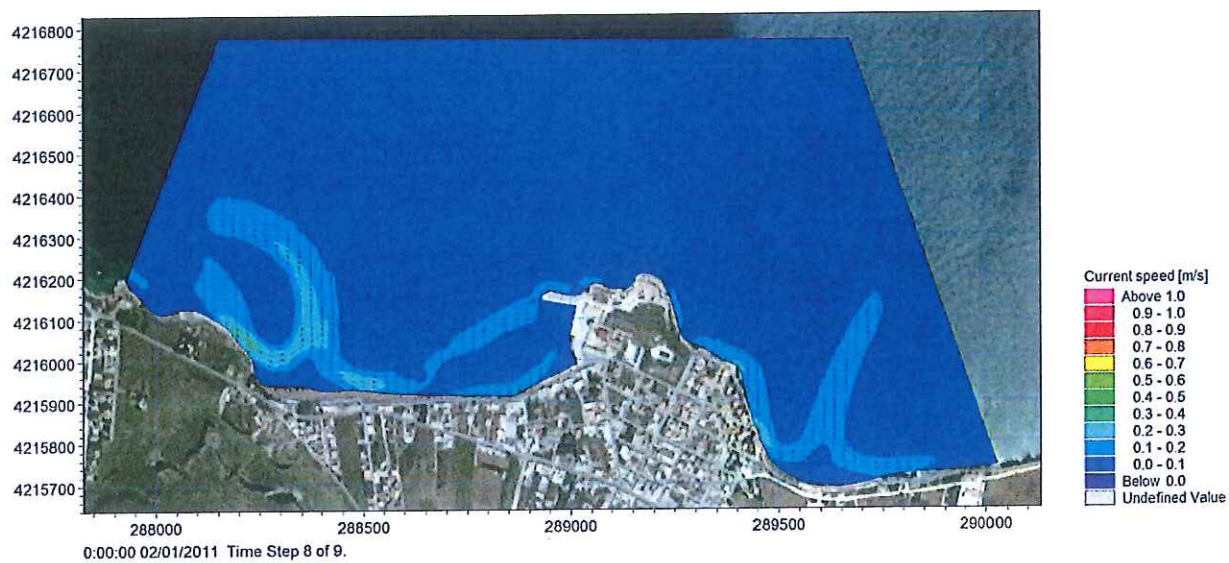


Figura 62

Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

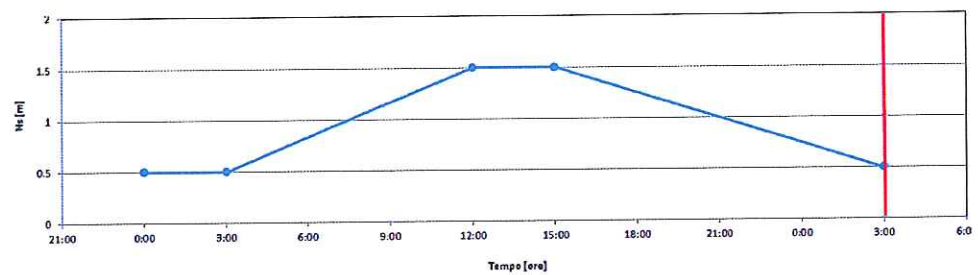
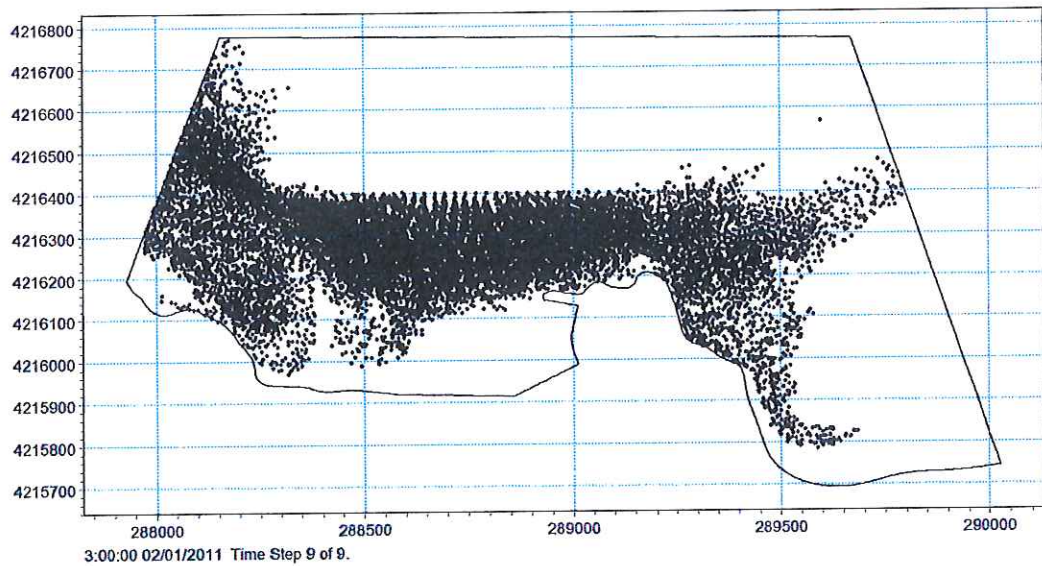


Figura 63

Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.

Stato di progetto – Mareggiata O_C

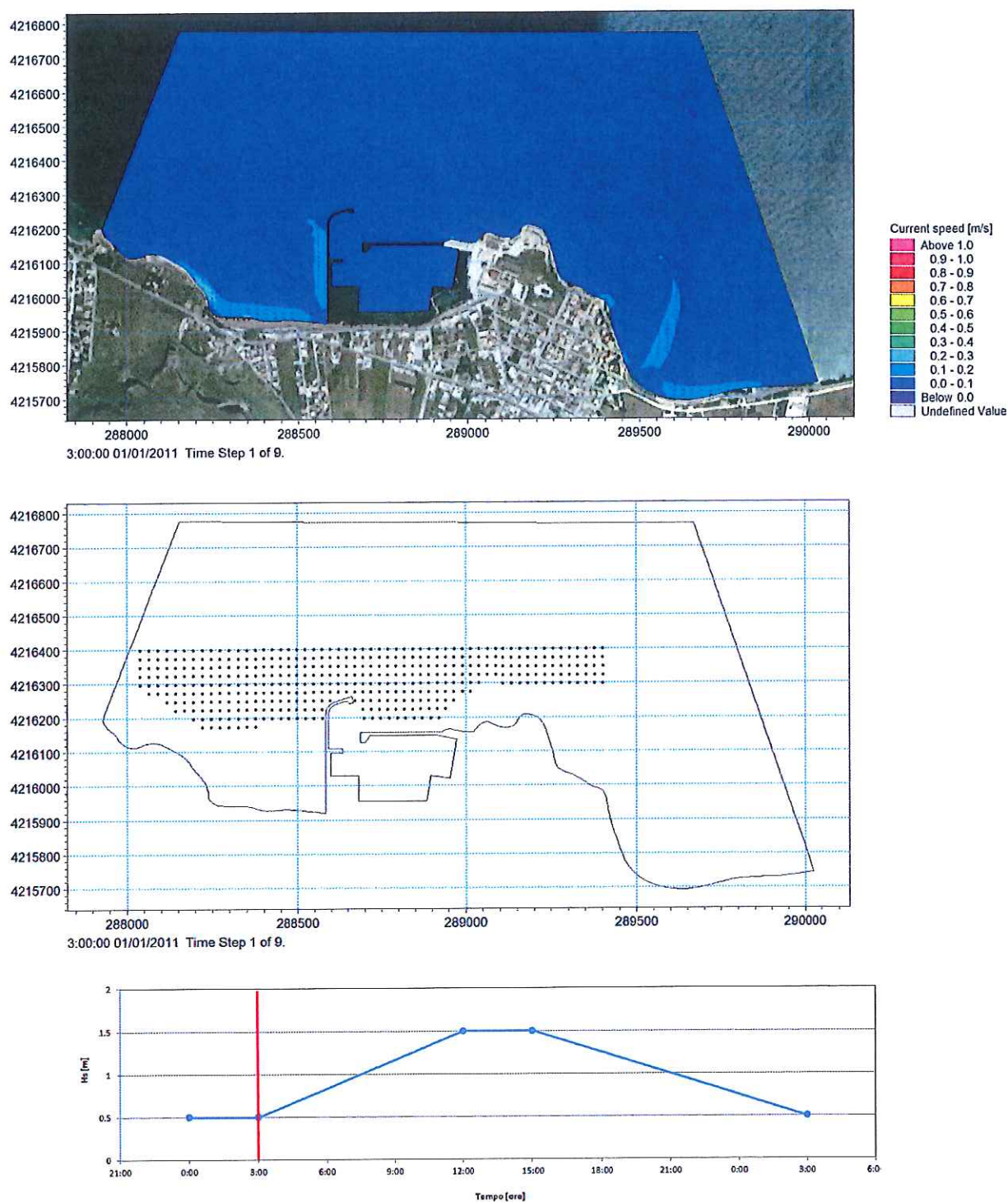


Figura 64

Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia dopo 3 ore dall'inizio della simulazione.

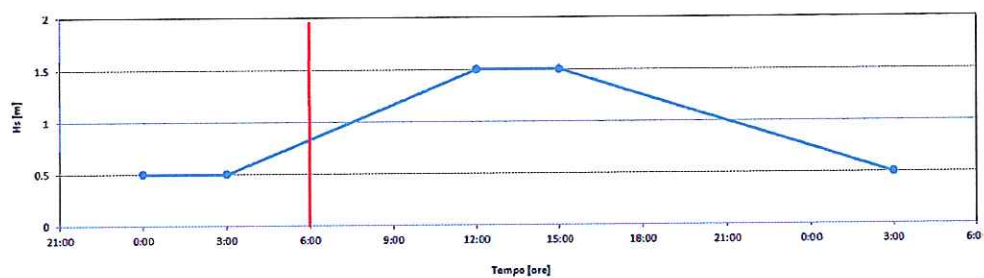
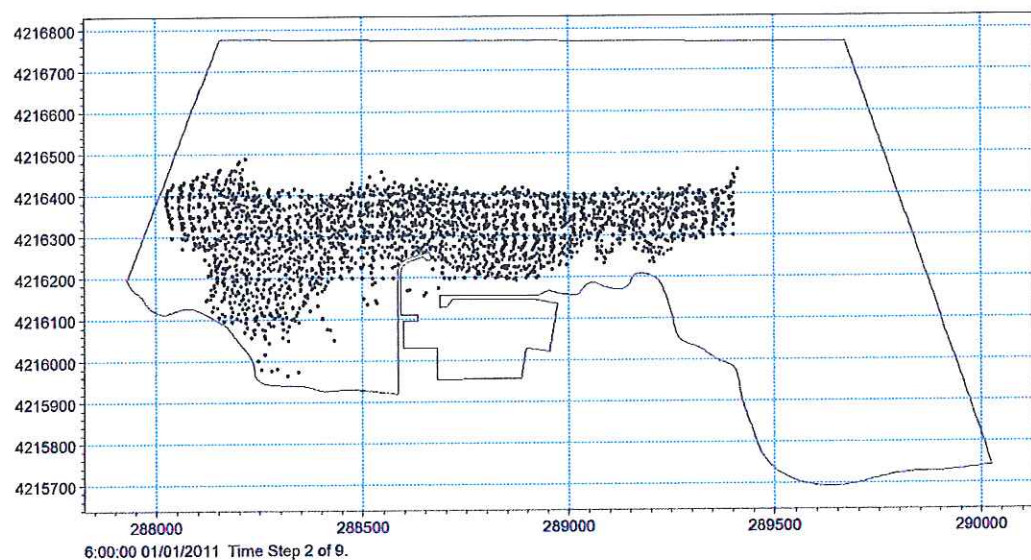
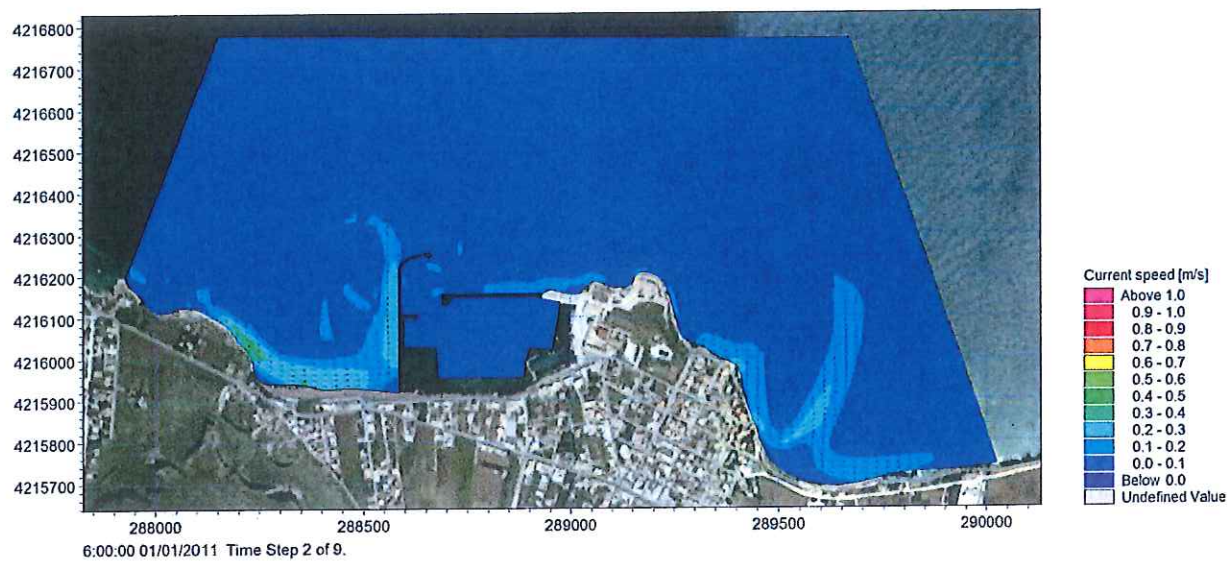


Figura 65 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 6 ore dopo l'inizio della simulazione.

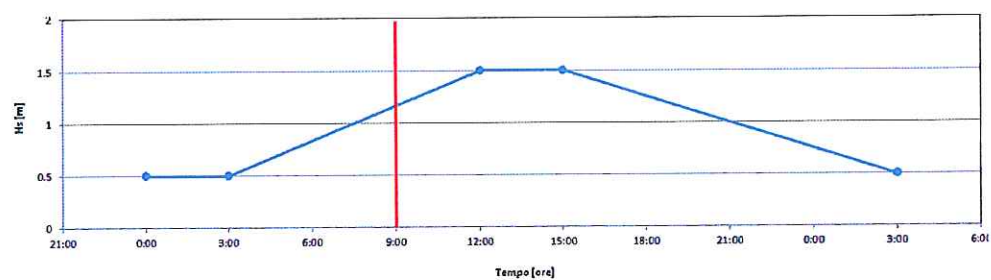
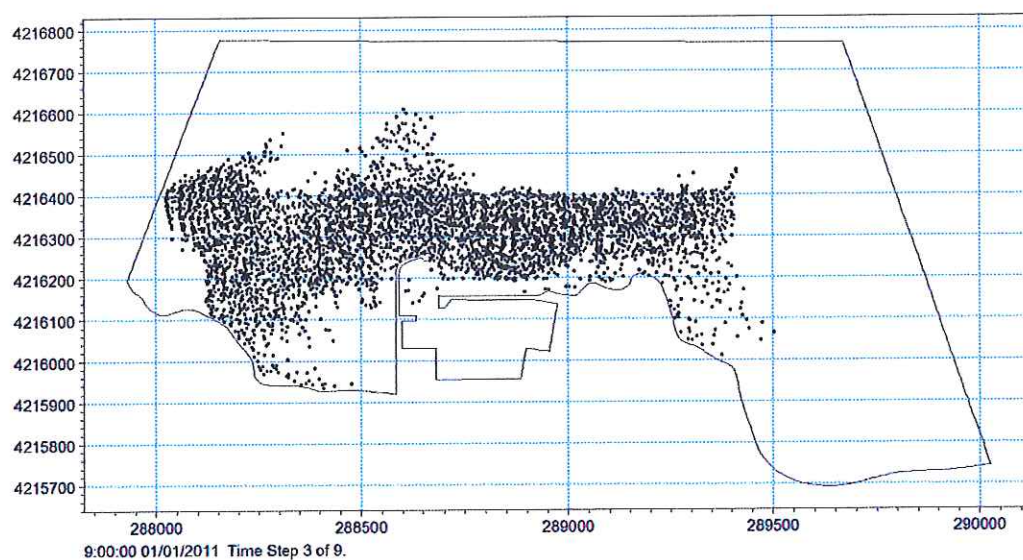
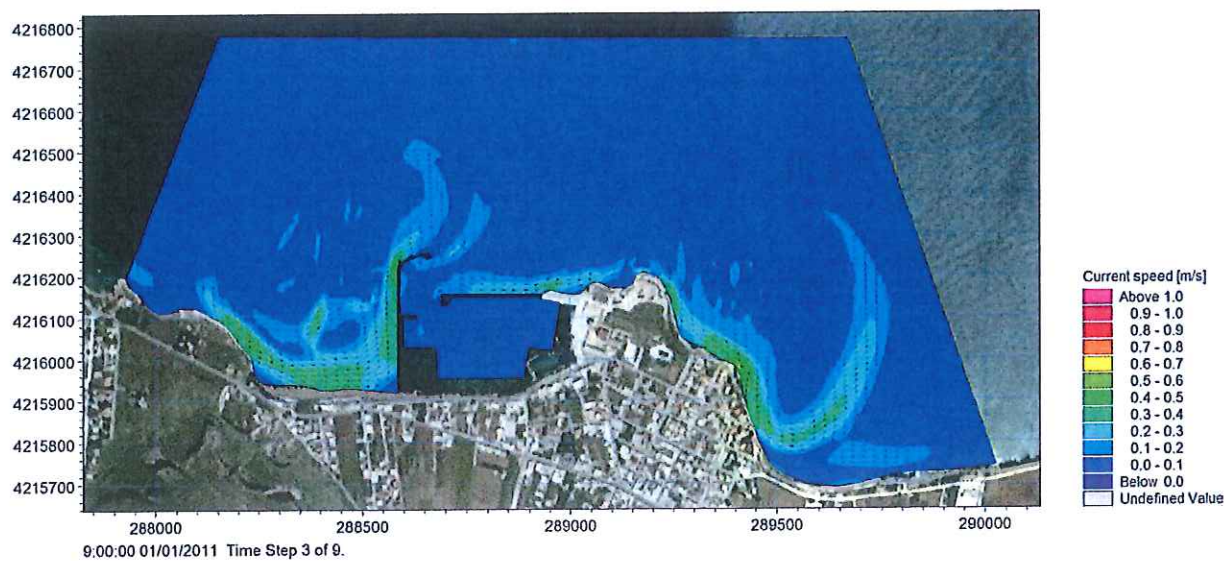


Figura 66 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 9 ore dopo l'inizio della simulazione.

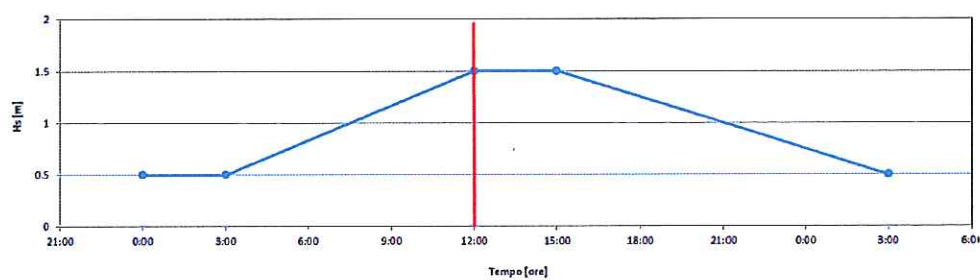
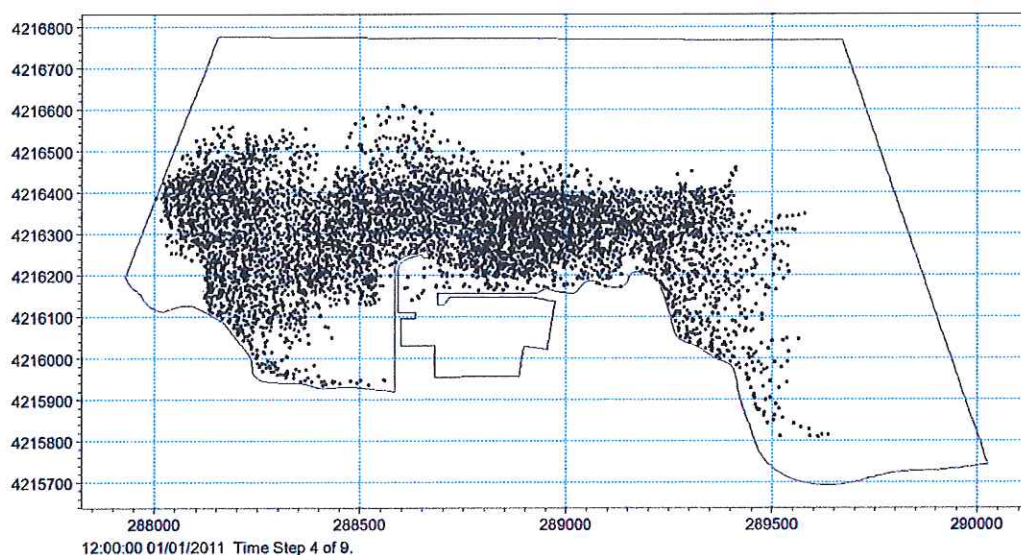
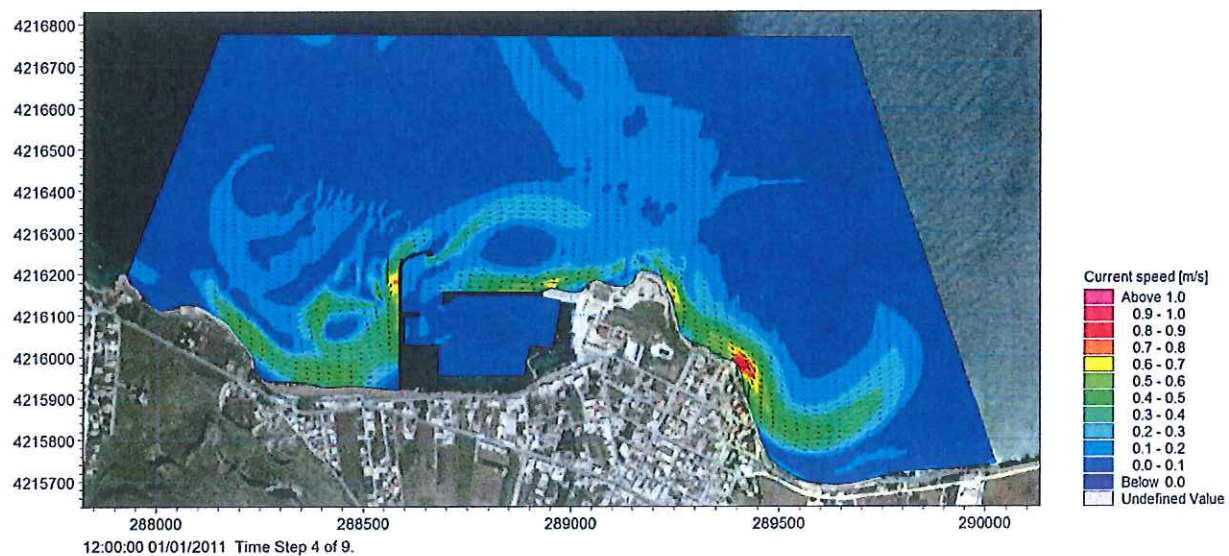


Figura 67 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 12 ore dopo l'inizio della simulazione.

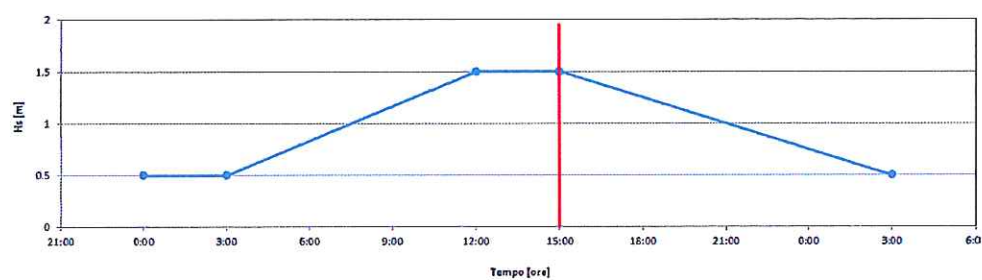
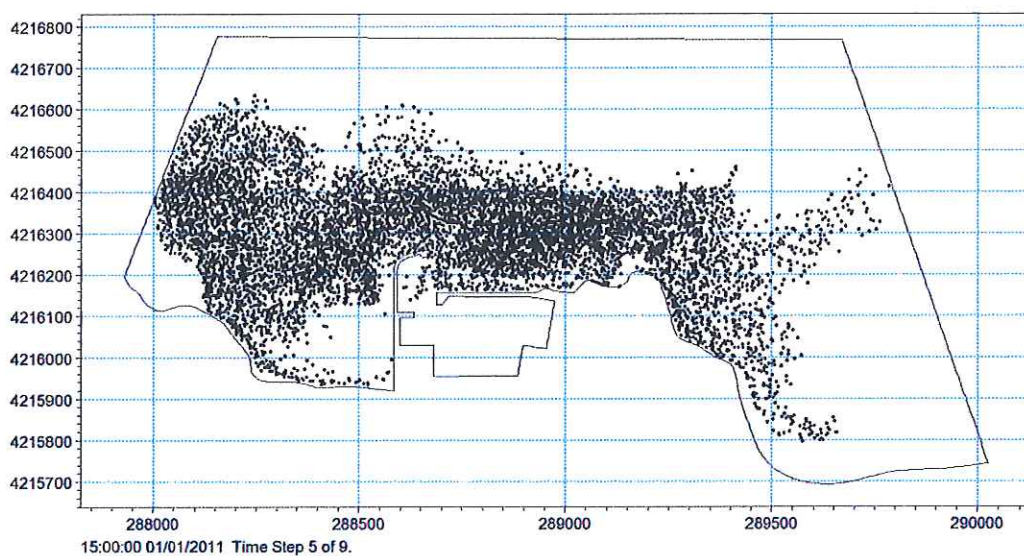
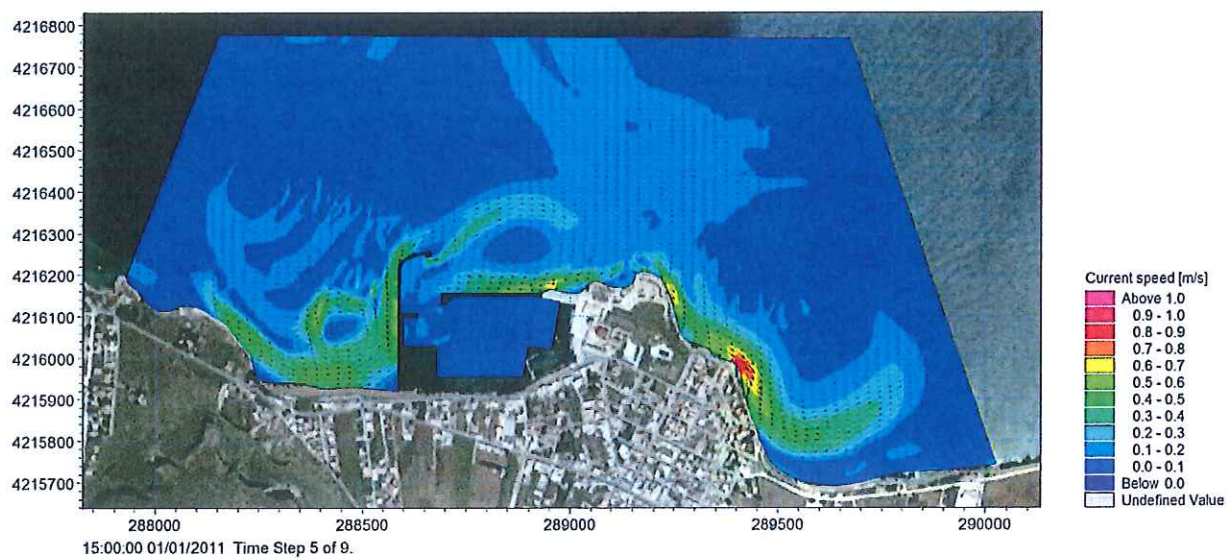


Figura 68 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 15 ore dopo l'inizio della simulazione.

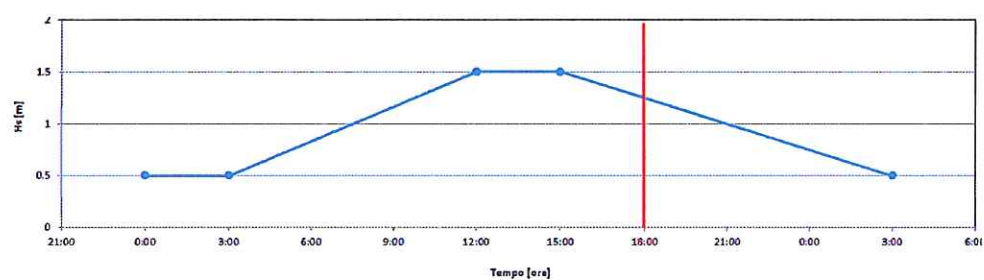
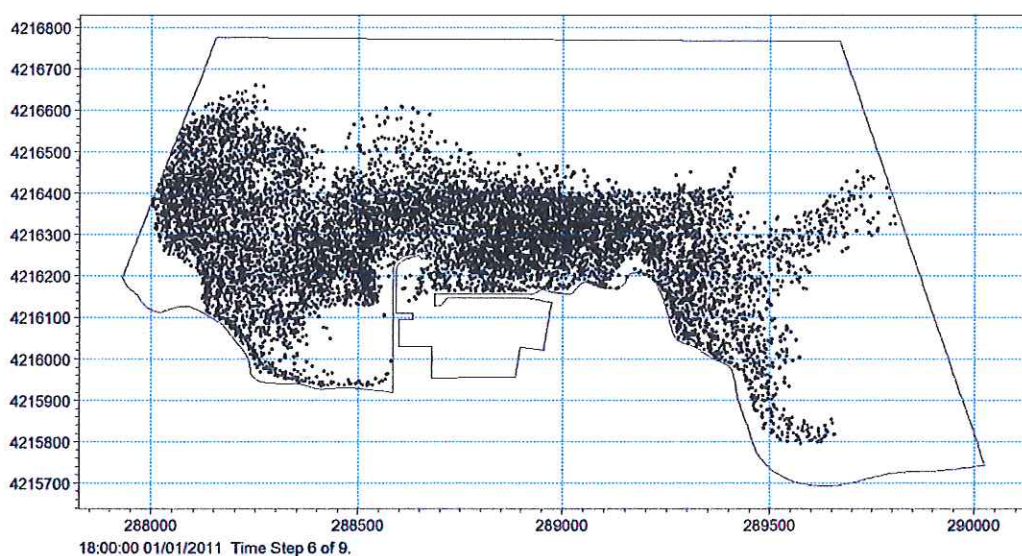
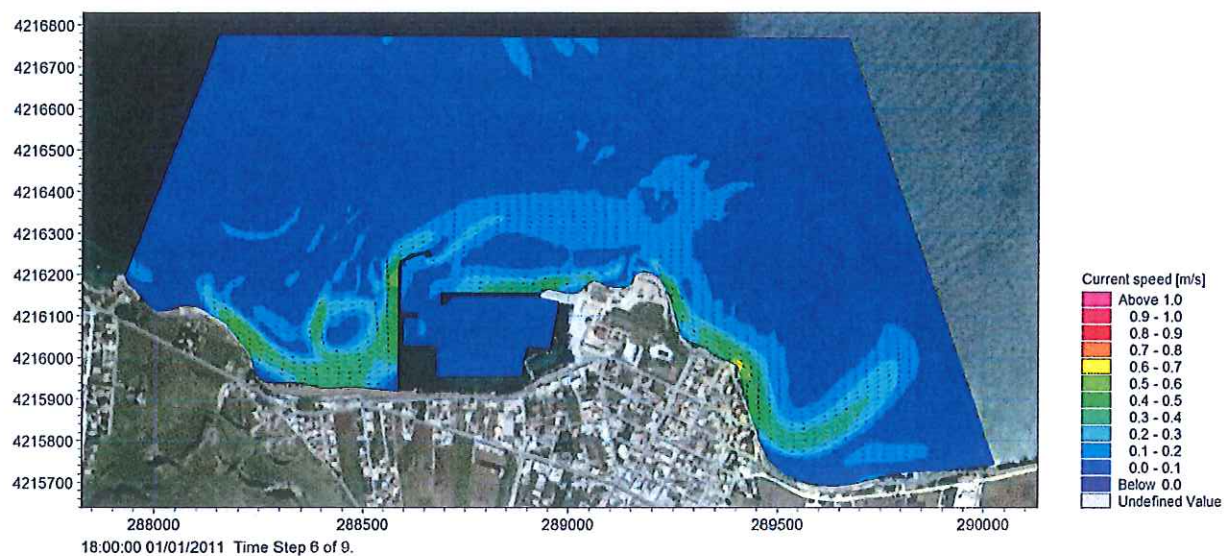


Figura 69 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 18 ore dopo l'inizio della simulazione.

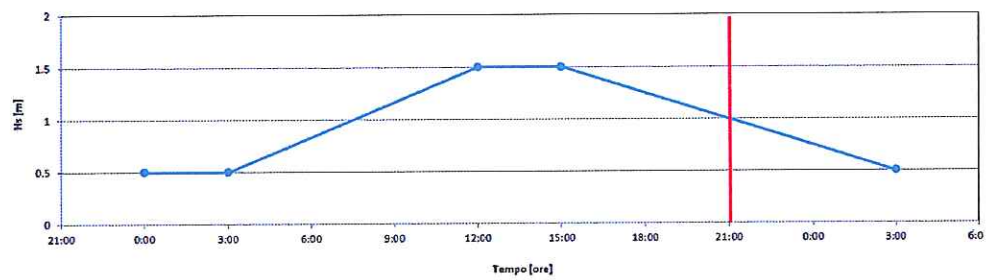
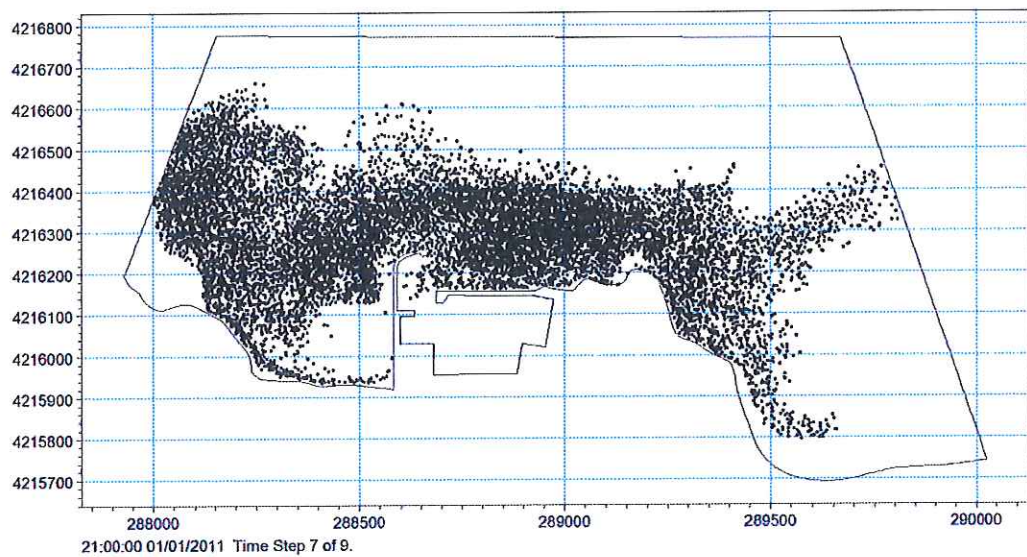
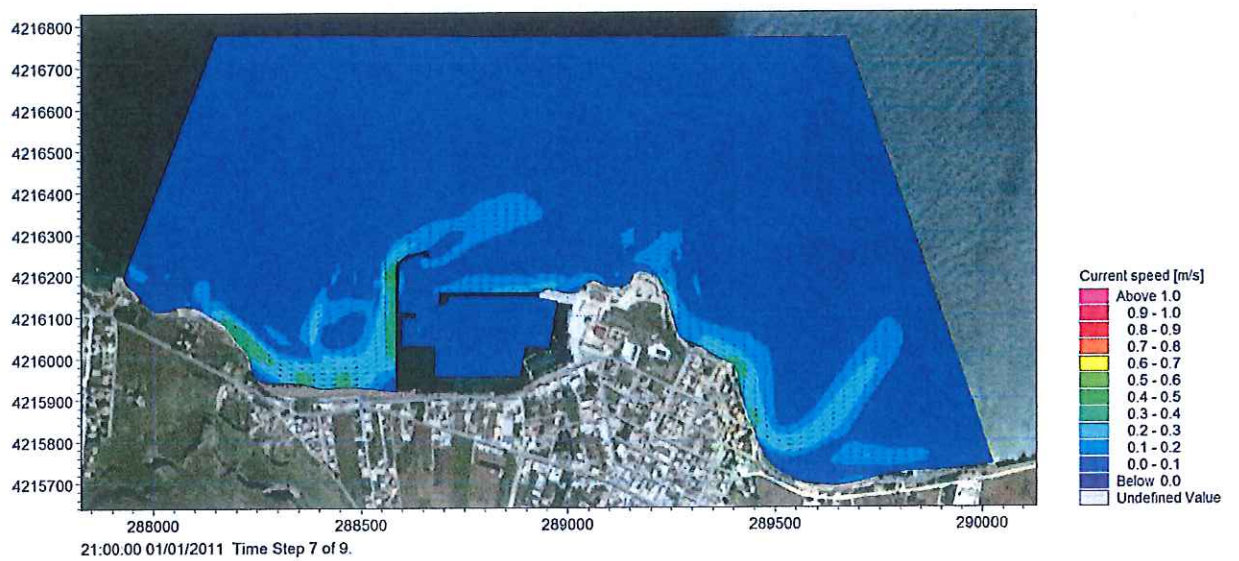


Figura 70 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 21 ore dopo l'inizio della simulazione.

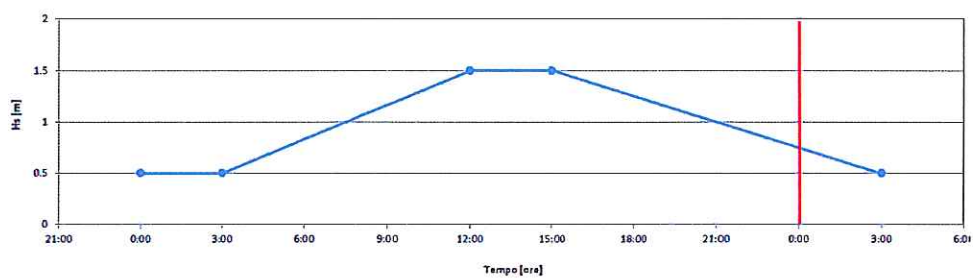
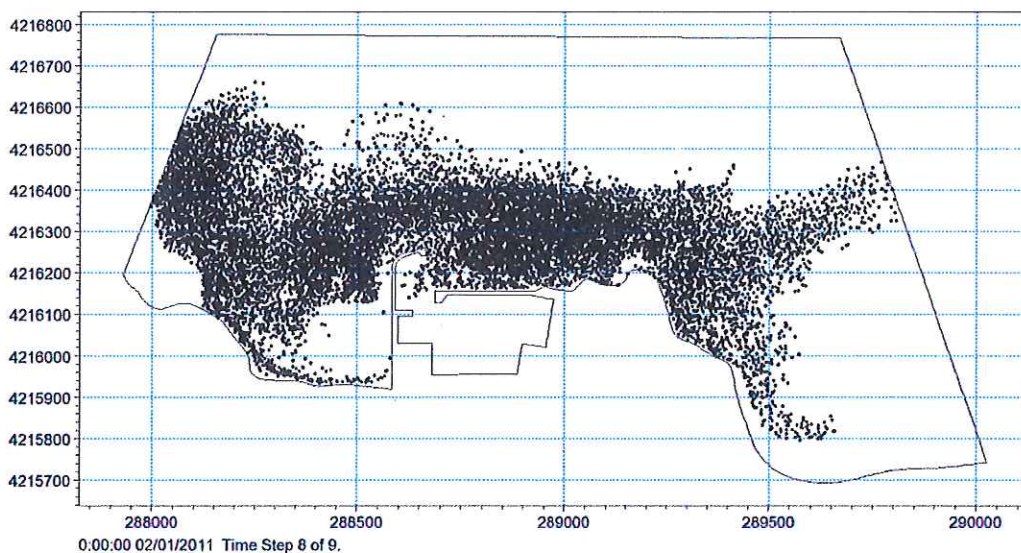
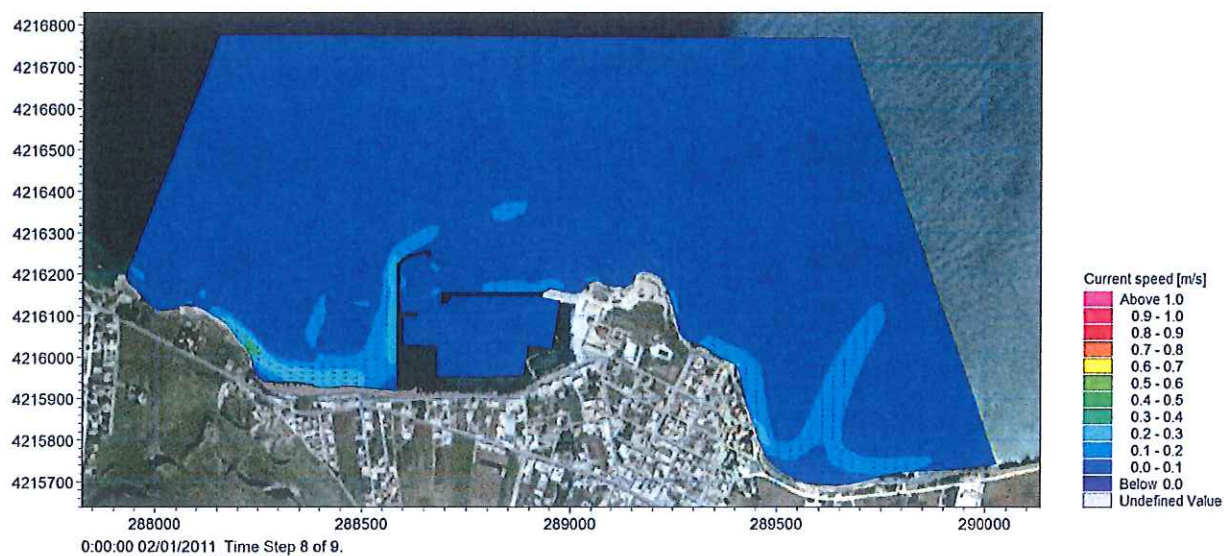


Figura 71 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 24 ore dopo l'inizio della simulazione.

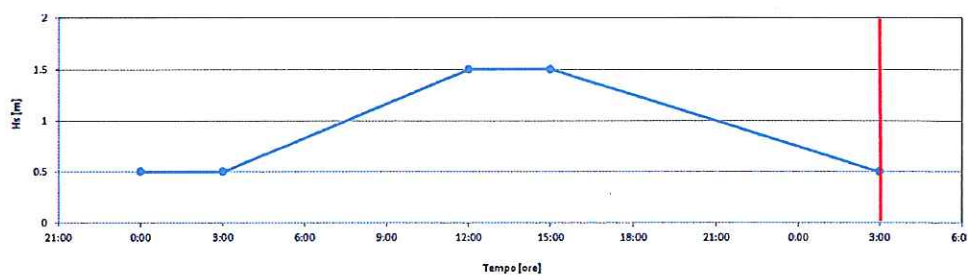
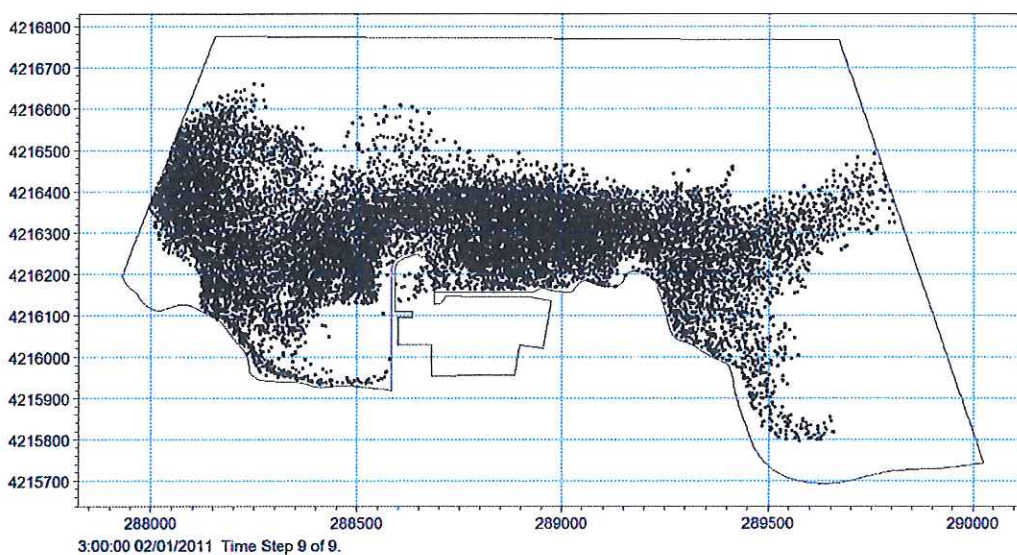
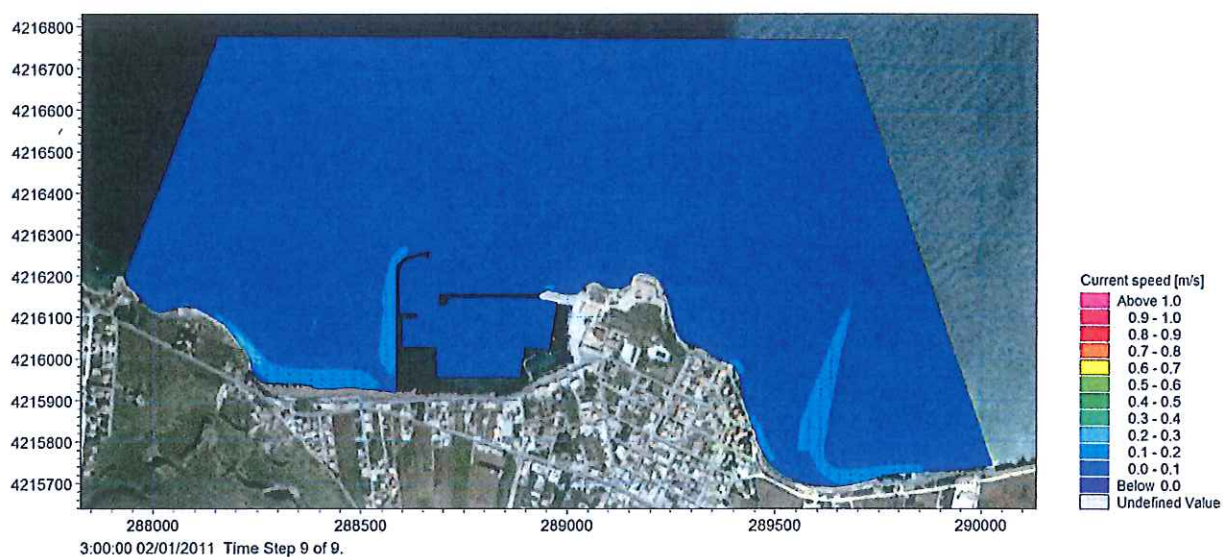


Figura 72 Mareggiata O_C: Distribuzione delle velocità di corrente e delle particelle di Posidonia 27 ore dopo l'inizio della simulazione.